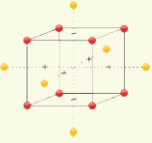


# Contrôle Statistique des Processus (CSP)

## Cartes de Contrôle de Shewhart (CCS)

### Statistical Process Control (SPC)




**Bernard Clément, PhD**  
*Statisticien*

**Génistat Conseils**

1205-80 Berlioz  
Verdun, QC  
Canada H3E 1N9

Cell : 514-677-7896  
genistat@sympatico.ca



2900, boul. Édouard-Montpetit  
2500, chemin de Polytechnique  
Montréal (Québec) Canada H3T 1J4  
**Adresse postale**  
C.P. 6079, succ. Centre-ville  
Montréal (Québec) Canada H3C 3A7

**Bernard Clément, PhD**  
Professeur titulaire  
Département de mathématiques et de génie industriel  
Pavillon principal, bureau A-520.30  
bernard.clement@polymtl.ca ■ www.polymtl.ca  
Tél. : 514 340-4711 poste 4944 ■ Cell.: 514-677-7896

<u>Table des matières</u>	<u>page</u>
Méthodes du contrôle (maîtrise) statistique de la qualité .....	2
Processus (ou système) .....	3
2 processus inséparables.....	4
Constats universels .....	5
4 états possibles d'un processus.....	6
2 types de variabilité: distinction fondamentale .....	7
Évolution d'un processus dans le temps .....	8
Carte de contrôle type.....	8
Exemples de comportement de processus .....	9
Origine statistique des cartes .....	10
Un exemple de carte.....	11
Critères de hors contrôle (non contrôle).....	12
Recherche de hors contrôle.....	13
Formules pour le calcul des limites.....	14
Définition et provenance des constantes .....	15
Guide pour le choix d'une carte .....	16
Principes pour la construction d'une carte .....	17
Les mythes en SPC .....	17
Concept de groupe rationnel.....	18
Implantation d'une carte.....	20
La distribution normale n'est pas nécessaire .....	21
Cartes de contrôle avec <i>STATISTICA</i> .....	22
Six Exemples avec <i>STATISTICA</i> .....	23
Analyse de données en management et en ingénierie.....	31
Références .....	32

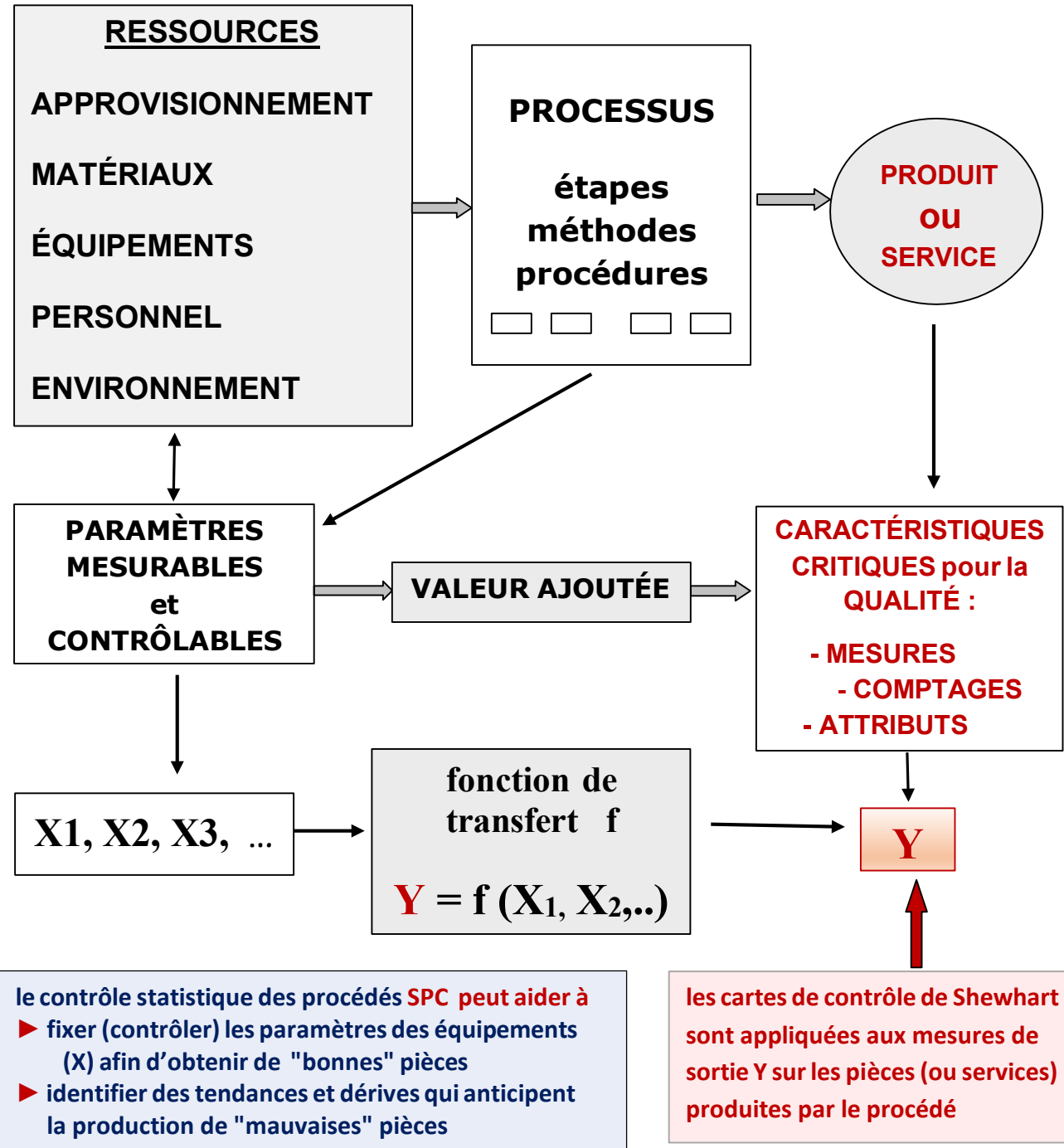
## Méthodes du contrôle (maîtrise) statistique de la qualité

### OÙ ?

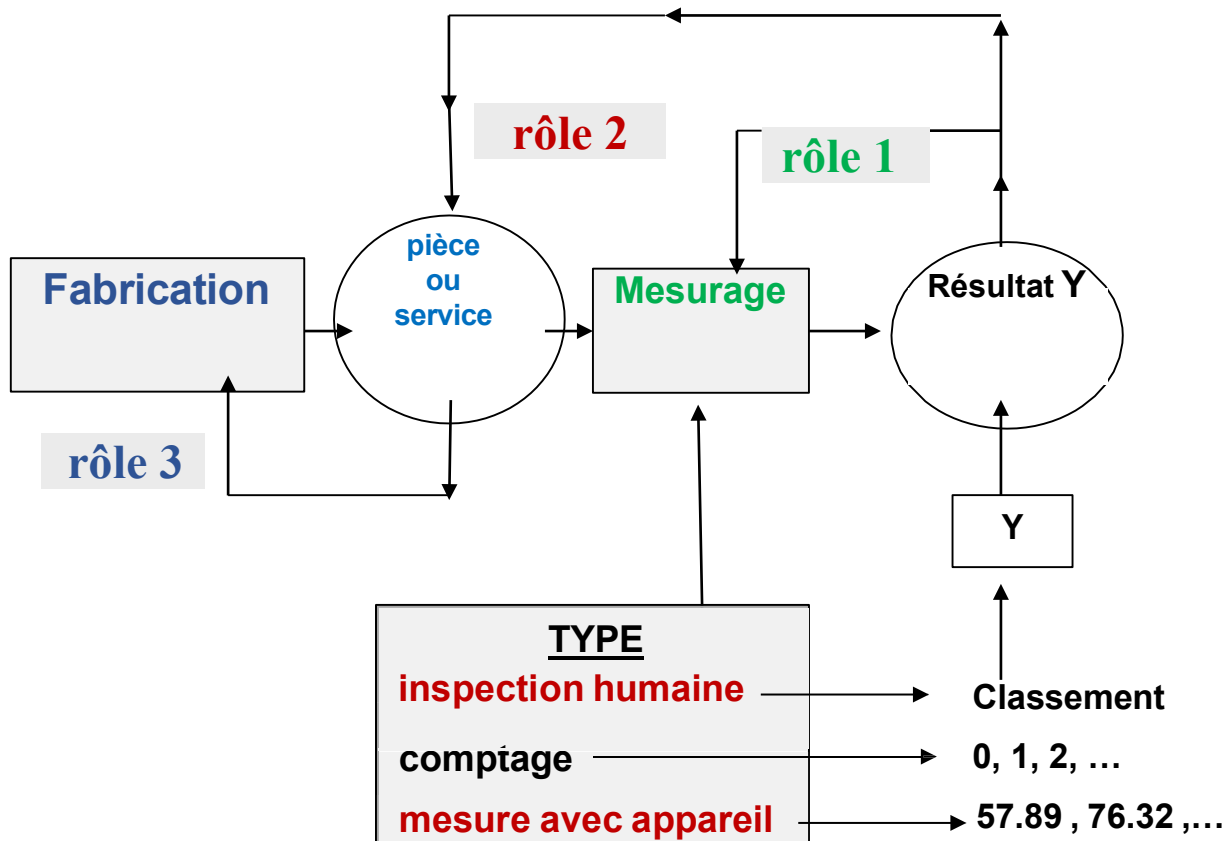
### QUOI : MÉTHODES

<b>RÉCEPTION et EXPÉDITION</b> matières premières produits semi finis <b>produits regroupés en lots</b>	<b>PLANS</b> <b>D'ÉCHANTILLONNAGE</b> <b>LOTS</b> (Acceptance sampling)
<b>PRODUCTION</b> et <b>ASSEMBLAGE</b>	<b>CARTES de CONTRÔLE</b> <b>ANALYSE de CAPABILITÉ</b> <b>(SPC)</b>
<b>OPTIMISATION</b> <b>PRODUITS</b> <b>PROCÉDÉS</b>	<b>PLANIFICATION</b> <b>D'EXPÉRIENCES</b> (DOE - Taguchi)
<b>TESTS</b> <b>ESSAIS en ACCÉLÉRÉS</b>	<b>ÉTUDES</b> <b>FIABILITÉ</b> (accelerated testing)
<b>SUIVI QUALITÉ</b> et <b>FIABILITÉ</b> <b>PRODUITS en SERVICE</b>	<b>MÉTHODES</b> <b>D'ANALYSE</b> <b>STATISTIQUE</b>
<b>DESIGN de</b> <b>PRODUITS et PROCÉDÉS</b> et <b>SERVICES</b>	<b>QFD (Quality Function Deployment)</b> <b>PLANS D'EXPÉRIENCES</b> <b>ANALYSE TOLÉRANCE</b>

# PROCESSUS ou SYSTÈME

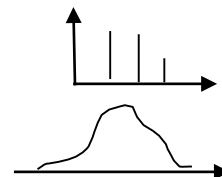


## 2 PROCESSUS INSÉPARABLES: Fabrication/prestation + Mesurage



### DISTRIBUTION de Y

- Classement ..... Binomiale : 0 ou 1
- Comptage ..... Poisson : 0, 1, 2, ...
- Mesure (variable) ..... Normale ou autre



### Les 3 RÔLES DES DONNÉES

rôle 1

analyser le processus de mesurage : étude R&R  
REPRODUCTIBLE? RÉPÉTABLE?

rôle 2

classer la pièce : conforme ou non conforme?  
(exigences, spécifications, tolérances)

rôle 3

analyser le processus de fabrication : étude de capacité  
STABLE? CAPABLE?

## CONSTATS UNIVERSELS

- La qualité du produit dépend du processus.
- Le processus doit être étudié avec le produit / service.
- Le comportement du processus varie dans le temps

**La VARIABILITÉ est TOUJOURS PRÉSENTE**

- Sans surveillance, TOUS les processus se désorganisent et se dégradent à cause de l'ENTROPIE.

Pour s'en sortir, une solution qui a fait ses preuves :

**CARTES de CONTRÔLE des PROCESSUS (ou SPC)**

remarque : le terme **CONTRÔLE** prête à **beaucoup de confusion**. Les cartes ne contrôlent pas le processus mais elles donnent une image du **COMPORTEMENT** du processus par l'intermédiaire de mesures sur le produit / service. Il est préférable d'appeler ces cartes :

***cartes de comportement du processus***

**À quoi ça sert le SPC ?** : le vrai du **RÔLE du SPC** est l'obtention d'information (données) qui permettra

- d'analyser les fluctuations de Y
- de quantifier ces fluctuations
- de distinguer les 2 types (catégories) de variabilité
- de réduire la variabilité
- de statuer si le processus est **STABLE** (définition page 7)
- d'évaluer la capacité du processus à l'aide d'indices relativement à des limites de spécification (tolérances)

**RÉSUMÉ** le SPC permet

- de produire un graphique du comportement du processus faisant la distinction importante entre 2 catégories distinctes de variabilité
- d'établir un bilan de santé du processus
- d'affiner la compréhension du comportement d'un processus

## 4 ÉTATS POSSIBLES d'un PROCESSUS

		<b>STABLE?</b>	
		<b>OUI</b>	<b>NON</b>
<b>CAPABLE?</b>	<b>OUI</b>	1	3
	<b>NON</b>	2	4

### 1 Situation confortable

produits conformes à 100%  
situation jamais acquise de manière permanente  
en profiter pour améliorer le processus

### 2 Cas limite

Améliorer le processus pour aller en 1  
Diminuer la dispersion ou revoir les limites de spécification

### 3 Processus au bord du chaos

produits conformes à 100% mais état de courte  
durée processus instable et tout peut arriver  
il faut trouver les causes assignables (spéciales)  
et stabiliser le processus pour se ramener au cas 1 ou 2

### 4 Situation chaotique

Il faut faire des améliorations importantes pour stabiliser

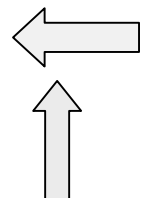
#### Remarque

le concept de capacité s'applique seulement si le processus est stable: seul le cas 1 et le cas 2 font strictement du sens selon les 2 critères

**PRIORITÉ : STABILISER en premier** (3 ou 4) vers (1 ou 2)

ensuite

**RENDRE CAPABLE** (2 ou 4) vers (1 ou 3)



## 2 types de variabilité : distinction fondamentale

élément	TYPE	
	type 1	type 2
terminologie Shewhart	cause <b>assignable</b> .....	cause <b>non assignable</b>
terminologie Deming	cause <b>spéciale</b> .....	cause <b>commune</b> présence
	<b>sporadique</b> .....	<b>chronique / systématique</b>
type de cause	<b>fixe</b> .....	<b>aléatoire</b>
effet cause	<b>fort</b> .....	<b>faible</b>
source causes	externe processus.....	interne processus
nombre causes	petit .....	grand
pièces affectées	quelques unes .....	toutes
élimination	au fur et à mesure.....	modification / reconception ou réduction du processus
correctif	local.....	global
responsabilité	personnel 1er niveau.....	direction
exemples	<ul style="list-style-type: none"> <li>- matière première défectueuse</li> <li>- fuite tuyau</li> <li>- changement d'opérateur</li> <li>- .....</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- défaut de design</li> <li>- qualité matière première</li> <li>- réglages imprécis</li> <li>- formation insuffisante</li> <li>- documentation inadéquate</li> <li>- maintenance préventive</li> <li>- 5M: mesures, environnement équipement, matériaux,...</li> </ul>

### DÉFINITION

**Le PROCESSUS est STABLE** si seulement des causes communes sont en jeu dans le processus.

c'est-à-dire les paramètres de la distribution de l'output Y sont constants et ne changent pas dans le temps

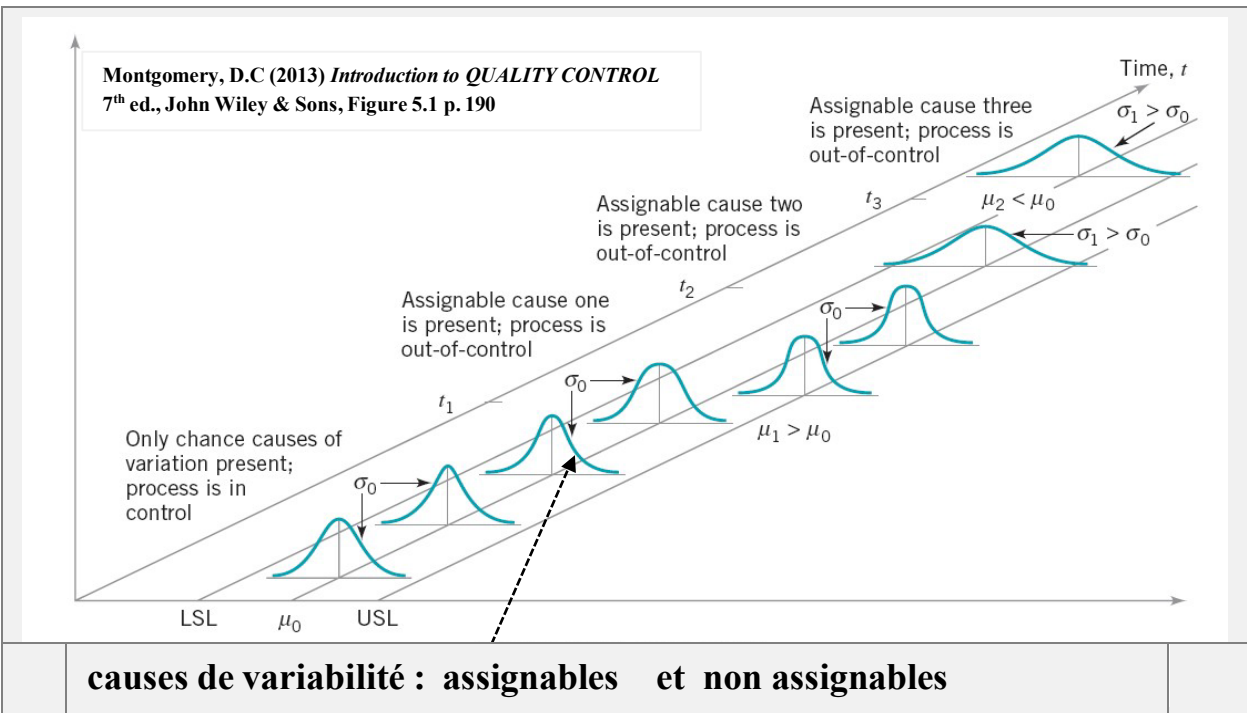
### COMMENT SAVOIR SI UN PROCESSUS EST STABLE?

**La seule méthode est l'observation du processus par échantillonnage et la production d'une carte de contrôle selon les principes développés par Shewhart**

## ÉVOLUTION D'UN PROCESSUS DANS LE TEMPS

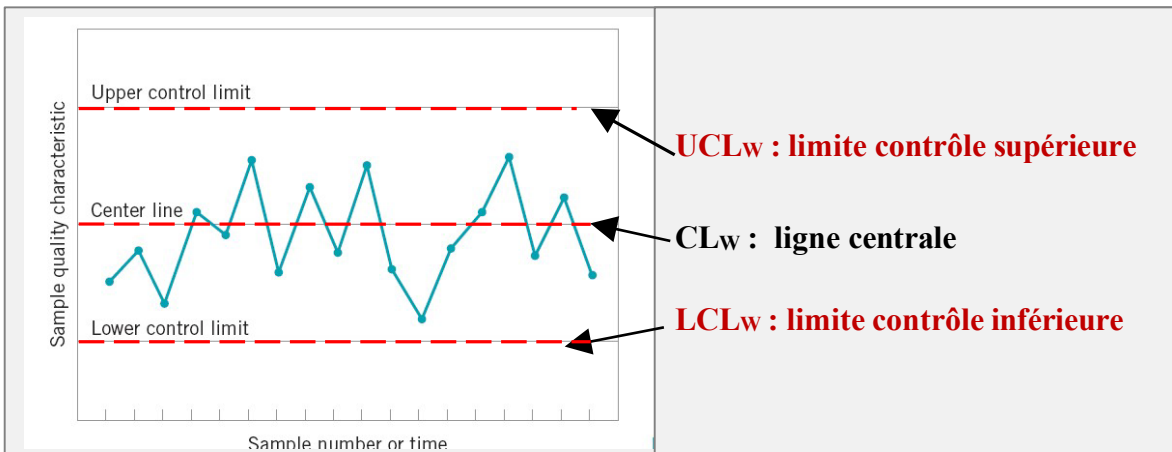
changements : tendance centrale

changements : dispersion



**remarque** : la distribution gaussienne illustrée dans ce graphique n'est pas une exigence; toute autre forme de distribution (population) pourrait être employée.

## CARTE DE CONTROLE TYPE



**W** : statistique dépendant des données : moyenne, étendue, ....

$$UCL_w = \mu_w + 3\sigma_w$$

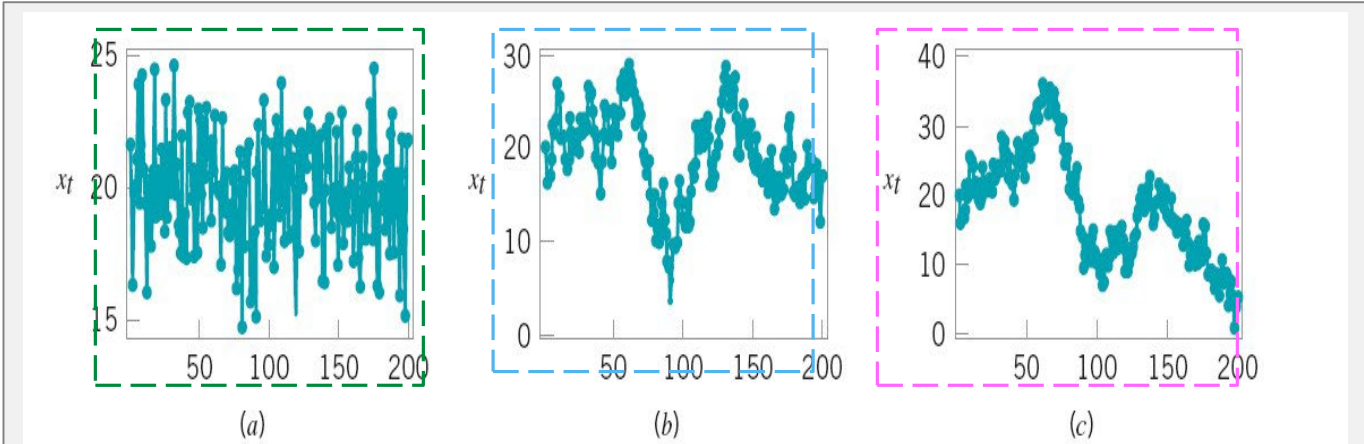
$$LC_w = \mu_w$$

$$LCL_w = \mu_w - 3\sigma_w$$



### EXEMPLES de COMPORTEMENT de PROCESSUS

Montgomery, D.C (2013) *Introduction to QUALITY CONTROL*  
7<sup>th</sup> ed., John Wiley & Sons, Figure 5.7 p. 196



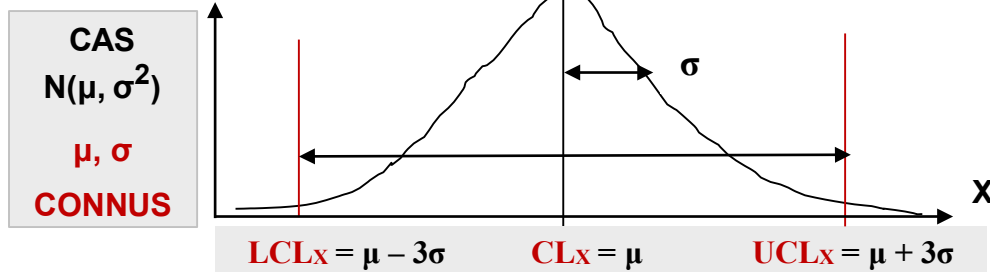
<b>TYPE</b>	stationnaire et non corrélé	stationnaire et corrélé	non stationnaire
<b>MOYENNE</b>	constante	variable	variable
<b>AUTO CORRÉLATION</b>	négligeable	importante et constante	variable

