

# Chapitre 8

## plans de surface de réponse

**RSM : