

CONCEPTION ROBUSTE

Les concepts et la méthodologie de
Taguchi dans le design de produits

Bernard Clément PhD

École Polytechnique de Montréal
et
Génistat Conseils Inc.

Novembre 2000

RÉSUMÉ

Génichi Taguchi, ingénieur japonais et statisticien, a mis de l'avant une méthodologie appelée *conception robuste* pour aider les ingénieurs durant la phase de conception des produits, phase où les gains en qualité sont les plus significatifs. Le système intégré de l'ingénierie de la qualité de Taguchi repose sur l'idée de robustesse comme moyen de neutraliser les effets des facteurs incontrôlables de bruit. La communauté statistique a critiqué plusieurs concepts et certaines des méthodes proposés par Taguchi. Notre objectif est de faire une présentation de cette méthodologie, de l'illustrer à l'aide d'un exemple et, de contribuer à faire le pont entre ingénieurs et statisticiens.

Table des matières

1 INTRODUCTION

2 LA PHILOSOPHIE DE TAGUCHI

2.1 L'ingénierie robuste

2.2 Les bénéfices

3 LA CONCEPTION ROBUSTE DU PRODUIT

3.1 La conception des essais

3.2 La caractérisation de la robustesse

3.3 Les sources de bruit

3.4 Les étapes de conception robuste

4 L'OPTIMISATION DES PARAMETRES DU PRODUIT - PROCEDE

4.1 La classification des facteurs

4.2 La réponse et la métrique signal-bruit

4.3 Le choix des valeurs des paramètres

4.4 Les designs d'évaluation

4.5 Les conditions de bruit

4.6 L'évaluation des designs sélectionnés

4.7 Le design optimal

4.8 La confirmation

4.9 La conception du procédé

5 EXEMPLE

5.1 Le circuit RL

5.2 Les facteurs de bruit

5.3 Le plan croisé des essais

5.4 La comparaison des designs

6 LA CONCEPTION DES TOLERANCES

6.1 Les coûts technologiques

6.2 La méthode d'analyse

6.3 Exemple : le circuit RL

6.4 Les tolérances de fabrication

7 CONCLUSION

**APPENDICE : équivalence entre le minimiser le l'écart quadratique moyen
et maximiser le rapport signal-bruit**

REFERENCES

1. INTRODUCTION

La méthodologie de Taguchi a donné lieu à de nombreuses controverses dans la communauté des statisticiens depuis une douzaine d'années. Plusieurs articles, [1], [5], [6], [10], [14], [15], présentent des évaluations et des critiques sur les concepts introduits par Taguchi. Ces articles proviennent de la communauté statistique. On questionne l'utilisation de concepts et méthodes statistiques qui semblent douteux ou inappropriés. Sans être exhaustif mentionnons, parmi les principales critiques : l'utilisation du rapport signal-bruit, les plans de résolution III, l'hypothèse de l'absence d'interactions sauf quelques-unes très ciblées, l'utilisation de certaines méthodes d'analyse statistiques et d'optimisation. Il n'y a pas de doute, les idées mises de l'avant par Taguchi provoquent de la discussion. L'objectif de notre article est double. En premier, faire une présentation des concepts principaux mis de l'avant par Taguchi et de les illustrer à l'aide d'un exemple. Notre deuxième objectif est de faire le pont entre les ingénieurs et les statisticiens en espérant une plus grande compréhension entre les deux communautés scientifiques. Nous croyons que les uns et les autres tireront des bénéfices par l'adoption d'un dialogue constructif.

2. LA PHILOSOPHIE DE TAGUCHI

2.1 L'ingénierie de la qualité

Le nouveau paradigme mis de l'avant par Taguchi met l'emphase sur la qualité dans les activités de design, phase où les gains en qualité sont les plus significatifs. Les éléments principaux de cette stratégie sont en ordre d'importance

- § l'emphase sur la robustesse,
- § l'optimisation de la robustesse à l'étape du design,
- § l'utilisation de la métrique signal-bruit SB pour mesurer la performance,
- § l'utilisation d'un système intégré de l'ingénierie de la qualité,
- § l'utilisation des plans statistiques d'essais pour l'optimisation.

L'emphase sur la robustesse est le plus important des éléments et non pas, l'utilisation d'essais comme plusieurs croient. Les bénéfices de cette stratégie sont : la réduction du temps de développement des produits, une réduction des coûts, particulièrement ceux liés aux nombreuses mises au point assez typiques dans une approche traditionnelle avant le lancement du produit. Les éléments du système de l'ingénierie de Taguchi sont représentés à la figure A.

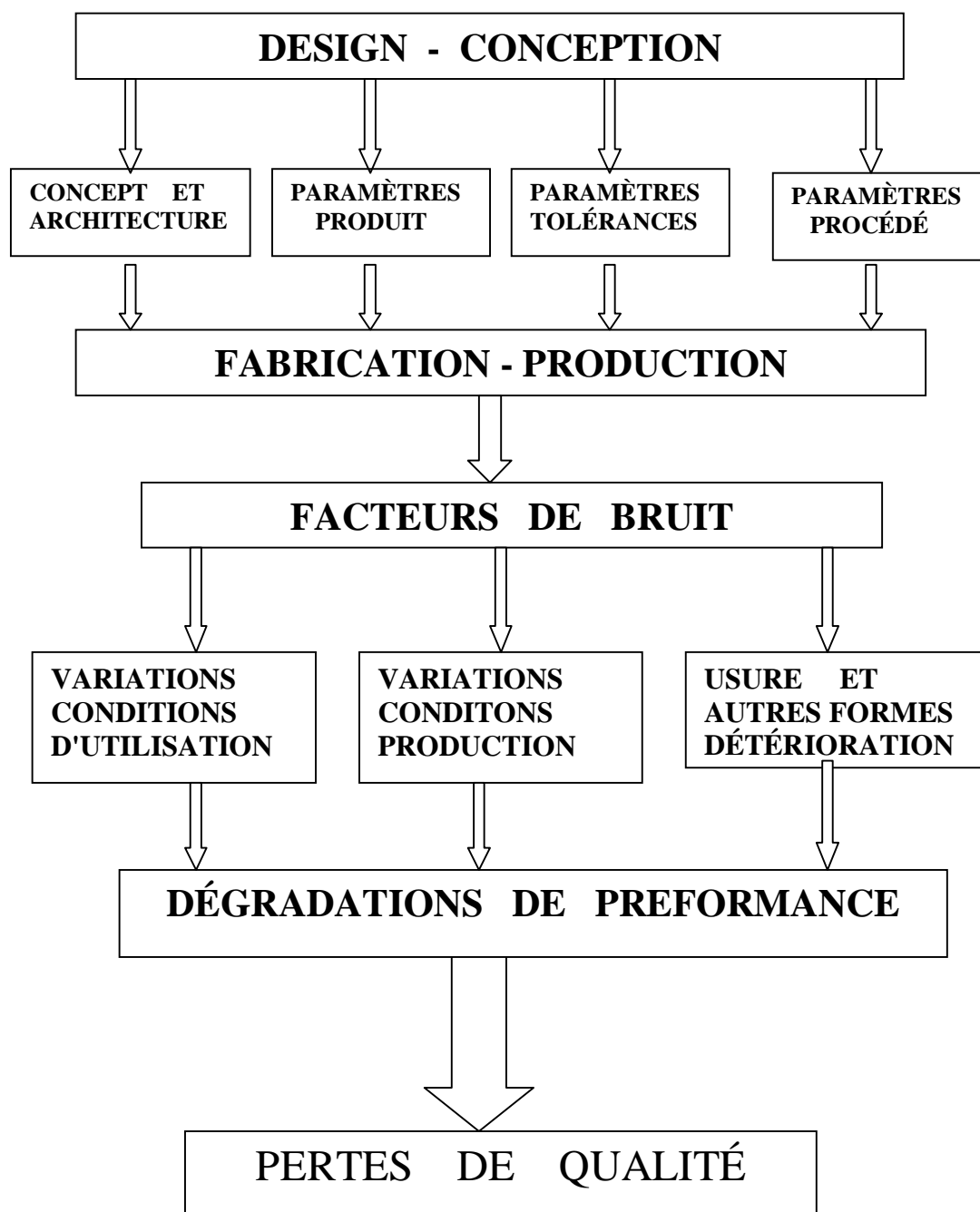


Figure A : ingénierie de la qualité

2.2 . Les bénéfices de la robustesse

La robustesse a de nombreux bénéfices. En premier lieu, la performance du produit est proche de la performance idéale dans des conditions d'utilisation variées. Deuxièmement, il y a une réduction des coûts car on a atténué la sensibilité aux variations dans les conditions d'opération en cours de fabrication. On a donc besoin de moins de précision pour les caractéristiques de matériaux et le maintien rigoureux des paramètres d'opération. Donc moins de pièces rebutées, moins d'inspection et conséquemment, moins de pièces retravaillées. Finalement, le cycle de développement de produit est raccourci.

Dans une approche plus traditionnelle de design, les sous-systèmes sont développés à un stade assez avancé de faisabilité afin de pouvoir les mettre à l'épreuve dans le système complet. C'est alors que surgissent de nouveaux problèmes causés par les interactions entre les sous-systèmes lors de l'étape de leur intégration. Ces problèmes sont la manifestation d'un manque de robustesse. Lorsque le sous-système A est intégré avec les sous-systèmes B, C, D,...pour la première fois, le sous-système A est mis dans un nouvel environnement de bruit que sont les sous-systèmes B, C, D,... Si le sous-système A n'est pas robuste alors la performance ne sera pas satisfaisante.

Par contre dans un contexte de développement robuste, les sous-systèmes A, B, C, ... seront robustes et les effets négatifs de leur intégration seront grandement atténués. En effet, le sous-système A est robuste vis à vis les autres sous-systèmes B, C, D, ... tandis que la grandeur des bruits causés par B, C, D, ... a été réduit. Combinés ces effets réduisent les problèmes de performance erratique après l'intégration des sous-systèmes. C'est de la prévention à son meilleur.

3. LA CONCEPTION ROBUSTE DU PRODUIT

3.1 La conception des essais

Après la phase initiale du choix d'un concept supérieur, l'équipe de design fait face à des décisions critiques qui vont au-delà de l'expertise collective pour l'optimisation des caractéristiques Y critiques pour la qualité (CPQ) L'équipe doit identifier les facteurs (ou paramètres) de contrôle critiques X et définir leur meilleur intervalle de variation. Par exemple, l'équipe pourrait identifier le coefficient de friction X comme un paramètre critique et leur expérience collective pourrait leur dicter que la *valeur nominale* (ou cible) devrait être entre 2 et 3. Cela est typique de l'activité de l'ingénierie traditionnelle.

Toutefois le problème est beaucoup plus difficile et là, leur expérience collective fait face à des difficultés qui vont bien au-delà de leur vécu collectif. En effet, l'équipe pourrait facilement identifier une **douzaine** de paramètres critiques parmi **plusieurs dizaines** de paramètres de design. Bien sûr le choix judicieux de la douzaine de paramètres repose sur leur jugement et leur expertise commune. Jusque là, le processus de design est maîtrisé. Maintenant, il semblerait prudent d'évaluer, disons, 3 possibilités pour chaque paramètre X : les extrémités de l'intervalle de variation ainsi que le point milieu de l'intervalle. Avec 12 paramètres par exemple, il y a un très grand nombre de possibilités : $3^{12} = 531\ 441$. Cela exige trop de ressources : durée pour les évaluations numériques, coût des prototypes, etc.

Une autre difficulté réside dans le choix de la métrique pour faire l'évaluation des prototypes alors que l'on est très tôt dans la phase de développement. Il est donc exclu d'évaluer toutes les possibilités. Mais cela pose la question : comment évaluer un nombre restreint de possibilités et obtenir une réponse satisfaisante qui repose sur une démarche que l'on peut résumer par : construire - tester - réparer. Ici, la démarche de design traditionnel a besoin d'un outil provenant de la statistique : la planification des essais. Cet outil permet de définir d'une

manière optimale l'ensemble restreint des tests à réaliser autrement que par la stratégie traditionnelle employée en design : faire varier un paramètre à la fois. Cette stratégie expérimentale est inefficace et inefficente. Elle ne permet pas de bien séparer les effets des paramètres, les effets ne sont pas estimés avec une précision égale et finalement, elle exige un nombre supérieur de tests en comparaison avec les plans statistiques.

3.2 La caractérisation de la robustesse

La robustesse pourrait se définir simplement par *petite variabilité autour d'une cible*. Les statisticiens ont depuis longtemps proposé le concept d'écart quadratique moyen (EQM) pour mesurer la performance d'une caractéristique Y visant une cible. L'indicateur de performance de Y est la somme de deux contributions définies par l'équation (1) :

$$\text{EQM} = \sigma_Y^2 + (\mu_Y - \tau)^2 \quad (1)$$

où

- σ_Y^2 représente la variance de la caractéristique Y
- μ_Y représente la moyenne de Y
- τ représente la cible nominale visée

Par exemple, la théorie de l'estimation des paramètres statistiques utilise le concept du EQM pour définir les concepts de précision et de biais d'un estimateur. Ici, il ne faut pas confondre le terme *paramètre* avec l'usage qu'en font les ingénieurs et scientifiques. Dans le cas de l'estimation, la performance Y est l'estimateur et la cible est le paramètre statistique inconnu que l'on veut estimer. On s'accorde pour dire que l'étape difficile dans la minimisation du EQM est la réduction de σ^2 et que, l'ajustement à la cible $(\mu - \tau)^2$ constitue la deuxième étape, généralement plus facile. D'autre part, la minimisation du EQM doit tenir en compte les sources de bruit, c'est à dire des facteurs incontrôlables. Cela ajoute une difficulté additionnelle rendant l'optimisation plus difficile.

3.3 Les sources de bruit

Les *bruits* sont les causes des variations de performance. Elles sont de trois catégories:

- les variations dans les conditions d'utilisation par les consommateurs; ce sont les plus importantes;
- les variations dans les conditions de production;
- les variations d'usure et autres formes de détérioration.

La troisième catégorie est semblable à la deuxième; le temps entre en compte car la deuxième catégorie se réalise à l'étape de production tandis que la troisième est postérieure et est liée à la fiabilité de performance. Il existe un certain contrôle durant la phase de production ainsi qu'un certain contrôle sur l'usure et autres détériorations durant la phase de design. Mais il faut accepter que ce contrôle est partiel car les sources de bruit ne peuvent être complètement éliminées. Le défi consiste à neutraliser le plus possible ces sources de bruit, l'objectif fondamental de la l'ingénierie robuste.

Un moyen d'obtenir la robustesse est de déterminer des *valeurs nominales* pour lesquelles la mesure de performance varie peu dans le voisinage de chacune des valeurs nominales. Par exemple, sur la figure B, on a le voltage d'une source de courant qui est une fonction de la résistance. La cible visée pour le voltage Y est 115. Le design initial pour la résistance est de 200 ohms donnant un voltage de 100, une valeur inférieure à la cible. Si d'autre part, on utilise une résistance de 250 ohms on obtient un voltage de 115. Mais si on examine la relation entre

la résistance et le voltage sur la figure B, on constate que la fonction a une pente raide sur l'intervalle de 100 à 250, disons. Si on utilise la résistance de 250 ohms il faudra exiger une petite tolérance sur la résistance, donc un coût supérieur pour obtenir le voltage désiré. Par contre, si l'on utilise l'intervalle de 300 à 400, la courbe de réponse du voltage a un comportement plat avec peu de variabilité. L'inconvénient c'est que le voltage est supérieur à la cible désirée. Il faut se rappeler qu'il est toujours plus facile d'atteindre la cible après avoir maîtriser la variabilité. Dans le cas de la source de courant cela peut, par exemple, utiliser une deuxième résistance à coût réduit et tolérance relâchée pour atteindre la cible désirée.

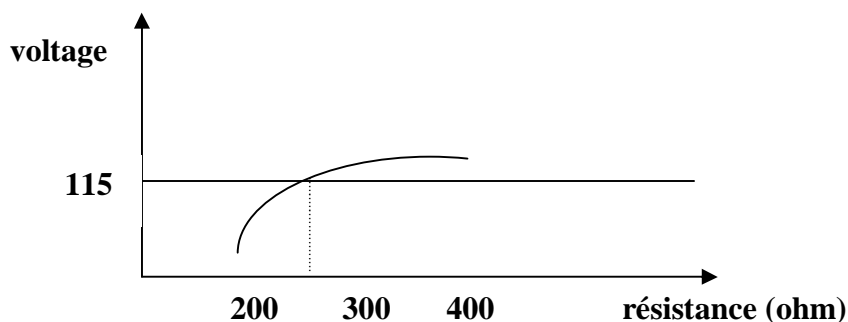


Figure B : concept de robustesse

3.4. Les étapes de conception robuste

Nous avons besoin d'une approche directe pour déterminer les zones planes de la réponse dans un contexte de plusieurs paramètres critiques, disons moins d'une quinzaine, qui régissent et contrôlent les procédés. La *conception paramétrique* est l'optimisation des valeurs nominales afin de réaliser la robustesse dans le plus court laps de temps. Les étapes du processus de conception paramétrique sont :

1. Définir la métrique de performance.
2. Définir les valeurs possibles de chaque paramètre critique.
3. Sélectionner des alternatives pour fin d'évaluation.
4. Imposer des conditions de bruit.
5. Évaluer la performance des alternatives.
6. Choisir le meilleur design.
7. Confirmer la robustesse du meilleur design.

Le choix de la mesure de performance Y est critique. La réponse Y doit représenter le plus fidèlement possible le transfert d'énergie venant du signal d'entrée. Des variables de réponse Y comme le rendement, le pourcentage de non-conformité, le nombre de défauts par millions d'opportunités DPMO, ne sont pas, en général, de bonnes mesures de performance car elles brisent l'addition des effets et conséquemment, complique le choix du design optimal.

Généralement on utilise trois valeurs possibles pour chacun des paramètres critiques. Comme nous l'avons vu précédemment le nombre total de possibilités croit de façon exponentielle et il faut trouver un moyen de limiter le nombre d'alternatives à tester. Heureusement l'utilisation des plans d'essais conçus avec des principes statistiques vient apporter une réponse pour sélectionner des alternatives. Les plans hyper Greco Latin (arrangements orthogonaux) de 18 essais et de 27 essais sont très employés pour le choix des tests à réaliser. La propriété d'orthogonalité et d'équilibre des différentes combinaisons est fondamentale ici. En particulier, cela permet de séparer les effets principaux de chaque paramètre indépendamment des autres. De plus, les combinaisons partielles de deux ou plusieurs paramètres apparaissent le même nombre de fois dans le design expérimental. Cette propriété est essentielle car les effets sont calculés avec des moyennes sur les réponses rendant les comparaisons équilibrées.