## Origine statistique des cartes

- inventeur : Walter Shewhart en 1924 (General Electric)
- idée fondamentale: séparer les **2 types** de variabilité



Walter Shewhart 1891-1967



$LCL_X$  et  $UCL_X$   
sont appelées  
**limites « naturelles »**  
de variabilité de X

1 observation X       $P(LCL_X < X < UCL_X) = 0,9973$

1 échantillon de taille n :  $x_1, x_2, \dots, x_n$  :  $\bar{X} = Xbar = \sum x_i / n$

$LCL_{Xbar} = \mu - 3(\sigma/\sqrt{n})$        $UCL_{Xbar} = \mu + 3(\sigma/\sqrt{n})$       car Écart type (Xbar) =  $\sigma/\sqrt{n}$

$P[LCL_{Xbar} < X < UCL_{Xbar}] = 0,9973$

remarque : l'hypothèse de la distribution normale (gaussienne) **n'est pas nécessaire**

### CAS $(\mu, \sigma)$ INCONNUS

#### estimation des paramètres $(\mu, \sigma)$

k groupes rationnel de taille n :  $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$        $i = 1, 2, \dots, k$

$Xbar_i = \sum x_{ij} / n$  ;  $R_i = \max(x_{ij}) - \min(x_{ij})$  ;  $S_i = [\sum (x_{ij} - Xbar_i)^2 / (n-1)]^{0.5}$

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{X}} = \sum \bar{Xbar}_i / k ; \quad \bar{R} = \sum R_i / k ; \quad \bar{S} = \sum S_i / k$$

estimation sans biais de  $\sigma$  :  $\hat{\sigma} = \bar{R} / d_2$  ou  $\hat{\sigma} = \bar{S} / c_4$

remarque : les constantes  $d_2$  et  $c_4$  dépendent de n (voir p. 13)

#### limites de contrôle : carte Xbar & R      carte Xbar & S

des moyennes Xbar avec R :  $\bar{X} \pm A_2 R$  ;  $A_2 = 3 / (d_2 \sqrt{n})$

des moyennes Xbar avec S :  $\bar{X} \pm A_3 S$  ;  $A_3 = 3 / (c_4 \sqrt{n})$

des étendues R :  $LCL_R = D_3 R$  ;  $UCL_R = D_4 R$

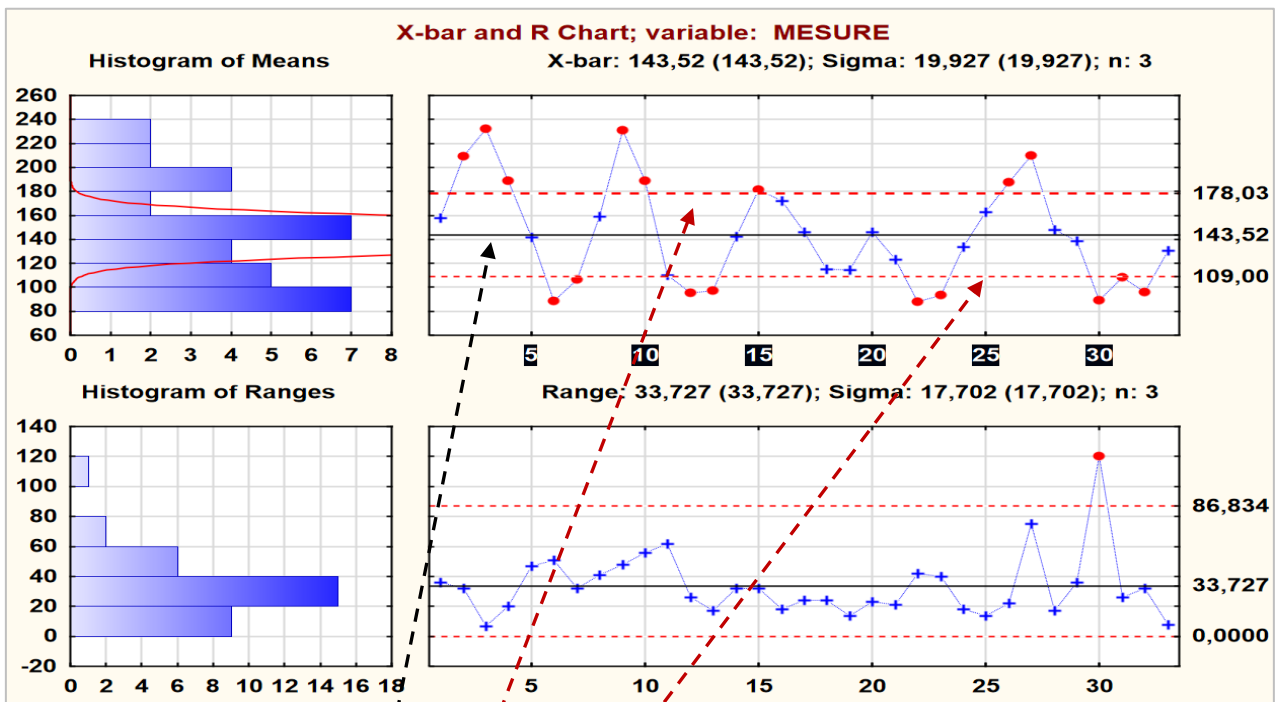
des écarts types S :  $LCL_S = B_3 S$  ;  $UCL_S = B_4 S$

**AUTRES CAS** : attributs et comptages      voir page 14  
valeurs des constantes  $A_2, A_3, \dots$  voir page 14

# Un exemple de carte de contrôle

**carte Xbar (moyenne) & R (étendue) : mesures 33 groupes rationnels de 3 pièces**

jour	X1	X2	X3	Xbar	R	jour	X1	X2	X3	Xbar	R
1	144	150	180	158.0	36	18	128	113	104	115.0	24
2	193	210	225	209.9	32	19	113	122	108	114.3	14
3	235	233	228	232.0	7	20	135	145	158	146.0	23
4	198	190	178	188.7	20	21	133	125	112	123.3	21
5	168	137	121	142.0	47	22	105	95	63	87.7	42
6	116	85	65	88.7	51	23	72	97	112	93.7	40
7	88	111	120	106.3	32	24	126	132	144	134.0	18
8	138	160	179	159.0	41	25	156	163	170	163.0	14
9	200	245	248	231.9	48	26	181	180	202	187.7	22
10	211	201	155	189.0	56	27	250	205	175	210.0	75
11	145	102	83	110.0	62	28	157	148	140	148.3	17
12	80	101	106	95.7	26	29	157	139	121	139.0	36
13	95	90	107	97.3	17	30	131	125	11	89.0	120
14	127	152	159	142.7	32	31	118	115	92	108.3	26
15	167	178	199	181.3	32	32	99	79	111	96.3	32
16	181	173	163	172.3	18	33	127	135	130	130.7	8
17	158	147	134	146.3	24						



## LIMITES de CONTRÔLE STATISTIQUE

- Règle des 3 sigmas proposée par Shewhart

Applicable à toute statistique W : Xbar, R, S, p, c, u, ... placée sur une carte

Ligne Centrale → CL = moyenne (de la statistique)

Ligne Supérieure → UCL = CL + 3 \* écart-type (statistique)

Ligne Inférieure → LCL = CL - 3 \* écart-type

## CRITÈRES « hors contrôle » de processus

**1** : un point situé à l'extérieur de l'intervalle (LCL , UCL) est le signal d'une instabilité du processus

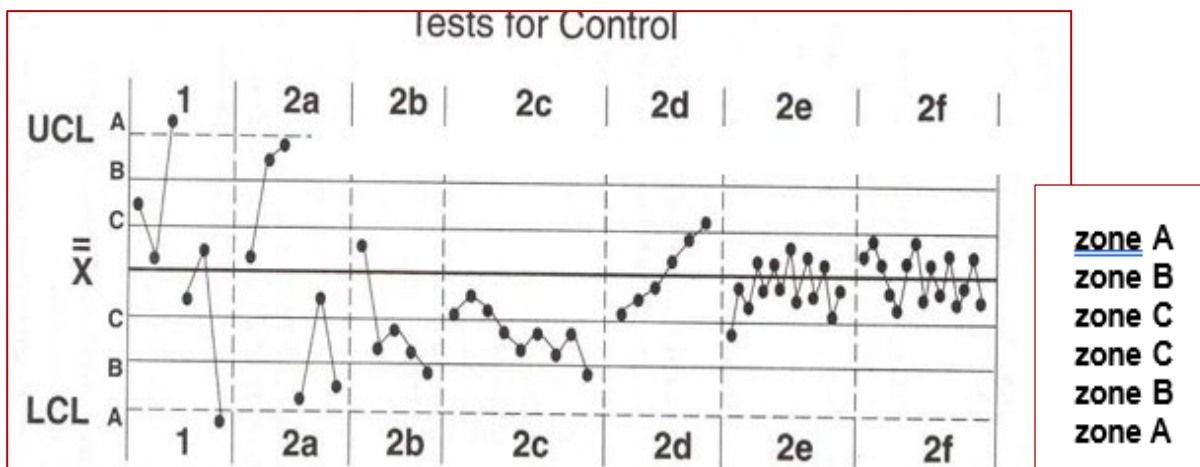
autres règles dites « Western Electric » pour améliorer la détection

zone A : entre 2 et 3 sigmas

zone B : entre 1 et 2 sigmas

zone C : entre 0 et 1 sigmas

- 2a : 2 points sur 3 points consécutifs dans la zone A et au-delà  
 2b : 4 points sur 5 points consécutifs dans la zone B et au-delà  
 2c : 8 points consécutifs d'un seul côté de la ligne centrale CL  
 2d : 6 points consécutifs croissants (ou décroissants)  
 2e : 14 points consécutifs alternant entre croissance et décroissance  
 2f : 15 points consécutifs dans la zone C



STATISTICA

Règles

Western Electric

Runs Tests for Control Chart: Cartes Shewhart ...

Zones

C: From center to ± 1.0 sigma

B: From Zone C to ± 2.0 sigma

A: From Zone B to ± 3.0 sigma

All tests (set all check boxes)

Number of points (samples) in a row (runs)

On the same side of center line (Zone C or beyond): 9

Increasing or decreasing (trend): 6

Alternating up and down: 14

In Zone A or beyond: 2 out of 3

In Zone B or beyond: 4 out of 5

In Zone C (above and below center line): 15

Beyond Zone C (above and below center line): 8

Perform test on overlapping ranges

Compute tests for R/S (variability) charts

Set as default on OK

Reset defaults

OK (compute tests)  
 Close (set options)  
 Cancel

## Recherche de cause de situation « hors contrôle »

Lors d'une situation hors contrôle (signal) il faut chercher la cause.

Le SPC vous indique, avec une très grande probabilité, qu'une situation hors contrôle (signal fort) qu'un changement vient d'arriver dans le procédé.

En termes statistiques, les paramètres de la variable de réponse Y ont changé.

Il s'agit d'un signal fort qu'une d'une cause assignable (spéciale) vient de se produire. Laquelle?

Le SPC vous dit **QUAND** il ne vous dit pas **QUOI**.

C'est une des faiblesses et de la difficulté du SPC classique.

Récemment de nouvelles possibilités voient le jour car on fait la collecte du data provenant des équipements (internet des objets). Elles ne sont pas explorées ici dans ce document.

Généralement, il y a **UNE** cause et il faut tenter fortement de la trouver.

Dans ce but il est fortement recommandé de **tenir un journal de bord** durant la mise en course et durant la fabrication. Il pourra être consulté pour aider la recherche de la cause lors d'une situation hors contrôle.

Les éléments suivants constituent une **liste non exhaustive** pouvant aider la recherche de cause.

- différence de précision de l'appareil / méthode de mesure?
- différence de méthodes employées par le personnel ?
- processus affecté par l'environnement, ex. température, humidité?
- processus affecté par l'usure?
- nouveau personnel?
- changement d'input processus : matières premières, information?
- processus affecté par la fatigue du personnel?
- changements dans les procédures / instructions travail?
- maintenance préventive a-t-elle été faite?
- processus est-il ajusté fréquemment ou inutilement?
- échantillons provenant des différentes équipes de travail?
- employés ont-ils peur de rapporter de mauvaises nouvelles?

L'**objectif** est de trouver (identifier) la cause et, par la suite, prendre des moyens pour qu'elle ne se reproduise pas. C'est ainsi que l'on fait l'amélioration continue et que l'on réduit la variabilité en éliminant les causes spéciales responsables.

Pour un **exemple réel** d'application du SPC et des bénéfices que l'on obtient, consulter l'étude de cas Tokai Rika.

Pour une copie de l'étude de cas, contacter Bernard Clément à : [genistat@sympatico.ca](mailto:genistat@sympatico.ca)

## Formules pour le calcul des limites de contrôle

### CARTES pour des variables de type mesure

Données : groupe rationnel  $i(i = 1, 2, \dots, k)$ :  $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$

$\bar{X}_i$  moyenne du groupe  $i$  de  $n$  observations  $\bar{X}_i = \sum x_{ij} / n$

$R_i$  étendue du groupe  $i$   $R_i = \max(x_{ij}) - \min(x_{ij})$

$S_i$  écart type du groupe  $i$   $S_i = [\sum (x_{ij} - \bar{X}_i)^2 / (n-1)]^{0.5}$

$mR_i$  étendue mobile =  $|X_i - X_{i-1}|$  : observations ordonnées dans le temps et  $n = 1$

$\bar{X}$  moyenne des  $k$  moyennes  $\bar{X}_i$  :  $\bar{X} = \sum \bar{X}_i / k$

$\bar{R}$  moyenne des  $k$  étendues  $R_i$  :  $\bar{R} = \sum R_i / k$

$\bar{S}$  moyenne des  $k$  écarts types  $S_i$  :  $\bar{S} = \sum S_i / k$

$\overline{mR}$  moyenne des étendues mobiles  $mR$ :  $\overline{mR} = \sum mR_i / (k - 1)$

	Caractéristique	CL	LCL	UCL
$n \geq 2$	moyennes ( $\bar{X}$ & $\bar{R}$ )	$\bar{X}$	$\bar{X} - A_2^* \bar{R}$	$\bar{X} + A_2^* \bar{R}$
	( $\bar{X}$ & $\bar{S}$ )	$\bar{X}$	$\bar{X} - A_3^*$	$\bar{X} + A_3^* \bar{S}$
	étendues ( $R$ ) écarts -types ( $S$ )	$\bar{R}$	$\bar{S} D_3^*$	$D_4^* \bar{R}$
		$\bar{S}$	$\bar{R}$	$B_4^* \bar{S}$
$n = 1$	individuelles ( $X$ )	$\bar{X}$	$\bar{X} - 2.66^* \overline{mR}$	$\bar{X} + 2.66^* \overline{mR}$

### CARTES pour des attributs et comptages

type	CL	LCL	UCL
np	npbar	$npbar - 3 [ n pbar(1 - pbar) ]^{0.5}$	$npbar + 3 [ n pbar(1 - pbar) ]^{0.5}$
p	pbar	$pbar - 3 [ pbar(1 - pbar) / n_i ]^{0.5}$	$pbar + 3 [ pbar(1 - pbar) / n_i ]^{0.5}$
c	cbar	$cbar - 3 (cbar)^{0.5}$	$cbar + 3 (cbar)^{0.5}$
u	ubar	$ubar - 3 (ubar / n_i)^{0.5}$	$ubar + 3 (ubar / n_i)^{0.5}$

### CONSTANTES employées dans les cartes de contrôle

n	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	d <sub>2</sub>	c <sub>4</sub>	d <sub>3</sub>
2	1.880	2.659	0	3.267	0	3.268	1.128	0.798	0.853
3	1.023	1.954	0	2.568	0	2.574	1.693	0.886	0.888
4	0.729	1.628	0	2.226	0	2.282	2.059	0.921	0.880
5	0.577	1.427	0	2.089	0	2.114	2.326	0.940	0.864
6	0.483	1.287	0.030	1.970	0	2.004	2.534	0.952	0.848
7	0.419	1.182	0.118	1.882	0.076	1.924	2.704	0.959	0.833
8	0.373	1.099	0.185	1.815	0.136	1.864	2.847	0.965	0.820
9	0.337	1.032	0.239	1.761	0.184	1.816	2.970	0.969	0.808
10	0.308	0.975	0.284	1.716	0.223	1.777	3.078	0.973	0.797

## Définition et provenance des constantes employées dans les cartes de contrôle de Shewhart

Soit  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  un échantillon de taille  $n$  provenant d'une loi (population) gaussienne centrée et d'écart type  $\sigma$  :  $N(\mu, \sigma^2)$ .

Les variables  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  sont indépendantes et identiquement distribuées  $N(\mu, \sigma^2)$  (*l'hypothèse de normalité n'est pas critique*)

Posons  $R = \max(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) - \min(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$  : l'étendue de l'échantillon

$\bar{X} = \sum X_i / n$  : la moyenne de l'échantillon

$S = [\sum (X_i - \bar{X})^2 / (n-1)]^{0.5}$  : l'écart type de l'échantillon

$R, \bar{X}$  et  $S$  possèdent des distributions (lois) d'échantillonnage.

Les principales caractéristiques (moyenne et écart type) de ces distributions sont :

moyenne de  $\bar{X}$  =  $E(\bar{X}) = \mu$

écart-type de  $\bar{X}$  =  $ET(\bar{X}) = \sigma / \sqrt{n}$

moyenne de  $R$  =  $E(R) = d_2 \sigma$

écart-type de  $R$  =  $ET(R) = d_3 \sigma$

moyenne de  $S$  =  $E(S) = c_4 \sigma \approx [(4n-4) / (4n-3)] \sigma$

où  $d_2 = \{ \Gamma(n/2) / \Gamma[(n-1)/2] \} * [2/(n-1)]^{0.5}$

$d_3$  : son calcul nécessite l'intégration numérique d'une expression dont nous ne donnerons pas la formule ici

$$\Gamma(r) = \text{fonction gamma} = \int_0^{\infty} x^{r-1} e^{-x} dx \quad r > 0$$

$$A_2 = 3 / (d_2 \sqrt{n})$$

$$A_3 = 3 / (c_4 \sqrt{n})$$

$$B_3 = 1 - 3(1 - c_4^2)^{0.5} / c_4$$

$$B_4 = 1 + 3(1 - c_4^2)^{0.5} / c_4$$

$$D_3 = 1 - 3(d_3 / d_2)$$

$$D_4 = 1 + 3(d_3 / d_2)$$

## Guide sur le choix d'une carte de base

**CARTES de BASE : 7 types de cartes**

<b>MESURE</b>	$n$	<b>Xbar&amp;R</b> 2 à 9	<b>XmR</b> 1	<b>Xbar&amp;S</b> 10 et plus applicable si $n \geq 2$
<b>ATTRIBUT</b>		$p$ variable	$np$ constant	
<b>COMPTAGE</b>	$n$	$c$ aire opportunité d'un défaut est constant	$u$ aire d'opportunité d'un défaut est variable	

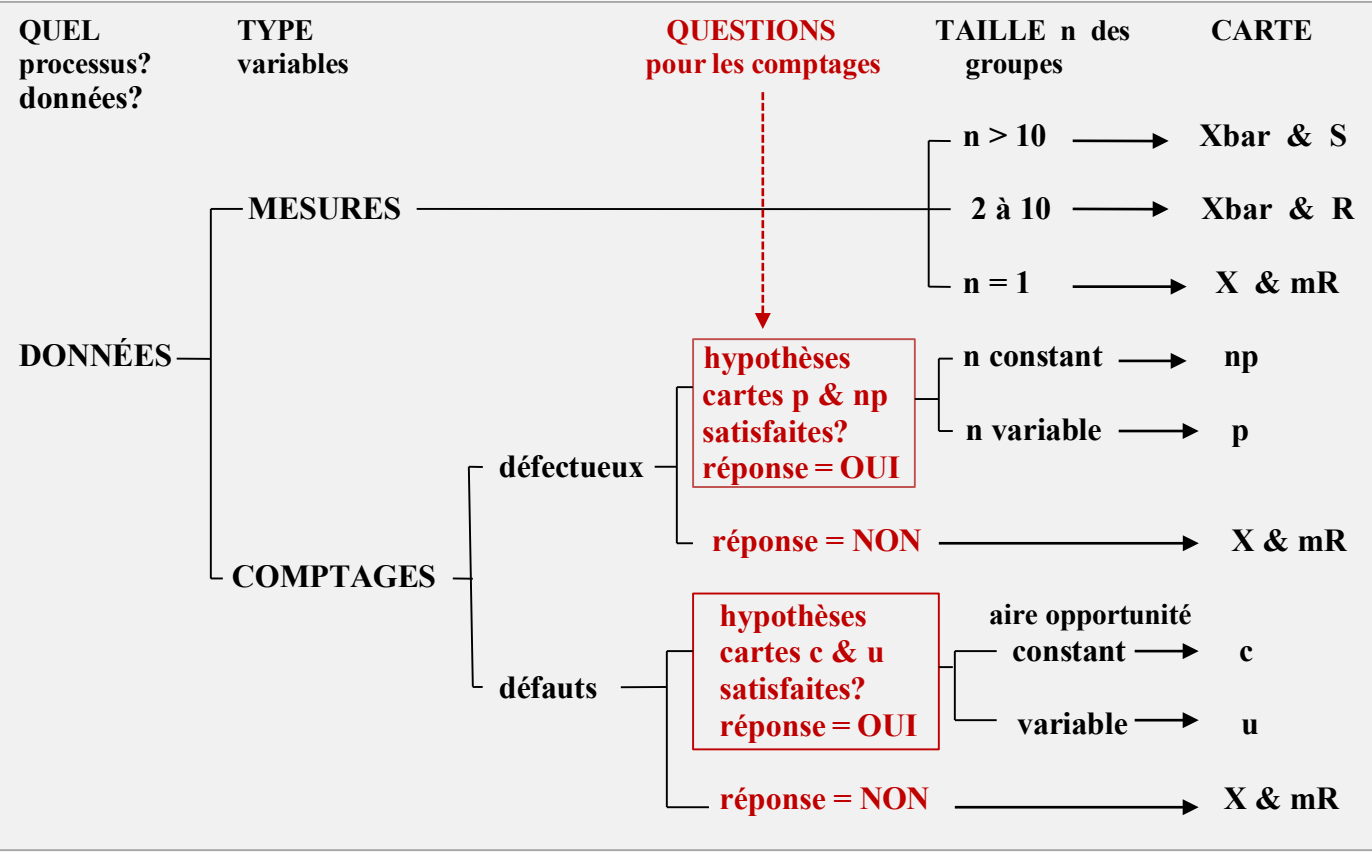
**HYPOTHÈSES sur les DISTRIBUTIONS**

**MESURE** : toute distribution – distribution normale **pas nécessaire** (voir p.21)

**COMPTAGE** : distribution Poisson

**ATTRIBUT** : distribution Binomiale

**CARTES AVANCÉES** : mesures (variables) : EWMA, CuSum, Multivariables, ....





## Principes de Shewhart pour la construction des cartes

1. Les limites de contrôle sont toujours placées à 3 écarts types de la ligne centrale.

### remarque

L'écart-type dont il est question est celui de la caractéristique placée sur la carte : une moyenne ( $\bar{X}$ ), une étendue (R), une valeur individuelle (X), une proportion,...