On impose les bruits à l'aide d'un deuxième design expérimental appelé *plan externe* (*outer array*). Chaque combinaison de paramètres définie par le premier design expérimental (*plan interne* ou *inner array*) est évaluée sous les conditions de bruit du plan externe et donne le rapport signal-bruit SB. Par exemple, on retient sept facteurs de bruit que l'on fait varier à deux valeurs extrêmes selon un plan de 8 essais. Si le plan interne contient 27 combinaisons et le plan externe contient 8 combinaisons, il faudra évaluer un grand total de $27 \times 8 = 216$ mesures de la réponse et 27 rapports *signal-bruit* SB.

En comparant les valeurs du SB on identifie la meilleure des 27 possibilités, celle qui maximise le rapport SB. Il est assez improbable que cette meilleure possibilité se retrouve parmi les 27 combinaisons initiales. On peut facilement interpoler parmi les 531 441 autres options. Il reste alors à évaluer la performance de la combinaison optimale. En effet, le processus d'optimisation n'est pas infaillible et des incertitudes subsistent. La présence d'interactions peut faire que la combinaison optimale n'est pas celle qui a été déterminé en supposant un modèle additif des effets principaux.

4 L'OPTIMISATION DES PARAMÈTRES DU PRODUIT

4.1 La classification des facteurs

On distingue cinq types de facteur :

- Fonctionnel* : mesure la sortie du procédé (système)
- Contrôle* : paramètres de design pour lesquels on peut choisir les valeurs nominales
- Bruit* : variations indésirables causant la dégradation de la fonction
- Signal* : variable principale à l'entrée du procédé
- Ajustement* : permet de modifier la réponse sans affecter la variabilité

et deux types de système

- Statique* : signal d'entrée constant
- Dynamique* : signal d'entrée variable

Un exemple d'un système dynamique est la direction d'une voiture; la réponse est le rayon de courbure de la voiture et le signal est l'angle du volant.

4.2 La réponse Y et la métrique fonctionnelle SB

- § On recherche une fonction Y qui capture les éléments essentiels de la physique de la transformation entre le signal d'entrée et la sortie. La tendance naturelle est d'employer des variables liées à la performance sur le terrain d'utilisation du produit. Par exemple, le taux de panne est très employé comme mesure de performance finale du produit durant l'utilisation. Toutefois, cette mesure de performance est une *piètre mesure de performance* dans un contexte de développement de produit. Mentionnons deux défauts de cette mesure. Elle n'incorpore pas la possibilité de faire des ajustements. De plus elle ne vérifie pas la propriété d'addition des effets. Les pannes sont généralement causées quand un paramètre excède une valeur limite. Par exemple, si deux lignes d'un circuit VLSI sont trop larges, cela produira un court-circuit. Il est donc préférable de mesurer la distance entre les deux lignes plutôt que la panne occasionnelle.

- § La métrique de comparaison des différents designs incorpore l'effet des facteurs de bruit.
- § La métrique utilise toute l'information et reflète la fonction de perte quadratique.
- § On suppose l'existence **d'au moins un** facteur d'ajustement.
- § On suppose que les **effets sont additifs**. si le facteur de contrôle A cause une amélioration de 20% et que le facteur B produit une amélioration de 10 % alors l'effet combiné de A et de B génère une amélioration de 30 %.
- § Les rapports signal-bruit SB les plus souvent utilisés sont de quatre types
 - valeur nominale visée
 - valeur minimale visée
 - valeur maximale visée
 - valeur proportionnelle visée

4.3 Le choix des valeurs et du nombre de paramètres

Sur la base d'un jugement collectif, l'équipe doit choisir **pas plus d'une douzaine de paramètres critiques**. Il faut aussi limiter le nombre de modalités de chaque paramètre. Il faut **au moins deux valeurs et préférablement trois valeurs** pour couvrir l'intervalle de faisabilité. Si on choisit trois valeurs, il est recommandé de prendre une valeur inférieure et une valeur supérieure à la valeur nominale envisagée. Si le paramètre prend des valeurs discrètes, on peut envisager plus de trois possibilités. En général, les évaluations sont réalisées expérimentalement et il faut limiter le nombre d'essais. Par exemple, si on considère le cas de 10 facteurs, chacun variant à 3 valeurs, alors le nombre d'essais ou de tests est de 59 049, ce qui n'est pas envisageable.

4.4 Le choix des designs d'évaluation

Si le nombre de facteurs est faible, disons 4 ou moins, alors il peut être possible de construire tous les prototypes possibles et d'effectuer tous les tests. Mais cette solution risque de ne pas être pratique pour des raisons de coûts ou de temps. On vient rapidement à la conclusion que la seule alternative est l'utilisation des plans d'essais conçus sur la base de principes statistiques. Taguchi propose l'utilisation des plans expérimentaux dits *arrangements orthogonaux* ayant la propriété fondamentale de séparer les effets principaux indépendamment les uns des autres. Le plan à 18 essais et le plan à 27 essais sont parmi les designs statistiques les plus employés. Le principe de la conduite des essais dans un ordre aléatoire (*randomisation*) n'est pas toujours réalisé car dans les expériences d'optimisation de robustesse on impose un contrôle sur les facteurs de bruit en imposant de grandes variations.

4.5 Les conditions de bruit

Le principe de base est de se placer dans des conditions qui vont provoquer les modes de défaillance. Les arrangements orthogonaux sont encore utilisés. Le plus souvent les facteurs de bruit varient à deux modalités et on recherche les combinaisons de facteurs qui sont susceptibles de provoquer des modes de défaillance.

4.6 L'évaluation des designs sélectionnés

Pour chaque combinaison des facteurs contrôlables de design, on évalue le rapport signal -bruit SB sur l'ensemble des conditions de facteurs de bruit.

4.7 L'identification du design optimal

On évalue le rapport SB qui sera utilisé pour identifier le design optimal. Les valeurs du rapport SB n'ont pas d'interprétation absolue car leurs valeurs changent si on change les conditions de bruit. Mais les valeurs relatives du rapport SB seront inchangées et les plus grandes valeurs permettront d'identifier le ou les designs optimaux. On peut estimer l'effet de chaque facteur sur le rapport SB en effectuant une analyse de la variance. On peut donc ainsi identifier les facteurs de design les plus importants . De plus on peut déterminer la modalité optimale de chaque facteur. On se rappellera que l'on fait l'hypothèse d'addition des effets principaux en adoptant un modèle du premier ordre entre la réponse et les facteurs de design. Généralement, moins de la moitié des facteurs de design sont critiques pour le choix de leurs modalités optimales. Pour les autres facteurs on choisit la modalité la plus économique.

La robustesse recherchée ayant ainsi été obtenue, il faut identifier au moins un facteur d'ajustement qui permet de se rapprocher de la cible. Il s'agit d'un facteur qui n'a pas ou peu d'effet sur le rapport SB , c'est à dire qui se retrouve parmi les facteurs les moins influents. Une analyse de la variance sur la réponse moyenne de chaque design permettra d'identifier les facteurs pouvant jouer le rôle d'ajustement. Cette optimisation en deux étapes s'applique uniquement dans le cas où l'on vise une valeur nominale.

Dans le cas de valeur minimale visée ou dans le cas de valeur maximale visée, le concept de facteur d'ajustement ne s'applique pas. Par exemple, si l'on vise une cible de zéro , il est évident qu'elle ne pourra pas être obtenue.

4.8 La confirmation

Après avoir déterminé le design qui semble optimal, on peut faire une prédiction de sa performance. Il est presque certain que le design optimal identifié n'est pas parmi la liste des designs d'évaluation. On doit confirmer sa supériorité en effectuant des essais avec ce design. Ces essais devraient donner une performance assez près de la valeur de performance prédite. Sinon on doit conclure que certaines hypothèses comme l'absence d'interaction entre les facteurs ne se sont pas valides. Mais en général on a réalisé une amélioration significative dans le design du produit.

4.9 La conception du procédé

Il s'agit d'optimiser la robustesse du procédé de fabrication vis à vis la variabilité des paramètres du procédé, le second type de facteurs de bruit tels les variations des propriétés des matériaux, les conditions ambiantes d'opérations, la variabilité dans la maintenance et l'usure des équipements et l'impact des opérateurs.

Le processus d'optimisation est le même que celui employé pour le produit. En effet, on peut considérer le procédé de fabrication comme un produit unique servant à fabriquer les produits. Toutefois, il y a une différence : il n'est pas nécessaire de solliciter le procédé en imposant des facteurs de bruit avec des modalités extrêmes comme on le fait pour les produits. En effet, les conditions en production sont quasiment idéales contrairement aux conditions d'utilisation chez le client, ce qui nous oblige à simuler celles-ci pour assurer la robustesse du produit.

Dans le cas du procédé il suffit de recueillir des données lorsque le procédé est en mode d'opération normale et ainsi obtenir le rapport SB. La différence se résume donc ainsi : pour le produit, on obtient les données en mode actif sollicité par le plan externe tandis qu'avec le procédé, les données sont des observées en mode passif.