2. Les limites pour les mesures doivent toujours être basées une estimation de la variabilité du processus ( $\sigma$ ) calculée avec la moyenne d'un ensemble de k indicateurs de dispersion (étendue R ou écart-type S).

### Très important

ne jamais calculer l'estimation de la variabilité du processus ( $\sigma$ ) et les limites de contrôle avec toutes les données **en un seul groupe**

3. Les données doivent provenir d'un plan d'échantillonnage et doivent être organisées en groupes rationnels (concept essentiel du SPC) pour qu'elles soient utiles.
4. L'organisation ou entreprise doit réagir d'une manière appropriée aux connaissances nouvelles qui résultent de l'application des cartes.

## Les mythes en SPC

### Il est FAUX que

- les mesures doivent provenir d'une distribution normale (gaussienne).  
exception : la carte à valeurs individuelles et étendues mobiles XmR.
- la base du SPC est le théorème central-limite.
- les mesures doivent être indépendantes: à moins d'une auto corrélation élevée (disons d'au moins 0.70) on peut employer les cartes de base comme la carte  $\bar{X}$  et R.
- les observations doivent être en contrôle statistique pour être placées sur une carte.
- les limites de contrôle peuvent être placées à  $\pm 2 * \sigma$ .

### Remarque

- Il y a **une seule définition** pour les limites de contrôle :  $\pm 3 * \sigma$
- Tout autre choix  $\pm k * \sigma$  conduit à
  - trop de fausses alarmes si  $k < 3$
  - un manque de détection de signaux potentiels si  $k > 3$

## Concept de GROUPE RATIONNEL pour les cartes

- Caractéristique fondamentale de toute carte de contrôle : concept de **groupes rationnels**
  - Aucune carte de contrôle ne fait de sens par elle-même.
  - Il est nécessaire d'avoir un contexte pour la construire et l'interpréter correctement les données.
- remarque :** cette affirmation s'applique à toute analyse statistique
- **Questions** avant de construire et interpréter une carte.
    - ✓ que représentent les mesures?
    - ✓ comment les mesures furent-elles obtenues?
    - ✓ quel instrument? par qui? à quelle fréquence (cadence)?
    - ✓ sources (facteurs) de variabilité potentielle?
  - **Formation des groupes rationnels** : comment?
    - le temps est directement ou indirectement lié données et très souvent c'est la base
    - échantillonnage systématique dans le temps est souvent employé
    - condition commune est occasionnellement employée  
exemple : des positions sur une pièce..... autres possibilités .....

### **PRINCIPES** pour aider la formation de groupes rationnels

**Principe 1 :** ne jamais former intentionnellement des sous groupes avec des données que l'on sait ou soupçonne d'être hétérogènes ;  
chaque groupe rationnel doit être logiquement homogène en variabilité.

**Principe 2 :** minimiser la variation à l'intérieur de chaque sous-groupe ;  
cela augmente la sensibilité de la carte à détecter la présence de signaux.

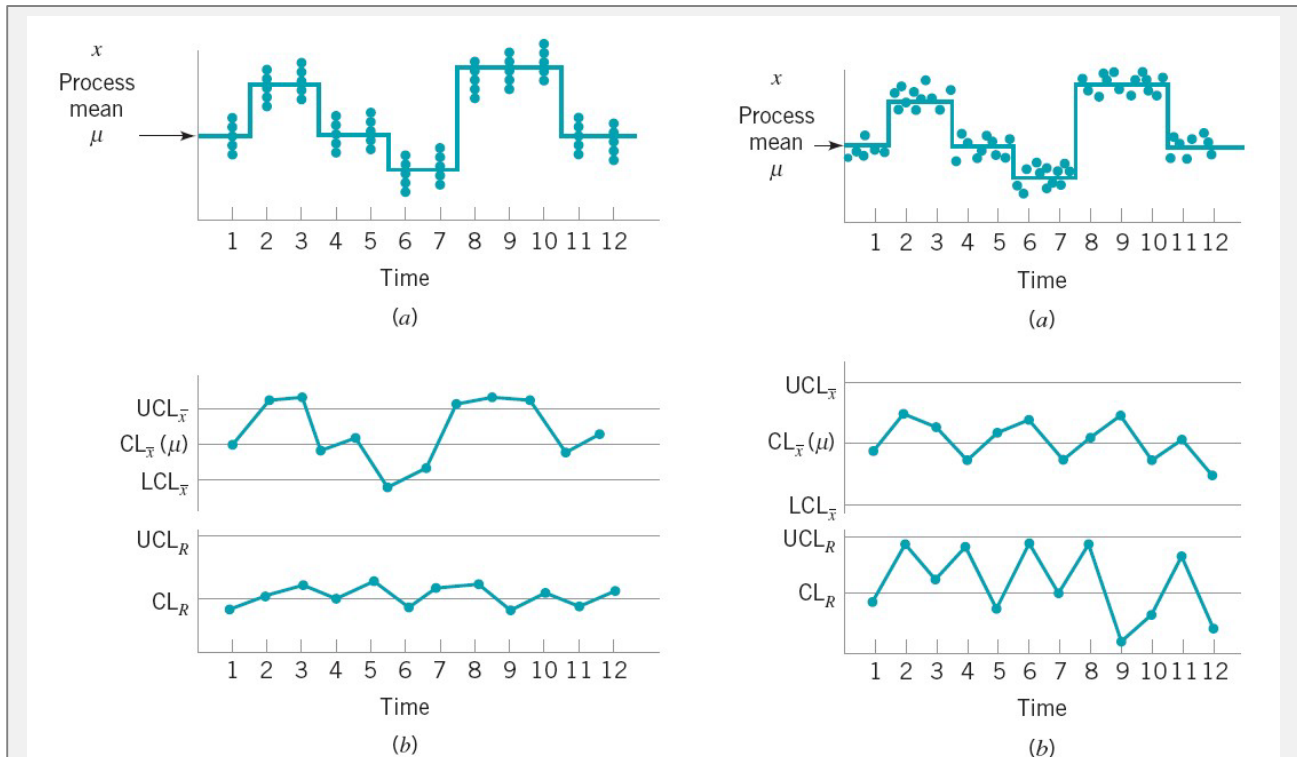
**Principe 3 :** maximiser l'opportunité de détecter des variations entre les sous-groupes.

**Principe 4 :** les moyennes sont calculées sur le « bruit », pas sur les « signaux ».

**Principe 5 :** traiter la carte avec l'usage que l'on fait des données ;  
la cadence d'échantillonnage doit refléter ce qui est approprié pour le processus ; avec une quantité limitée de données (tests, expériences, essais de qualification),  
il est souhaitable d'examiner les valeurs individuelles car elles peuvent révéler des phénomènes qui pourraient s'obscurcir par le regroupement.

**Principe 6 :** établir des spécifications claires (définitions opérationnelles) pour l'échantillonnage ; l'échantillonnage périodique est souvent employé ;  
Il est préférable de prendre de « petits » échantillons (3 à 5 pièces) plus souvent que de « grands » échantillons (plus de 10 pièces) moins souvent.

- les sources de variation représentées par les différences intra sont celles qui sont le moins intéressantes ;
- les sources de variation représentées par les différences inter doivent être les plus intéressantes ;
- les sources de variation représentées par des facteurs qui sont fixes doivent être représentées sur des cartes distinctes.



Montgomery, D.C (2013) *Introduction to QUALITY CONTROL*  
7<sup>th</sup> ed., John Wiley & Sons, Figure 5.10, Figure 5.11 p. 202

## **groupe rationnel**

**concept fondamental** pour l'utilisation correcte des cartes de Shewhart.

Pour une étude de cas sur le concept de groupe rationnel, envoyez un

courriel à Bernard Clément [genistat@sympatico.ca](mailto:genistat@sympatico.ca)

Autre exemple: consulter

Montgomery, D.C (2013) *Introduction to QUALITY CONTROL*  
7<sup>th</sup> ed., John Wiley & Sons, Example 6.11, p. 278

## IMPLANTATION d'une CARTE

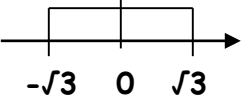
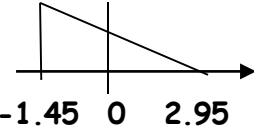
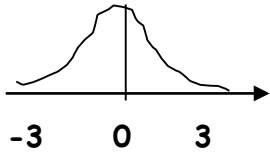
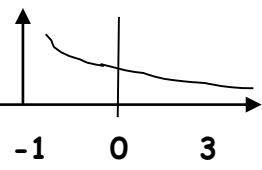
- Choisir les processus importants (critiques)
  - Choix d'une variable de réponse Y : mesure, comptage, classement; .... les mesures sont préférables aux attributs
- Plan de collecte des données -- échantillonnage de la production
  - \* n pièces à intervalle régulier; n entre 1 et 10 est suffisant;
  - \* fréquence: par exemple, à chaque heure élevée au début et réduite par la suite
  - \* recommandation: un petit groupe de n pièces souvent est mieux qu'un grand nombre de pièces peu souvent
- Collecte des données et calcul des limites (**phase 1 : design carte**)  
Avoir au moins 100 observations; par exemple 20 groupes de 5
- Très important: ne jamais calculer l'estimation de la variabilité avec toutes les données en seul groupe ; les cartes sont alors trop insensibles (limites trop larges) pour détecter des points hors contrôle.
- Pourquoi la règle 3 sigma de Shewhart?  
Cette règle est la SEULE définition opérationnelle du concept de stabilité statistique.  
Les cartes de Shewhart sont ROBUSTES à la non-normalité.
- Continuer la collecte des données... (**phase 2 : exploitation carte**)
- Maintenir un journal de bord pour noter des événements qui pourraient être reliés à des causes assignables
- Apprendre à interpréter les cartes
  - \* tendances : changement graduel de niveau dans le temps vers le haut ou vers le bas
  - \* dérives erratiques : changements sans stabilisation
  - \* cycles : répétitions périodiques
  - \* changement brusque (saut) de niveau de Y

## La distribution normale (gaussienne) n'est pas nécessaire pour employer les cartes de contrôle de Shewhart

**Démonstration du résultat par simulation de la règle des 3 sigmas de Shewhart s'applique à toutes les distributions démonstration :**

**simulation de 10 000 observations provenant de 4 distributions avec  $\mu = 0$  et  $\sigma = 1$**

### Cas : carte Xbar et R

DISTRIBUTION	figure	% dans ( -3 , 3 ) n = 1	n	% des moyennes Xbar ( LCLXBar, UCLXbar )	% des étendues R ( LCLR, UCLR )
Uniforme		100	2	100.0	100.0
			4	100.0	100.0
			10	99.7	100.0
Triangulaire		100	2	99.5	99.9
			4	99.9	100.0
			10	99.5	100.0
Gaussienne		99.7	2	99.7	99.0
			4	99.7	99.5
			10	99.6	99.5
Exponentielle		98.2	2	98.8	97.4
			4	99.0	97.4
			10	99.3	96.0

## CONCLUSION

La forme de la distribution (population) d'origine **n'est pas importante** lorsque l'on applique la règle de 3 sigmas de Shewhart pour détecter des causes spéciales (assignables) de variabilité. L'hypothèse d'une distribution normale n'est pas nécessaire.

exception: l'hypothèse de distribution gaussienne (normale) approximative est nécessaire dans le cas de la carte à valeurs individuelles et étendue mobile XmR lorsque l'on fait une analyse de capacité.

## Cartes de contrôle avec STATISTICA

The image shows the STATISTICA software interface. The main window is titled "STATISTICA - Cartes Shewhart et analyse capacite.sta". The menu bar includes File, Edit, View, Insert, Format, Statistics, Data Mining, Six Sigma, Graphs, Tools, Data, Window, and Help. The "Statistics" menu is open, showing options like Basic Statistics/Tables, Multiple Regression, ANOVA, Nonparametrics, Distribution Fitting, Advanced Linear/Nonlinear Models, Multivariate Exploratory Techniques, Industrial Statistics & Six Sigma, Power Analysis, Automated Neural Networks, PLS, PCA, Multivariate/Batch SPC, Variance Estimation and Precision, Statistics of Block Data, STATISTICA Visual Basic, Batch (ByGroup) Analysis, and Probability Calculator. The "Industrial Statistics & Six Sigma" sub-menu is open, showing Quality Control Charts, Process Analysis, Experimental Design (DOE), Multivariate Quality Control, and Six Sigma (DMAIC) Shortcuts. The "Quality Control Charts" sub-menu is also open, showing C chart for attributes, U chart for attributes, Np chart for attributes, P chart for attributes, and Pareto chart analysis.

The background data table is as follows:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	V1	ME					V7	VISCO	V9	N_LOT
1	exemple									3350
2	introduction									3354
3	page 9									1509
4										2190
5										2678
6										3252
7										4641
8							2920			3782
9							3050			2993
10							2870			3382
11							3174			3694
12							3102			3052
13						168	5	4	3300	2762
14										3477

The "Quality Control Charts: Cartes Shewhart" dialog box is shown in two instances. The left instance has the "Variables" tab selected, showing a list of chart types: SixGraph with X-bar & R chart, SixGraph with X-bar & S chart, SixGraph with X & MR chart, X-bar & R chart for variables, X-bar & S chart for variables, MA X-bar & R chart for variables, MA X-bar & S chart for variables, EWMA X-bar & R chart for variables, EWMA X-bar & S chart for variables, Individuals & moving range, CuSum chart for individuals, and Pareto chart analysis. The right instance has the "Attributes" tab selected, showing a list of chart types: C chart for attributes, U chart for attributes, Np chart for attributes, P chart for attributes, and Pareto chart analysis. Red dashed arrows indicate the menu path from the main window to the "Quality Control Charts" dialog box.

## EXEMPLES avec STATISTICA

### **MESURES (VARIABLES) distribution quelconque**

exception : la carte XmR exige la normalité pour une étude de capabilité

1. Xbar et R : moyenne Xbar et étendue R ( si  $n \leq 10$  )
2. Xbar et S : moyenne Xbar et écart type S ( si  $n > 10$  )
3. XmR : valeur individuelle X et étendue mobile mR

$$mR = |X_i - X_{i-1}| \quad i = 2, 3, \dots$$

formation de groupes de  $n = 2$  observations consécutives

remarque : il faut que cette différence fasse du sens; par exemple, si les valeurs X sont reliées au temps

### **ATTRIBUT la base est la loi binomiale**

4. p : fraction de pièces non conforme échantillon de n pièces (n peut être variable)
5. np : nombre de pièces non conforme échantillon de n pièces (n est fixe)

### **COMPTAGES la base est la loi de Poisson**

6. c : nombre de non conformités (aire d'opportunité défaut fixe)
7. u : nombre de non conformités (aire d'opportunité défaut variable)

### **REMARQUES**

- Pour appliquer les cartes pour les attributs il faut que les hypothèses de la loi binomiale soient vérifiées.
- Pour appliquer les cartes pour les comptages il faut que les hypothèses de la loi de Poisson soient vérifiées.
- Si les hypothèses des cartes attributs/comptage ne sont pas satisfaites: utiliser une carte XmR avec les comptages et les taux.

**EXEMPLE 2 : carte Xbar et R**

51 groupes rationnel de 4 pièces (données originelles de W. Shewhart)

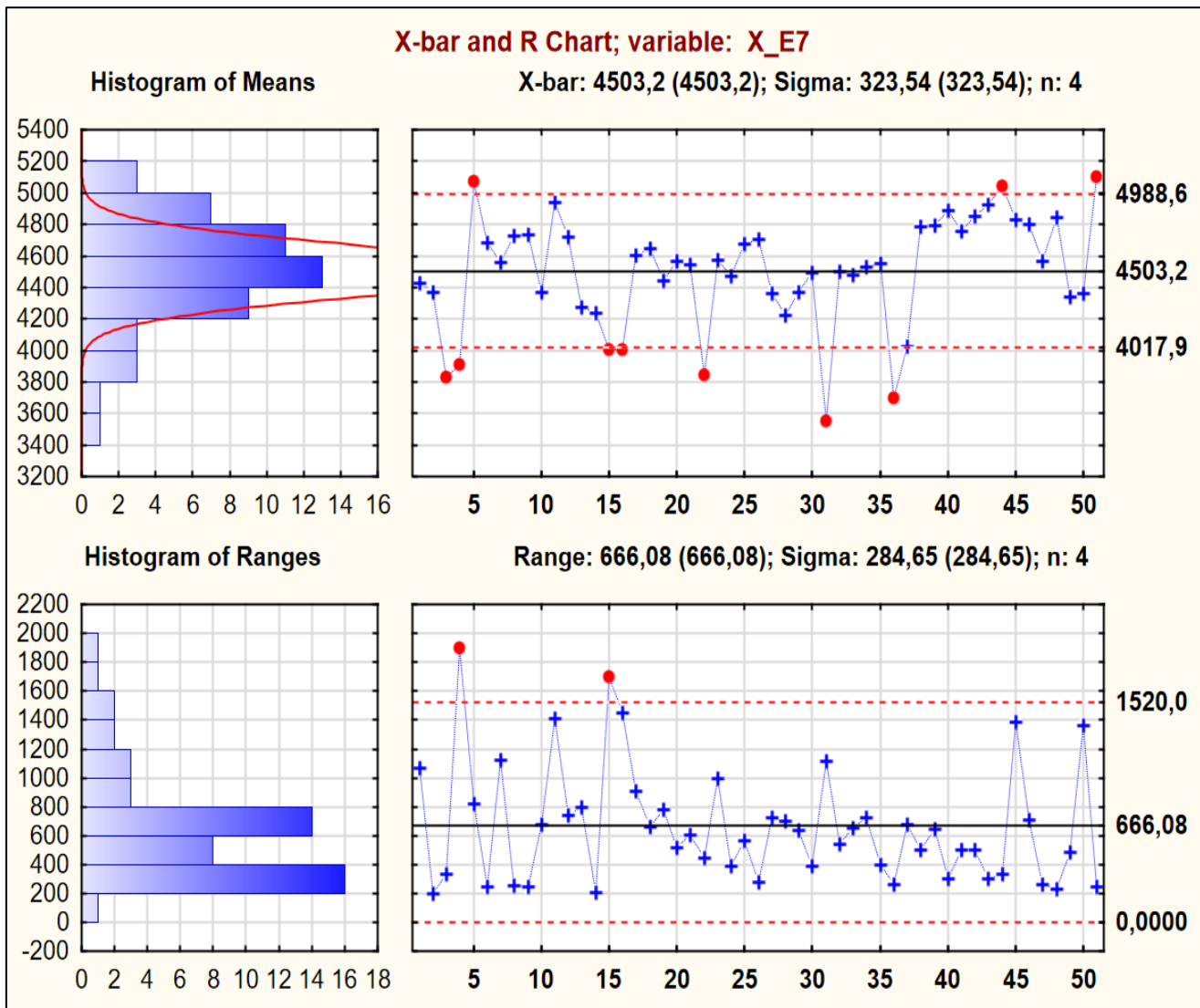
Y : mesure de résistance en ohm

Fichier STATISTICA

12 GROU_E7	13 X_E7
1	5045
1	4350
1	4350
1	3975
2	4290
2	4430
2	4485
2	4285

12 GROU_E7	13 X_E7
3	3980
3	3925
3	3645
3	3760
4	3300
4	3685
4	3463
4	5200

12 GROU_E7	13 X_E7
50	4080
50	3690
50	5050
50	4625
51	5150
51	5250
51	5000





### **EXEMPLE 3 : carte p avec n variable**

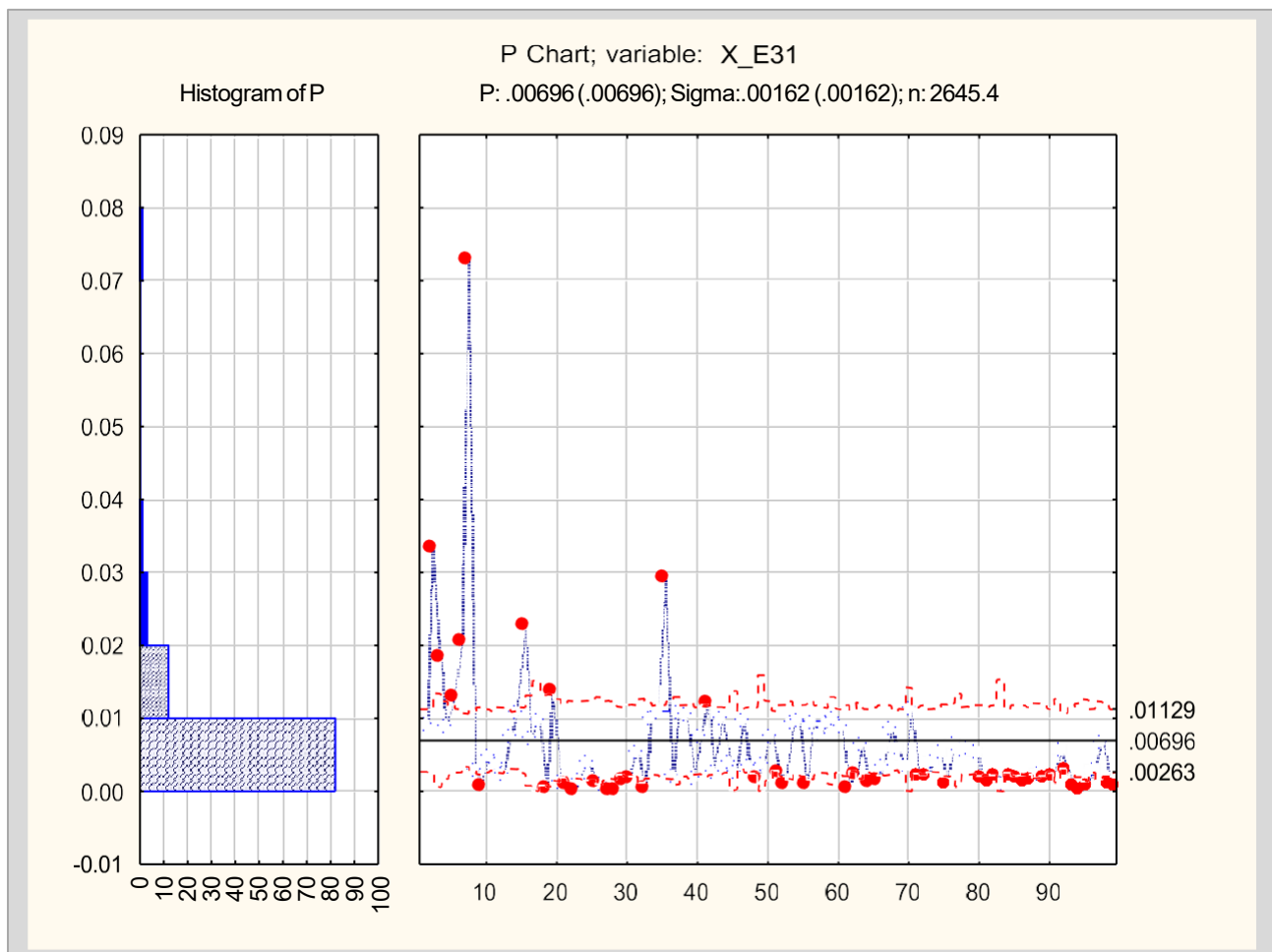
inspection à 100% d'un lot choisi parmi la production quotidienne  
échantillonnage durant 121 jours