5 EXEMPLE

5.1 Le Circuit électrique RL

La figure C représente un circuit électrique très simple. Un voltage V est appliqué à travers une résistance de R ohms connecté en série à une bobine d'inductance L

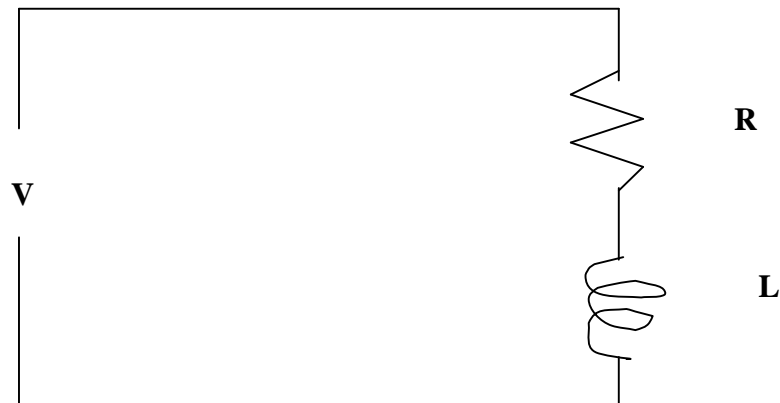


Figure C : circuit RL

Les facteurs de ce design sont

- Y le courant électrique, 10 ampères (A)
- V le voltage d'entrée, 100 V (AC)
- f la fréquence AC, 50 Hz ou 60 Hz
- R la résistance, avec coefficient de variation de 16 %
- L l'inductance, avec coefficient de variation de 16 %

Supposons que l'on vise une cible de 10A pour le courant. Le voltage est de 100 V (au Japon) on sait qu'il y a de la variabilité autour de cette valeur nominale. Pour des raisons historiques une partie du Japon est alimenté avec une puissance électrique à 50 Hz et une autre partie avec une alimentation à 60 Hz. Pour des raisons économiques il est avantageux d'avoir des appareils électriques qui opèrent aussi bien à 50 Hz qu'à 60 Hz. (cas du Japon.). Identifions le rôle des facteurs :

- Y est un facteur fonctionnel (réponse) avec une cible de 10 A
- V est un facteur de bruit avec des variations autour de la valeur nominale de 100V
- f est un facteur de bruit avec des valeurs de 50 ou de 60 Hz
- R est un facteur de contrôle ; on a la liberté de choisir une valeur optimale afin d'avoir la meilleure performance
- L est un facteur d'ajustement car lorsque les valeurs de Y, V, R et f sont spécifiés on peut calculer la valeur de L pour obtenir une valeur de 10 A pour Y

La première étape est de définir l'objectif; dans notre cas c'est de maintenir le courant à 10, qui constitue la cible. On veut une *petite variation* autour de la cible. Pour caractériser l'idée de petite variation quel critère doit-on utiliser ? Le concept de variation relative basé sur le coefficient de variation CV vient tout naturellement à l'esprit. Cela constitue la base du rapport signal-bruit SB à une transformation d'échelle près :

$$CV = \sigma / \mu \quad (2)$$

$$SB = -10 \log_{10} (CV^2) \quad (3)$$

Les valeurs de μ et de σ seront estimées avec

$$\hat{m} = \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

$$\hat{s} = s = \left[\frac{1}{n-1} \sum (y_i - \bar{y})^2 \right]^{1/2}$$

où y_1, y_2, \dots, y_n sont des données provenant de la réalisation d'un plan d'essais. Dans le cas de design de produit, les n valeurs sont associées au plan externe sur les facteurs de bruit pour chaque combinaison des facteurs de design du plan interne.

La deuxième étape consiste à choisir 3 valeurs pour les variables V, R, L et f . En général, la fonction qui relie Y aux autres facteurs est inconnue. Exceptionnellement, c'est le cas ici dans cet exemple, la théorie des circuits électriques nous permet d'écrire:

$$Y = V [R^2 + (2\pi fL)^2]^{0.5} \quad (4)$$

Lorsque les facteurs V, R, f et L prennent leurs valeurs nominales, la réponse de Y est 10 A, la valeur cible visée. Mais les facteurs V, R, f et L varient autour de leurs valeurs nominales. Le facteur R ayant été identifié comme paramètre de contrôle, on veut choisir la valeur nominale de R qui minimise la variation du courant Y . On commence par choisir 3 valeurs possibles de R . Supposons que la valeur nominale initiale de R est 5 ohms. Nous utilisons deux autres valeurs, une valeur plus petite et une valeur plus grande. Nous considérons les trois valeurs suivantes : 2.78, 5.00 et 9.00. Ces valeurs sont dans un rapport constant de 1.8. Les valeurs des paramètres de contrôle sont généralement choisies à intervalles égaux sur l'échelle arithmétique ou sur l'échelle géométrique. En utilisant ces trois valeurs de R , en fixant Y à 10 et f à 55, on obtient avec l'équation (3), le trio de valeurs pour R et L :

$$\begin{aligned} L &= 0.0278 \text{ Henry} && \text{avec } R = 2.78 \text{ ohms} \\ L &= 0.0251 \text{ Henry} && \text{avec } R = 5.00 \text{ ohms} \\ L &= 0.0126 \text{ Henry} && \text{avec } R = 9.00 \text{ ohms} \end{aligned}$$

5.2 Les facteurs de bruit

Valeur	V(volt)	R(ohms)	L(Henry)	f(Hz)
Basse	90	0.8 x nominal	0.8 x nominal	50
Nominal	100	nominal	nominal	55
Haute	110	1.2 x nominal	1.2 x nominal	60

Remarque : Les trois valeurs choisies des facteurs de bruit sont généralement

$$\text{nominal} - (3/2)^{0.5} \times \text{sigma}, \quad \text{nominal}, \quad \text{nominal} + (3/2)^{0.5} \times \text{sigma} \quad (5)$$

Un calcul direct montre que l'écart type de ces trois points est égal à sigma, l'indicateur de variabilité du paramètre de bruit. Dans notre cas nous avons supposé que $\sigma = 0.16 \times \text{nominal}$ ce qui donne

$$\text{nominal} - 1.2 \times 0.16 \times \text{nominal} = 0.8 \times \text{nominal}$$

$$\text{nominal} + 1.2 \times 0.16 \times \text{nominal} = 1.2 \times \text{nominal}$$

5.3 Le plan croisé des essais

Les possibilités sont formées de :

§ 3 valeurs de R formant la matrice interne

§ $3^4 = 81$ valeurs des 4 valeurs de (V, R, L, f) pour la matrice externe

Nous devons évaluer les $3 \times 81 = 243$ cas de la fonction Y. Notons trois caractéristiques de cet exemple. Tout d'abord, la fonction reliant la sortie aux entrées est connue, ce qui est très rare. En général, la fonction est inconnue et il faut en faire l'approximation par une série d'essais. Les plans d'essais statistiques sont alors d'une très grande utilité. La deuxième caractéristique est le fait de la présence d'un facteur, R dans notre cas, jouant le rôle de paramètre de design et de paramètre de bruit. Dans ce cas, il s'agit d'une analyse de sensibilité autour de la valeur optimale. Finalement le facteur L joue le rôle de paramètre d'ajustement car ses valeurs ont été choisies afin que $Y = 10$ avec chacune des trois valeurs de design de R. Le tableau A présente l'ensemble des 81 évaluations pour chacun des 3 designs.

Tableau A : résultats du plan croisé 3 x 81

Design 1 : $R_{\text{nominal}} = 2.78 \text{ Ohms}$ $L_{\text{nominal}} = 0.0278 \text{ H}$

ESSAI	V	F	R	L	Y
1	90	50	2.224	0.0224	12.19
2	90	50	2.224	0.0278	9.99
3	90	50	2.224	0.0334	8.40
4	90	50	2.780	0.0224	11.89
5	90	50	2.780	0.0278	9.82
6	90	50	2.780	0.0334	8.30
7	90	50	3.336	0.0224	11.56
8	90	50	3.336	0.0278	9.63
9	90	50	3.336	0.0334	8.18
10	90	55	2.224	0.0224	11.17
11	90	55	2.224	0.0278	9.13
12	90	55	2.224	0.0334	7.67
13	90	55	2.780	0.0224	10.94
14	90	55	2.780	0.0278	9.00
15	90	55	2.780	0.0334	7.59
16	90	55	3.336	0.0224	10.68
17	90	55	3.336	0.0278	8.85
18	90	55	3.336	0.0334	7.50
19	90	60	2.224	0.0224	10.31
20	90	60	2.224	0.0278	8.40
21	90	60	2.224	0.0334	7.05
22	90	60	2.780	0.0224	10.12
23	90	60	2.780	0.0278	8.30
24	90	60	2.780	0.0334	6.99
25	90	60	3.336	0.0224	9.91
26	90	60	3.336	0.0278	8.18
27	90	60	3.336	0.0334	6.92