**X** : nombre de pièces non conformes dans le lot

la taille (n) du lot est variable d'une journée à l'autre

#### observations

jour	n	X
1	3350	31
2	3354	113
3	1509	28
4	2190	20
121		3323
		3

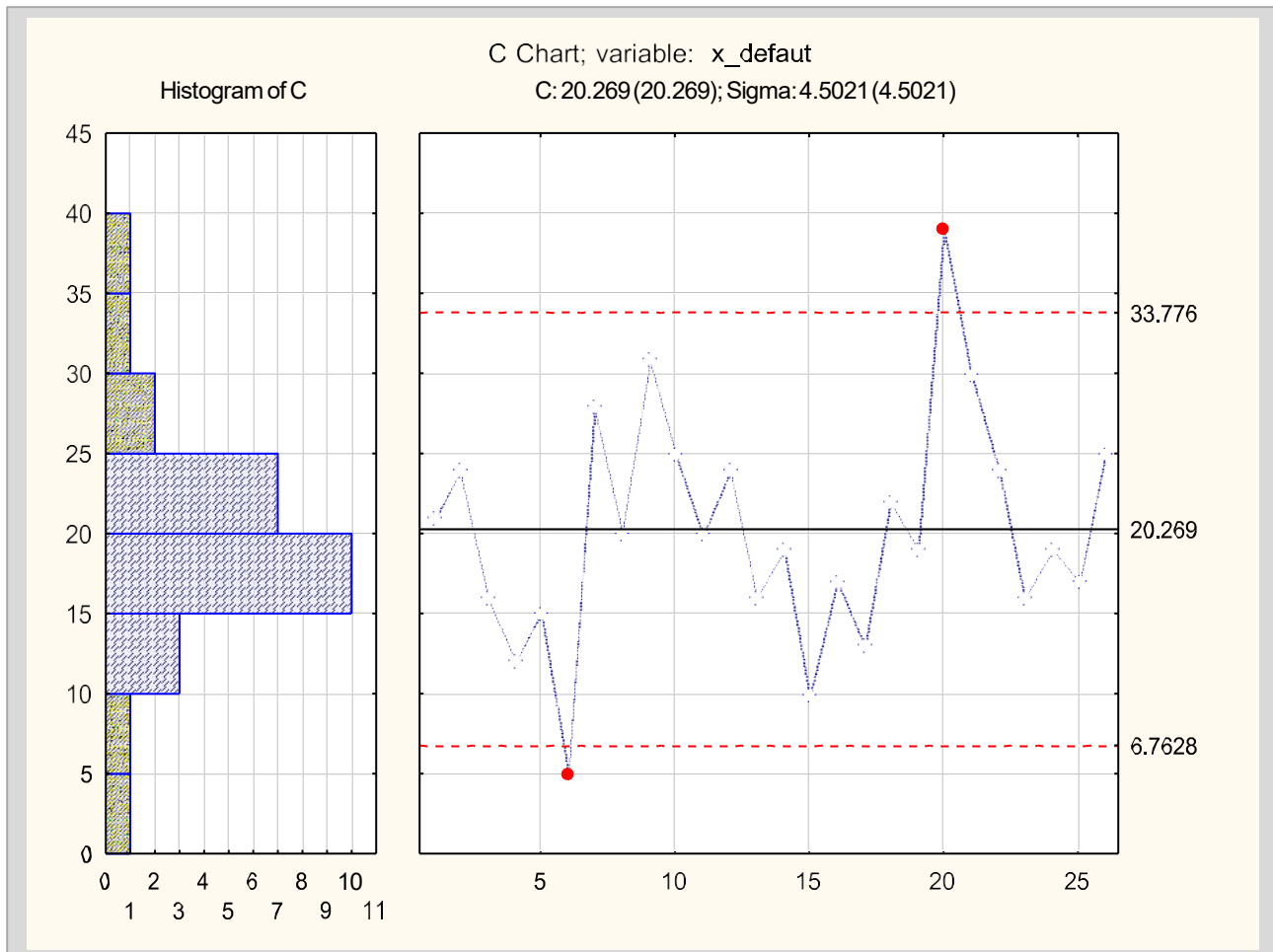


## EXEMPLE 4 : carte c

**X : nombre de non-conformité sur un circuit imprimé**

### Observations

21 - 24 - 16 - 12 - 15 - 5 - 28 - 20 - 31 - 25 - 20 - 24 - 16  
19 - 10 - 17 - 13 - 22 - 19 - 39 - 30 - 24 - 16 - 19 - 17 - 25

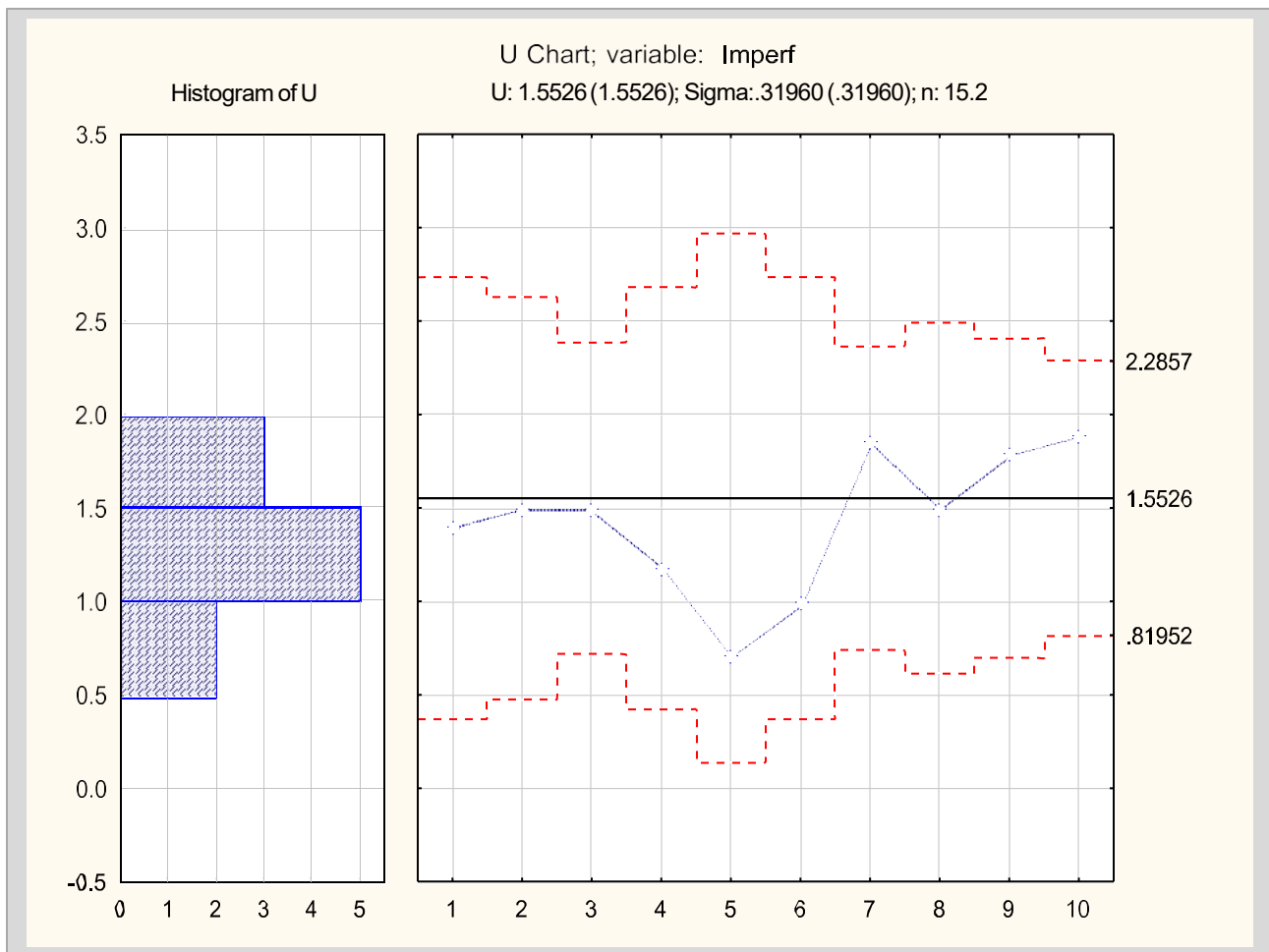


## EXEMPLE 5 : carte U

**X = nombre d'imperfections sur des pièces de tissus**  
**l'aire inspectée des tissus est variable**

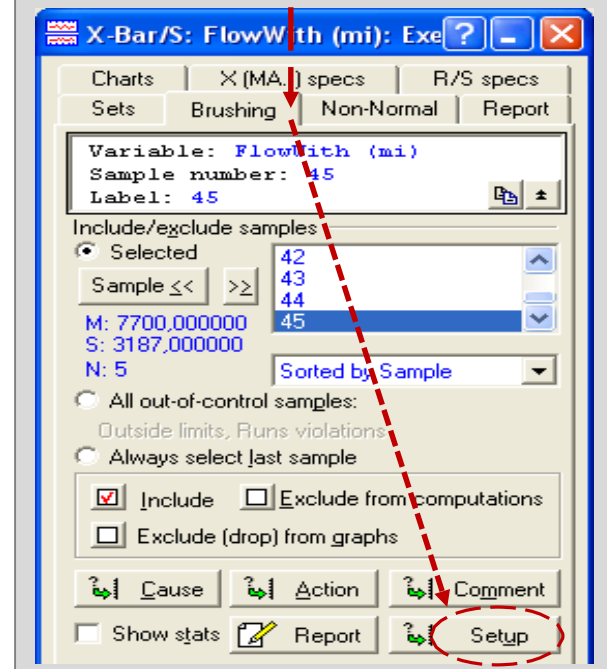
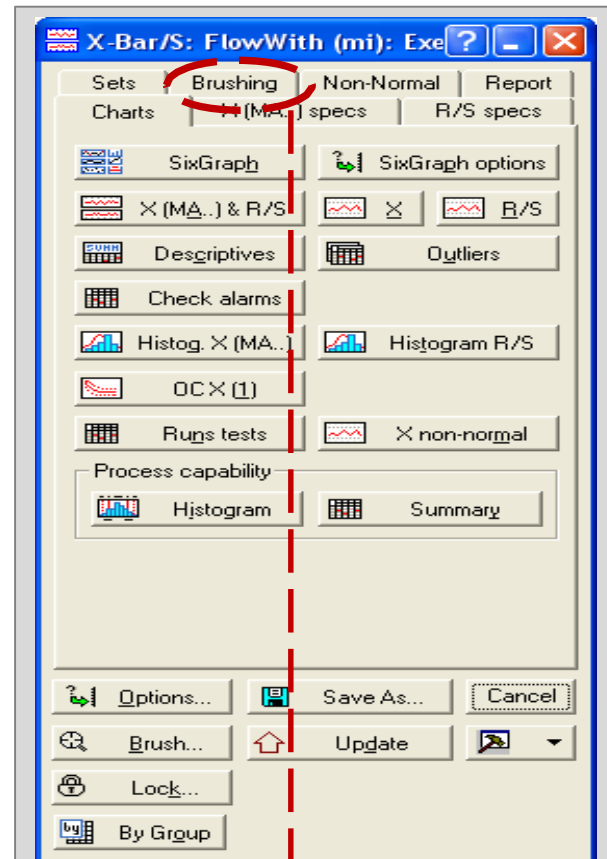
### observations