28	100	50	2.224	0.0224	13.55
29	100	50	2.224	0.0278	11.10
30	100	50	2.224	0.0334	9.33
31	100	50	2.780	0.0224	13.22
32	100	50	2.780	0.0278	10.91
33	100	50	2.780	0.0334	9.22
34	100	50	3.336	0.0224	12.84
35	100	50	3.336	0.0278	10.70
36	100	50	3.336	0.0334	9.09
37	100	55	2.224	0.0224	12.42
38	100	55	2.224	0.0278	10.14
39	100	55	2.224	0.0334	8.52
40	100	55	2.780	0.0224	12.16
41	100	55	2.780	0.0278	10.00
42	100	55	2.780	0.0334	8.43
43	100	55	3.336	0.0224	11.86
44	100	55	3.336	0.0278	9.83
45	100	55	3.336	0.0334	8.33
46	100	60	2.224	0.0224	11.45
47	100	60	2.224	0.0278	9.33
48	100	60	2.224	0.0334	7.83
49	100	60	2.780	0.0224	11.25
50	100	60	2.780	0.0278	9.22
51	100	60	2.780	0.0334	7.76
52	100	60	3.336	0.0224	11.01
53	100	60	3.336	0.0278	9.09
54	100	60	3.336	0.0334	7.69
55	110	50	2.224	0.0224	14.90
56	110	50	2.224	0.0278	12.21
57	110	50	2.224	0.0334	10.27
58	110	50	2.780	0.0224	14.54
59	110	50	2.780	0.0278	12.00
60	110	50	2.780	0.0334	10.14
61	110	50	3.336	0.0224	14.12
62	110	50	3.336	0.0278	11.77
63	110	50	3.336	0.0334	10.00
64	110	55	2.224	0.0224	13.66
65	110	55	2.224	0.0278	11.15
66	110	55	2.224	0.0334	9.37
67	110	55	2.780	0.0224	13.37
68	110	55	2.780	0.0278	11.00
69	110	55	2.780	0.0334	9.28
70	110	55	3.336	0.0224	13.05
71	110	55	3.336	0.0278	10.82
72	110	55	3.336	0.0334	9.17
73	110	60	2.224	0.0224	12.60
74	110	60	2.224	0.0278	10.27
75	110	60	2.224	0.0334	8.61
76	110	60	2.780	0.0224	12.37
77	110	60	2.780	0.0278	10.14
78	110	60	2.780	0.0334	8.54
79	110	60	3.336	0.0224	12.11
80	110	60	3.336	0.0278	10.00
81	110	60	3.336	0.0334	8.45

Design 2 : $R_{\text{nominal}} = 5.00 \text{ Ohms}$ $L_{\text{nominal}} = 0.0251 \text{ H}$

1	90	50	4.000	0.0201	12.05
2	90	50	4.000	0.0251	10.18
3	90	50	4.000	0.0301	8.76
4	90	50	5.000	0.0201	11.18
5	90	50	5.000	0.0251	9.64
6	90	50	5.000	0.0301	8.41
7	90	50	6.000	0.0201	10.34
8	90	50	6.000	0.0251	9.08
9	90	50	6.000	0.0301	8.03
10	90	55	4.000	0.0201	11.24
11	90	55	4.000	0.0251	9.42
12	90	55	4.000	0.0301	8.07
13	90	55	5.000	0.0201	10.52
14	90	55	5.000	0.0251	8.99
15	90	55	5.000	0.0301	7.79
16	90	55	6.000	0.0201	9.81
17	90	55	6.000	0.0251	8.53
18	90	55	6.000	0.0301	7.49
19	90	60	4.000	0.0201	10.51
20	90	60	4.000	0.0251	8.76
21	90	60	4.000	0.0301	7.48
22	90	60	5.000	0.0201	9.92
23	90	60	5.000	0.0251	8.41
24	90	60	5.000	0.0301	7.25
25	90	60	6.000	0.0201	9.32
26	90	60	6.000	0.0251	8.03
27	90	60	6.000	0.0301	7.01
28	100	50	4.000	0.0201	13.39
29	100	50	4.000	0.0251	11.31
30	100	50	4.000	0.0301	9.73
31	100	50	5.000	0.0201	12.42
32	100	50	5.000	0.0251	10.71
33	100	50	5.000	0.0301	9.34
34	100	50	6.000	0.0201	11.49
35	100	50	6.000	0.0251	10.09
36	100	50	6.000	0.0301	8.93
37	100	55	4.000	0.0201	12.49
38	100	55	4.000	0.0251	10.47
39	100	55	4.000	0.0301	8.97
40	100	55	5.000	0.0201	11.69
41	100	55	5.000	0.0251	9.99
42	100	55	5.000	0.0301	8.66
43	100	55	6.000	0.0201	10.90
44	100	55	6.000	0.0251	9.48
45	100	55	6.000	0.0301	8.32
46	100	60	4.000	0.0201	11.68
47	100	60	4.000	0.0251	9.73
48	100	60	4.000	0.0301	8.31
49	100	60	5.000	0.0201	11.02
50	100	60	5.000	0.0251	9.34
51	100	60	5.000	0.0301	8.06

52	100	60	6.000	0.0201	10.35
53	100	60	6.000	0.0251	8.93
54	100	60	6.000	0.0301	7.79
55	110	50	4.000	0.0201	14.73
56	110	50	4.000	0.0251	12.44
57	110	50	4.000	0.0301	10.71
58	110	50	5.000	0.0201	13.67
59	110	50	5.000	0.0251	11.78
60	110	50	5.000	0.0301	10.28
61	110	50	6.000	0.0201	12.63
62	110	50	6.000	0.0251	11.10
63	110	50	6.000	0.0301	9.82
64	110	55	4.000	0.0201	13.73
65	110	55	4.000	0.0251	11.52
66	110	55	4.000	0.0301	9.86
67	110	55	5.000	0.0201	12.86
68	110	55	5.000	0.0251	10.99
69	110	55	5.000	0.0301	9.53
70	110	55	6.000	0.0201	11.99
71	110	55	6.000	0.0251	10.43
72	110	55	6.000	0.0301	9.16
73	110	60	4.000	0.0201	12.85
74	110	60	4.000	0.0251	10.71
75	110	60	4.000	0.0301	9.14
76	110	60	5.000	0.0201	12.12
77	110	60	5.000	0.0251	10.28
78	110	60	5.000	0.0301	8.87
79	110	60	6.000	0.0201	11.39
80	110	60	6.000	0.0251	9.82
81	110	60	6.000	0.0301	8.57

Design 3 : $R_{\text{nominal}} = 9.00 \text{ Ohms}$ $L_{\text{nominal}} = 0.0126 \text{ H}$

ESSAI	V	F	R	L	Y
1	90	50	7.200	0.0101	11.44
2	90	50	7.200	0.0126	10.95
3	90	50	7.200	0.0151	10.43
4	90	50	9.000	0.0101	9.43
5	90	50	9.000	0.0126	9.15
6	90	50	9.000	0.0151	8.84
7	90	50	10.800	0.0101	8.00
8	90	50	10.800	0.0126	7.82
9	90	50	10.800	0.0151	7.63
10	90	55	7.200	0.0101	11.25
11	90	55	7.200	0.0126	10.70
12	90	55	7.200	0.0151	10.12
13	90	55	9.000	0.0101	9.33
14	90	55	9.000	0.0126	9.00
15	90	55	9.000	0.0151	8.65
16	90	55	10.800	0.0101	7.93
17	90	55	10.800	0.0126	7.73
18	90	55	10.800	0.0151	7.50
19	90	60	7.200	0.0101	11.05

20	90	60	7.200	0.0126	10.43
21	90	60	7.200	0.0151	9.80
22	90	60	9.000	0.0101	9.21
23	90	60	9.000	0.0126	8.84
24	90	60	9.000	0.0151	8.45
25	90	60	10.800	0.0101	7.86
26	90	60	10.800	0.0126	7.63
27	90	60	10.800	0.0151	7.37
28	100	50	7.200	0.0101	12.71
29	100	50	7.200	0.0126	12.17
30	100	50	7.200	0.0151	11.59
31	100	50	9.000	0.0101	10.48
32	100	50	9.000	0.0126	10.17
33	100	50	9.000	0.0151	9.83
34	100	50	10.800	0.0101	8.89
35	100	50	10.800	0.0126	8.69
36	100	50	10.800	0.0151	8.48
37	100	55	7.200	0.0101	12.50
38	100	55	7.200	0.0126	11.88
39	100	55	7.200	0.0151	11.24
40	100	55	9.000	0.0101	10.36
41	100	55	9.000	0.0126	10.00
42	100	55	9.000	0.0151	9.61
43	100	55	10.800	0.0101	8.81
44	100	55	10.800	0.0126	8.59
45	100	55	10.800	0.0151	8.34
46	100	60	7.200	0.0101	12.28
47	100	60	7.200	0.0126	11.59
48	100	60	7.200	0.0151	10.89
49	100	60	9.000	0.0101	10.24
50	100	60	9.000	0.0126	9.83
51	100	60	9.000	0.0151	9.39
52	100	60	10.800	0.0101	8.73
53	100	60	10.800	0.0126	8.48
54	100	60	10.800	0.0151	8.19
55	110	50	7.200	0.0101	13.98
56	110	50	7.200	0.0126	13.39
57	110	50	7.200	0.0151	12.75
58	110	50	9.000	0.0101	11.53
59	110	50	9.000	0.0126	11.19
60	110	50	9.000	0.0151	10.81
61	110	50	10.800	0.0101	9.77
62	110	50	10.800	0.0126	9.56
63	110	50	10.800	0.0151	9.32
64	110	55	7.200	0.0101	13.75
65	110	55	7.200	0.0126	13.07
66	110	55	7.200	0.0151	12.36
67	110	55	9.000	0.0101	11.40
68	110	55	9.000	0.0126	11.00
69	110	55	9.000	0.0151	10.57
70	110	55	10.800	0.0101	9.69
71	110	55	10.800	0.0126	9.45
72	110	55	10.800	0.0151	9.17
73	110	60	7.200	0.0101	13.51

74	110	60	7.200	0.0126	12.75
75	110	60	7.200	0.0151	11.98
76	110	60	9.000	0.0101	11.26
77	110	60	9.000	0.0126	10.81
78	110	60	9.000	0.0151	10.33
79	110	60	10.800	0.0101	9.61
80	110	60	10.800	0.0126	9.32
81	110	60	10.800	0.0151	9.01

5.4 La comparaison des designs

Le tableau B présente les principales caractéristiques numériques des trois designs.