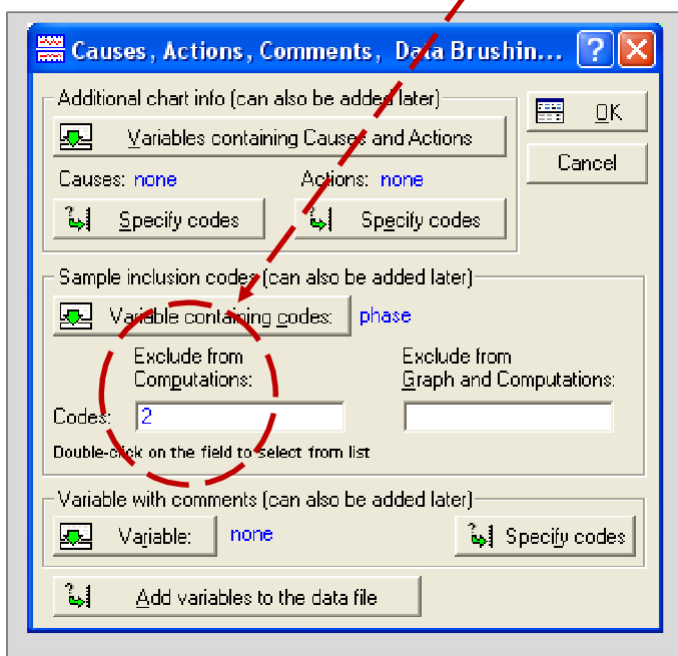
tissu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
aire	10	12	20	11	7	10	21	16	19	26
#imp.	14	18	30	13	5	10	39	24	34	49
U = imp/aire	1,40	1,50	1,50	1,18	0,71	1,00	1,86	1,50	1,79	1,88



## EXEMPLE 6 : carte Xbar et s / 2 phases

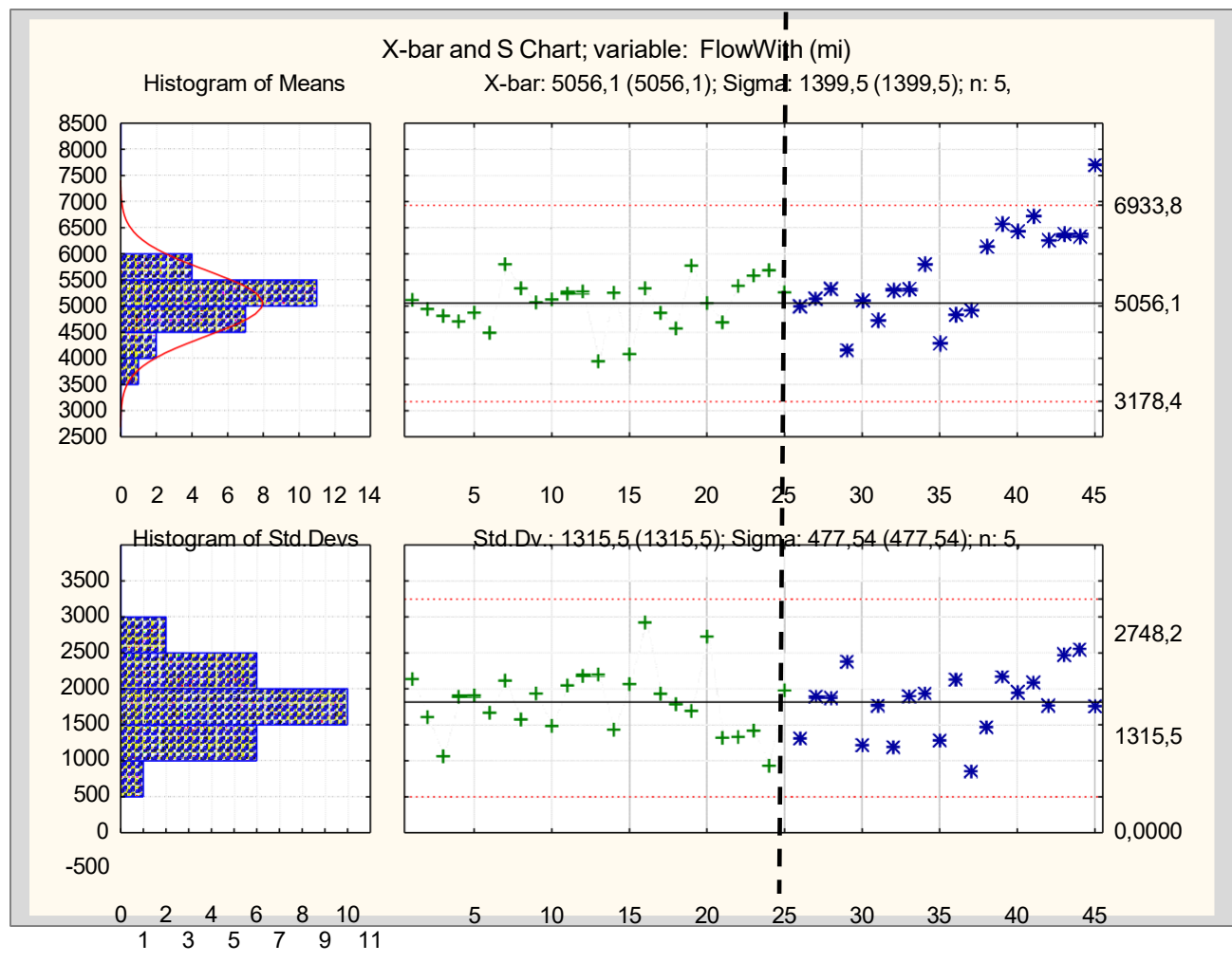
groupe	wafer1	wafer2	wafer3	wafer4	wafer5	phase
	3235	4128	6744	4573	6914	1
	4314	3592	6075	4666	6109	1
	4284	4871	4932	4324	5674	1
	5028	6352	3841	2831	5507	1
	5604	2735	5265	4363	6441	1
	5955	5451	3574	3281	4198	1
	6274	5064	8366	4177	5144	1
	4190	4303	6637	6067	5519	1
	3884	7277	5355	5176	3688	1
10	4039	6697	5089	4627	5220	1
11	4158	7667	4278	5928	4181	1
12	5821	3355	5777	3908	7559	1
13	2856	4106	4447	6398	1928	1
14	4951	4036	5893	6458	4969	1
15	3589	2863	5996	2497	5471	1
16	5747	5301	5171	1839	8662	1
17	3680	7269	3957	5014	4449	1
18	4163	3864	3057	6210	5573	1
19	5796	4185	6541	5116	7247	1
20	7106	4412	2361	3820	7601	1
21	4371	5051	3485	5670	4880	1
22	4738	5936	6583	4973	4720	1
23	5917	4333	5551	5295	6866	1
24	6399	5243	5705	5563	5530	1
25	5797	3663	6240	3732	6887	1
26	4483	5458	4538	4303	6206	2
27	5435	6899	5830	3358	4187	2
28	5175	3446	4723	6657	6661	2
29	5454	931	4072	5039	5264	2
30	4418	5059	5124	4620	6263	2
31	4301	2725	5945	5397	5252	2
32	4981	4506	6174	5837	4962	2
33	3009	5060	6231	5831	6454	2
34	4132	4603	5808	7111	7313	2
35	3817	3135	4953	4894	4596	2
36	5765	7014	4026	2773	4541	2
37	4936	4373	5136	4808	5293	2
38	5729	6738	5048	5651	7473	2
39	8089	5513	8250	4389	6558	2
40	6236	5393	6738	8698	5036	2
41	4120	7931	7345	6391	7791	2
42	7372	5663	4910	7809	5504	2
43	2971	7394	6832	6677	7974	2
44	4295	6536	9134	7272	4370	2
45	6217	8220	7915	6744	9404	2





Limites de contrôle calculées avec les données de **phase 1** | **phase 2**

phase :  



## GUIDE POUR L'ANALYSE DE DONNÉES EN MANAGEMENT ET EN INGÉNIERIE

Le guide présente trois catégories d'affirmations concernant  
les cartes de contrôle | les graphiques et les tableaux | le management

### CARTES DE SHEWHART

- C1** Les cartes de contrôle de Shewhart complétées avec des histogrammes, des diagrammes de flux, des diagrammes de causes à effet, des diagrammes de Pareto et des diagrammes-temps contribuent à la compréhension.
- C2** Les bénéfices des cartes seront cachés à quiconque emploie des méthodes plus traditionnelles qui ne tiennent pas en compte correctement ou font abstraction de l'impact de la variabilité dans les données.
- C3** Les cartes de contrôle font intervenir le contexte et le processus associé.
- C4** L'essence des cartes de contrôle est la possibilité de faire des prédictions.
- C5** Une carte de contrôle filtre le **bruit probable** en vue de détecter un **signal potentiel** dans les données.
- C6** Les cartes de contrôle sont le commencement de la connaissance car elles permettent de poser les bonnes questions.
- C7** La clé de l'utilisation des cartes de contrôle vient avec la pratique de la **méthode de pensée** (l'amélioration continue) qui les accompagne.
- C8** La **première erreur** de l'interprétation des données: interpréter un bruit comme un signal.
- C9** La **deuxième erreur** de l'interprétation des données: ne pas détecter un signal quand il est présent.
- C10** La méthode des cartes de contrôle de Shewhart établit un équilibre entre ces deux types d'erreur.
- C11** Un signal est un point hors contrôle et représente une opportunité pour découvrir comment améliorer un processus et obtenir un bénéfice économique.
- C12** Un **signal** est
- tout point à l'extérieur des limites de contrôle statistiques
  - au moins 3 points de 4 points consécutifs dans la zone de 2 sigmas à 3 sigmas au-delà de la ligne centrale;
  - 8 points consécutifs du même côté de la ligne centrale;
  - 8 points consécutifs croissants (décroissants)
- C13** Les **données agrégées** perdent leur contexte et sont un frein à leur interprétation et leur utilisation efficace.

## GRAPHIQUES

- G1** Les graphiques sont beaucoup plus accessibles à l'esprit humain que les tableaux de données.
- G2** Un graphique peut révéler une structure intéressante dans les données.
- G3** Un tableau de valeurs submerge le lecteur de détails secondaires.
- G4** Un résumé numérique peut être un complément à un graphique mais ne peut jamais le remplacer.
- G5** L'interprétation des données ne peut se faire indépendamment de leur contexte.
- G6** L'interprétation des données repose sur une méthode d'analyse.
- G7** Les prédictions reposent sur la connaissance, les explications n'ont pas cette exigence.
- G8** Le but de l'analyse est la compréhension et la perspicacité.

## MANAGEMENT

- M1** Les **rapports traditionnels de gestion** sont remplis de multiples comparaisons d'une caractéristique entre 2 périodes seulement:  
     mois M année T vs mois M année T-1,  
     cumulatif année T vs cumulatif année T-1, etc.
- M2** Les rapports traditionnels de gestion constituent un **pauvre moyen** pour communiquer des résultats numériques.
- M3** **Aucune comparaison entre 2 valeurs** ne peut être globale.
- M4** Une **grande différence** de pourcentage n'est pas nécessairement l'indication de la **présence** d'un signal.
- M5** Une **petite différence** de pourcentage n'est pas une indication de **l'absence** d'un signal.
- M6** Les **données à intervalles réguliers** (séries chronologiques) doivent être analysées avec des cartes de contrôle à valeurs individuelles et étendues mobiles XmR.
- M7** La **voix du processus** définit ce que l'on obtient.
- M8** **Seule une carte de contrôle** permet d'obtenir la voix du processus.
- M9** La **voix du client** définit ce que l'on veut obtenir.
- M10** Le rôle du management est **d'aligner** la voix du processus avec la voix du client.

## RÉFÉRENCES

- Montgomery, D.C (2013) *Introduction to QUALITY CONTROL*, 7<sup>th</sup> ed., John Wiley & Sons
- Wheeler, D. J., Chambers, D.S. (2010) *Understanding Statistical Process Control*, 3<sup>rd</sup> ed.,  
 SPC Press 5908 Toole Drive, suite C, Knoxville, TE 37919, [www.spcpress.com](http://www.spcpress.com)
- Wheeler, D. J. (2004) *Advanced Topics in Statistical Process Control*, 2<sup>nd</sup> ed.,  
 SPC Press 5908 Toole Drive, suite C, Knoxville, TE 37919, [www.spcpress.com](http://www.spcpress.com)
- Wheeler, D. J (1993) *Understanding Variation, The key to Managing Chaos*,  
 SPC Press 5908 Toole Drive, suite C, Knoxville, TE 37919, [www.spcpress.com](http://www.spcpress.com)