Tableau B : caractéristiques des designs
cible nominale de 10

<u>DESIGN</u>	<u>MIN</u>	<u>MAX</u>	<u>MOYENNE</u>	<u>ET</u>	<u>VAR</u>	<u>CV</u>	<u>EQM</u>	<u>SB</u>
design 1	6.92	4.905	10.233	1.901	3.614	0.186	3.668	14.620
design 2	7.01	4.726	10.133	1.677	2.812	0.165	2.830	15.624
design 3	7.37	3.985	10.147	1.649	2.719	0.163	2.741	15.782

où ET : écart type VAR = ET² : variance CV : coefficient de variation
EQM : écart quadratique moyen SB : signal-bruit

Les valeurs de EQM, SB et CV sont calculés avec les équations (1), (2) et (3). Les trois designs sont représentés par les figures D1, D2 et D3.

Le design no 3 est le meilleur selon les critères du EQM et du rapport signal-bruit SB. C'est le plus robuste parmi les trois designs considérés.

On trouvera en appendice la démonstration de l'équivalence entre le critère de maximisation du rapport signal-bruit SB et la minimisation de l'écart quadratique moyen EQM sous l'hypothèse de l'existence de facteurs d'ajustement.

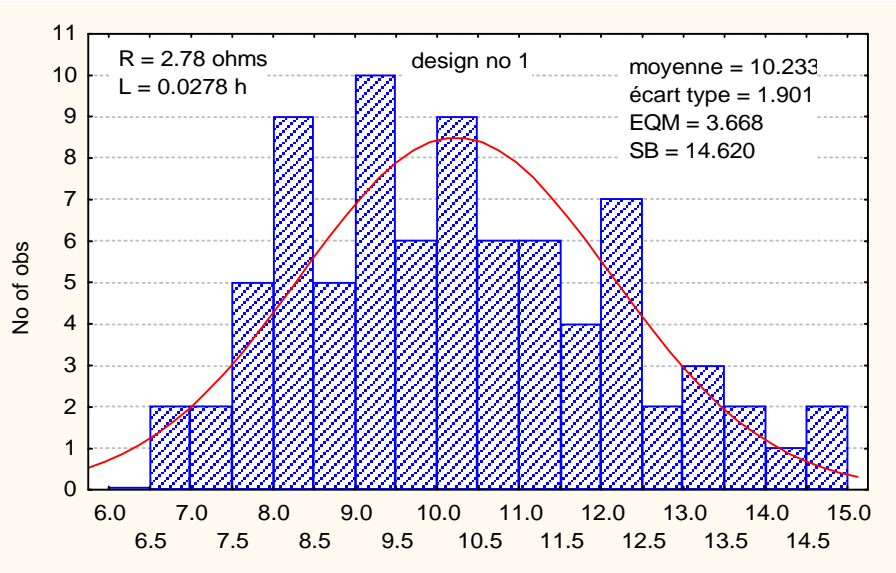


Figure D 1 : design no 1

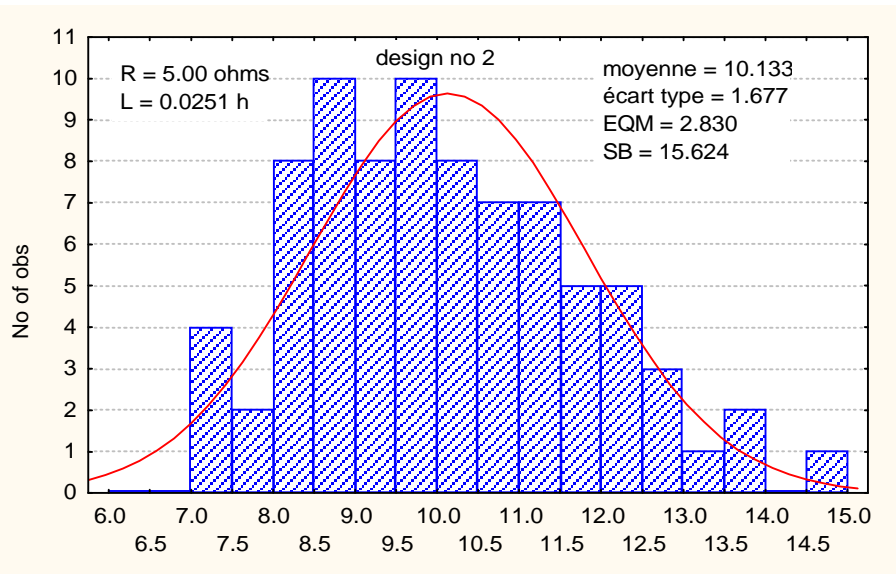


Figure D 2 : design no 2

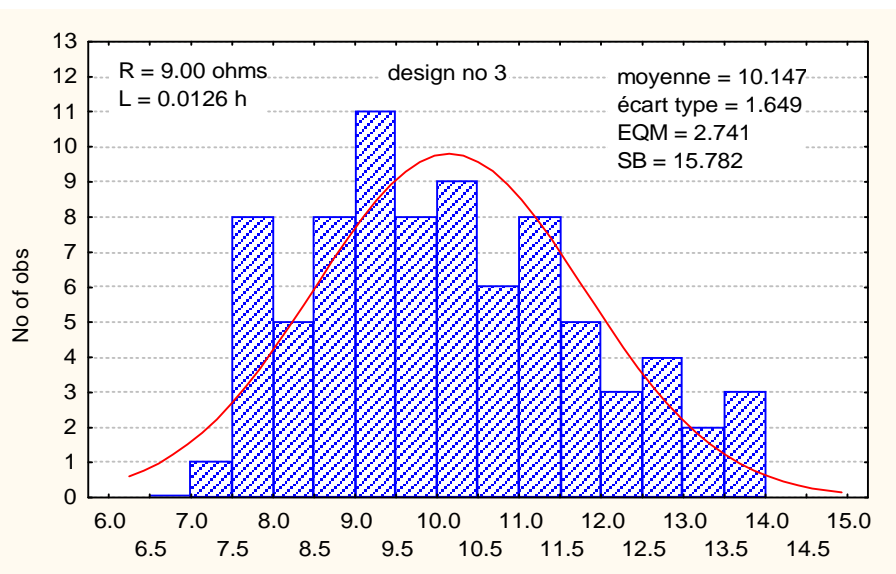


Figure D 3 : design no 3

6 LA CONCEPTION DES TOLÉRANCES

6.1 Les coûts technologiques

À l'étape du design des paramètres, les meilleures valeurs nominales ont été choisies. À l'étape du design des tolérances on doit déterminer la précision désirée autour de ces valeurs. Cela demande de réaliser deux activités: choisir les équipements appropriés et de mettre les valeurs de tolérance sur les dessins. Le choix des équipements déterminera le procédé de fabrication ayant la meilleure combinaison de coût unitaire de fabrication et d'écart type (précision). L'analyse des tolérances est principalement une question d'analyse économique : choisir les niveaux de précision les plus économiques. En effet, il y a toujours une relation inverse entre le niveau de précision désiré et le coût de fabrication tel qu'il illustré à la figure E.

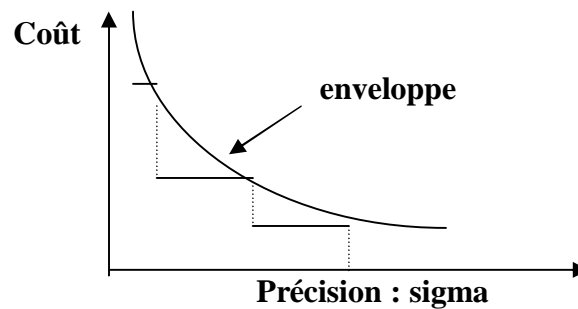


Figure E : conception des tolérances - choix entre divers procédés

6.2 La méthode d'analyse

La relation entre la variable de réponse Y et les paramètres de design X peut se mettre sous forme d'un polynôme du premier ordre en considérant le développement limité du Taylor autour des valeurs nominales des paramètres de design. Cela est d'autant plus vrai que nous sommes intéressés par de légères variations autour de celles-ci. Nous avons donc

$$Y = \tau_y + \beta_1(X_1 - \tau_1) + \dots + \beta_k(X_k - \tau_k) \quad (6)$$

où

τ_y est la valeur nominale (et la moyenne) de Y

τ_i est la valeur nominale (et la moyenne) de X_i

β_i est la dérivée partielle de Y par rapport à X_i $i = 1, 2, 3, \dots$

Si l'on suppose que les facteurs X_i sont indépendants, alors

$$\text{Var}(Y) = \sigma_y^2 = \sum \beta_i^2 \sigma_i^2 \quad (7)$$

où

σ_y est l'écart type de Y

σ_i est l'écart type de X_i

La relation entre le EQM et la perte quadratique moyenne PM de Y est

$$\text{PM} = k \text{EQM} = k [\sigma_y^2 + (\mu_y - \tau)^2] \quad (8)$$

où k est une constante que l'on peut évaluer en connaissant la perte P à une valeur $Y = y_0$.

Par exemple, y_0 pourrait être cette valeur se situant à la limite de l'intervalle de tolérance où la caractéristique est déclarée de qualité satisfaisante. Lorsque $Y = y_0$ on a

$$P(Y = y_0) = k \quad (9)$$

où k correspond à un coût de réparation ou de mise au rebut d'un produit non satisfaisant.

L'analyse des tolérances est une analyse économique qui compare la réduction de la perte moyenne PM, notée ΔPM , avec le coût additionnel C en choisissant une technologie supérieure avec des écarts types nouveaux σ_{i1} plus petits que l'écart type initial $\sigma_{i0} < \sigma_{i1}$. La réduction de perte moyenne avec l'adoption de l'écart type σ_{i1} est donnée par

$$\Delta PM_i = k \beta_i^2 (\sigma_{i0}^2 - \sigma_{i1}^2) \quad (10)$$

Les calculs nécessaires sont présentés dans le tableau C.

Tableau C : analyse économique des tolérances

Paramètre X	écart type initial σ^0	écart type nouveau σ^1	coût additionnel C	réduction économie ΔPM $E = \Delta PM - C$
1	σ_1^0	σ_1^1	C_1	$E_1 = \Delta PM_1 - C_1$
2	σ_2^0	σ_2^0	C_2	$E_2 = \Delta PM_2 - C_2$
i	σ_i^0	σ_i^1	C_i	$E_i = \Delta PM_i - C_i$
n	σ_n^0	σ_n^1	C_n	$E_n = \Delta PM_n - C_n$
perte	PM initial	PM nouveau		

6.3 Exemple numérique : le circuit RL

Illustrons les calculs avec le circuit RL déjà présenté lors de la présentation du concept de robustesse. La relation entre Y et les paramètres du circuit est donnée par l'équation (4) :

$$Y = V [R^2 + (2\pi fL)^2]^{-0.5}$$

On peut faire un développement de Taylor d'ordre 1 autour des valeurs nominales du design no 3 : $V = 100$, $R = 9.00$, $L = 0.0126$, $f = 55$. Le calcul des dérivées partielles de Y par rapport à R et par rapport à L donne

$$\frac{\partial Y}{\partial R} = -V R [R^2 + (2\pi fL)^2]^{-1.5} \quad (11)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = -V L [R^2 + (2\pi fL)^2]^{-1.5} (2\pi f)^2 \quad (12)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial R} = - 0.90 \quad (13)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = - 150.56 \quad (14)$$

Autour des valeurs nominales $R = 9$ et $L = 0.0126$, on a l'approximation du premier ordre suivante pour Y

$$Y = 10 - 0.90 * (R - 9) - 150.56 * (L - 0.0126) \quad (15)$$

La variance de Y et la perte moyenne sont donnés par les équations (16) et (17)

$$\sigma_y^2 = \text{Var}(Y) = (-0.90)^2 \sigma_R^2 + (-150.56)^2 \sigma_L^2 \quad (16)$$

$$\text{PM} = k [\sigma_y^2 + (10.147 - 10)^2] \quad (17)$$

Le tableau D présente les calculs basés sur les hypothèses d'écart types et de coûts sur R et L . Nous supposons que la perte P est égale à 100 \$ si $Y = y_0 = 6$ ou 14. On obtient $k = 6.25$

Tableau D : analyse économique des tolérances - circuit RL

paramètre	écart type initial σ^0	écart type nouveau σ^1	coût additionnel C	réduction ΔPM	économie $E = \Delta\text{PM} - C$
R	0.300	0.150	0.10 \$	0.34	0.24
L	0.002	0.001	0.40 \$	0.42	0.02
σ_y^2	0.1635	0.0487	-----	-----	-----
PM (\$)	1.16	0.44	0.50	0.72	0.22

L'analyse précédente montre que le choix des meilleurs équipements de production est essentiellement une analyse économique. Les tolérances, c'est à dire les nombres apparaissant sur les dessins, reflètent le rôle plus traditionnel et plus connu de celles-ci :

- § un moyen de communication entre des fonctions séparées de design et de fabrication;
- § classement des pièces avec des jauges *go/no go*, une méthode d'inspection répandue.

Les jauges doivent être remplacées par des mesures qui permettent de substituer la fonction de perte traditionnelle de forme carrée par la fonction quadratique de perte de Taguchi.

6.4 Les tolérances de fabrication

Il est nécessaire de déterminer la *meilleure* tolérance, cette valeur qui apparaît sur les dessins. Taguchi utilise un système de tolérance à trois paliers. Tout d'abord il y a la **tolérance T_C du client**, valeur telle que 50% ou plus (disons) des clients ne seront pas satisfaits. A cette valeur correspond une perte P_C selon le modèle de fonction quadratique tel qu'illustré à la figure F.

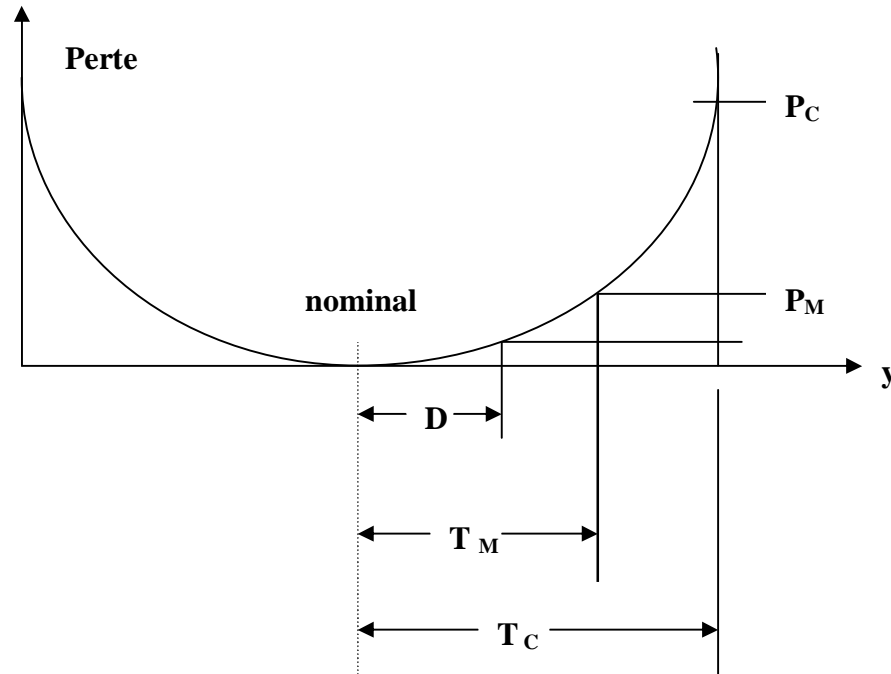


Figure F : le système à trois tolérances

En deuxième lieu il y a la **tolérance du manufacturier T_M** et la perte associée P_M . Cette tolérance est plus petite que la tolérance du client. La perte P_M est plus petite que la perte P_C car il coûte moins cher d'implanter des actions à l'usine pour contrecarrer les effets de la mauvaise qualité. La tolérance T_M est celle que l'on retrouve dans les dessins. Enfin il y a une troisième tolérance notée D , une limite d'ajustement pour limiter les variations en cours de production. Cette dernière tolérance limite encore les pertes. L'équation qui relie la valeur de T_M aux autres valeurs T_C , P_M et P_C est

$$T_M = [P_M / P_C]^{0.5} T_C \quad (18)$$

Cette tolérance T_M devient la frontière entre les produits à retravailler ($y > T_M$) et ceux que l'on peut livrer. Enfin la troisième limite de tolérance D est employée durant le *contrôle en cours de fabrication*.

Les tolérances client pour les composants X s'obtiennent par l'équation (19)

$$T_{C,X} = T_C / \beta \quad (19)$$

où T_C représente la tolérance client sur la réponse Y et β est le coefficient de sensibilité du composant X sur la réponse Y tel que défini par l'équation (6). Par exemple dans le cas du circuit RL on a

$$T_{C,R} = 4 / 0.90 = 4.44 \text{ ohms}$$

$$T_{C,L} = 4 / 150.56 = 0.0266 \text{ henry}$$

Bien sûr le client ne connaît pas explicitement ces tolérances. Il ne peut que préciser la tolérance sur la réponse Y. Si on suppose que le coût des contre mesures pour le manufacturier est de 5 \$ (disons) lorsque que ces composants sont hors tolérance, alors on peut déterminer les tolérances du manufacturier pour le composant X, noté $T_{M,X}$ l'aide de la même équation de relation qui s'appliquait sur la performance Y en utilisant l'équation (18)

Nous avons donc

$$T_{M,R} = (5 / 100)^{0.5} 4.44 = 0.99 \text{ ohm}$$

$$T_{M,L} = (5 / 100)^{0.5} 0.0266 = 0.0059 \text{ henry}$$

Si les procédés de fabrication des composants ont des indices de capabilité C_p et C_{pk} assez grands, disons 1.5 et plus comme dans la philosophie six sigma, alors la nécessité d'avoir recours à des contrôle à l'aide de tolérances devient une activité sans valeur ajoutée. Par contre, si ces niveaux de capabilité ne sont pas atteints, il faut continuer à y avoir recours avec des activités d'inspection en cours de fabrication. Encore ici, Taguchi a proposé une méthode mais nous ne l'exposerons pas car elle touche la fabrication. Nous avons choisi de présenter uniquement la contribution la plus importante de Taguchi c'est à dire le concept de robustesse durant la phase de conception.

7. CONCLUSION

La controverse sur l'approche Taguchi existe encore aujourd'hui. La communauté statistique critique les méthodes proposées par Taguchi comme n'étant pas de la *bonne statistique* tandis que d'autre part, la communauté des ingénieurs avance le postulat que la statistique n'est pas de *l'ingénierie respectable*. Nous croyons que la controverse est plutôt le résultat d'un manque de compréhension sur la nature des activités de l'ingénieur et du statisticien. Ce manque de compréhension n'est pas nouveau par ailleurs. Taguchi s'intéresse aux activités de design et adapte les concepts statistiques pour les circonstances. Les statisticiens sont, en général, très peu impliqués dans ces activités de design. Ils sont plutôt impliqués dans des activités et projets reliés à l'acquisition de connaissances et de données et, leur produit principal est la méthodologie scientifique et les méthodes d'analyse pour interpréter les données.

Nous croyons que les distinctions sur le rôle et la nature des paramètres d'un système est essentiel pour apprécier la contribution de Taguchi. Nous ne prétendons pas avoir donner une réponse définitive à cette controverse mais espérons que cette présentation saura rallier les points de vue et de faire le pont entre les deux communautés. Le compromis doit, s'il existe, tenir compte inévitablement des idées de Taguchi.

RÉFÉRENCES

- [1] Box, G. E. P., S. Bisgaard, C. Fung (1988). *An explanation and Critique of Taguchi's Contributions to Quality Engineering*. Quality and Reliability Engineering International, Vol 4, no 2, april-june 1988 : 123-133
- [2] Bajaria, H. J. (1996). *TQM in Action Conference*, Sheffield, July 8-10, United Kingdom.
- [3] Box, G. E. P. (1988). *Signal to Noise Ratios, Performance Criteria and Transformations*. Technometrics, vol 30 : 1-40, with discussion.
- [4] Clausing, Don (1994). *Total Quality Development : Step - by - Step guide to World- Class Concurrent Engineering*, : ASME Press, New York.
- [5] Lochner, R. H. (1991). *Pros and Cons of Taguchi*. Quality Engineering vol. 3 : 537-550.
- [6] Leon, R. V., A., C. Shoemaker, K. N. Kacker. (1987) *Performance Measures Independent of Adjustment - An Explanation and Extension of Taguchi's Signal-to-Noise Ratios*. Technometrics, vol 29 : 253-265.
- [7] Myers, R. H. and D. C. Montgomery (1995). *Response Surface Methodology. Process and Product Optimization Using Designed Experiments*. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- [8] Nair, V. N. (1986). *Testing in Industrial Experiments with Ordered Categorical Data*. Technometrics, vol 28 : 295-301, with discussion.
- [10] Nair, V. N. et al (1992). *Taguchi's Parameter Design : A Panel Discussion*. Technometrics, vol 34 : 127-161.
- [11] Phadke, Madhav S. (1989) *Quality Engineering Using Robust Design*, Englewood Cliffs, N. J., : Prentice- Hall
- [12] Phadke, Madhav S. and Genichi Taguchi, (1987). *Selection of Quality Characteristics and S/N Ratios for Robust Design*. Proceeding of the IEEE GLOBECOM-87 Conference, Tokyo : 1002-1007
- [13] Pugh, Stuart (1991). *Total Design*. Reading, Mass : Addison-Westley.
- [14] Pignatiello J. and J. Ramberg (1991). *Top Ten Triumphs and Tragedies Of Genichi Taguchi*. Quality Engineering, vol. 4 : 211-225.
- [15] Shoemaker A. C. and R.N. Kacker (1988). *A Methodology for Planning Experiments in Robust and Process Designs*. Quality and Reliability Engineering International, Vol 4, , april-june 1988 : 95-103.
- [16] Taguchi, Genechi (1986). *Introduction to Quality engineering : Designing Quality into Products and Processes*. UNIPUB/Kraus International Publications, White Plains, N.Y.
- [17] Taguchi, Genechi and Don Clausing. (1990) *Robust Quality*. Harvard Business Review 68, jan-feb : 65-75.
- [18] Taguchi, G., S Choudhury and Shin Taguchi (2000) *Robust Engineering*, McGraw-Hill, New York, N.Y.
- [19] Wheeler, Donald (1988). *Understanding Industrial Experimentation*, 2nd ed. SPC Press Inc., Knoxville, TE

Appendice **Équivalence entre minimiser EQM et maximiser SB**

- cas nominal : $0 < t < \infty$
- il existe des facteurs d'ajustement

Notation

			1 2J
	Z1	matrice facteurs bruit	
	Z2		
	M		
$x_1 x_2$	KK		
1	matrice facteurs contrôle	données	
	$x = (x_1, x_2, \mathbf{K})$	y_{ij} $N \times J$	
N			

$$\bar{y}_i = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J y_{ij}$$

$$s_i^2 = \frac{1}{J-1} \sum_{j=1}^J (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$$

Modèle des données

$$y_{ij} = m(\tilde{x}) + s(\tilde{x}) e_{ij}$$

$$e_{ij} \sim N(0,1) \quad i = 1, 2, \mathbf{K} N, \quad j = 1, \mathbf{K} J$$

Critères et estimation

moyenne $m(\tilde{x}) = \int y f_Y(y(\tilde{x})) dy$

variance $s^2(\tilde{x}) = \int (y - m(\tilde{x}))^2 f_Y(y/\tilde{x}) dy$

signal-bruit SB $SB = \ln(m^2(\tilde{x}) / s^2(\tilde{x})) = -\ln(s^2(\tilde{x}) / m^2(\tilde{x}))$

écart quadratique moyen
EQM $EQM(t) = s^2(\tilde{x}) + (m(\tilde{x}) - t)^2$

SB et EQM sont des fonctions de \tilde{x} et elles seront estimées par

$$\hat{SB} = \ln(\bar{y}_i^2 / s_i^2)$$

$$\hat{EQM}(t) = s_i^2 + (\bar{y}_i - t)^2$$

Hypothèse

$$\tilde{x} = (\tilde{d}, \tilde{a})$$

\tilde{a} : facteurs d'ajustement c'est à dire influencent μ mais pas σ

$$SB(\tilde{x}) = SB(\tilde{d}) \text{ ne dépend pas de } \tilde{a}$$

$$s^2(\tilde{x}) = s^2(\tilde{d}, \tilde{a})$$

$$m(\tilde{x}) = m(\tilde{d}, \tilde{a})$$

$$\begin{aligned}
EQM(t) &= s^2(d, a) + [m(d, a) - t]^2 \\
&= m^2(d, a) \frac{s^2(d, a)}{m^2(d, a)} + [m(d, a) - t]^2 \\
&= m^2(d, a) e^{-\ln \frac{m^2}{s^2}} + [m(d, a) - t]^2 \\
&= m^2(d, a) e^{-SB(d)} + [m(d, a) - t]^2
\end{aligned}$$

Le minimum de EQM est obtenu par

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial a} EQM(t) &= 2m \frac{\partial m}{\partial a} e^{-SB(d)} + 2[m(d, a) - t] \frac{\partial m}{\partial a} = 0 \\
2m \frac{\partial m}{\partial a} (1 + e^{-SB}) &= 2t \frac{\partial m}{\partial a}
\end{aligned}$$

c'est-à-dire

$$m^* = \frac{t}{1 + e^{-SB}}$$

Alors

$$\begin{aligned}
&Min \\
&a \\
m &= m^*
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
EQM(t) &= m^{*2} e^{-SB(d)} + (m^* - t)^2 \\
&= \frac{t^2}{(1 + e^{-SB})^2} e^{-SB} + \left(\frac{t}{1 + e^{-SB}} - t\right)^2 \\
&= t^2 \left[\frac{e^{-SB}}{(1 + e^{-SB})^2} + \left(\frac{1}{1 + e^{-SB}} - 1\right)^2 \right] \\
&= t^2 \left[\frac{e^{-SB}}{(1 + e^{-SB})^2} + \frac{e^{-2SB}}{(1 + e^{-SB})^2} \right] \\
&= \frac{t^2}{(1 + e^{-SB})^2} [e^{-SB} + e^{-2SB}] \\
&= \frac{t^2}{(1 + e^{-SB})^2} e^{-SB} (1 + e^{-SB}) \\
&= \frac{t^2 e^{-SB}}{1 + e^{-SB}} = \frac{t^2}{1 + e^{-SB}}
\end{aligned}$$

C'est une fonction décroissante de SB . Donc minimiser EQM est équivalent à maximiser SB à la condition qu'il existe des facteurs d'ajustement.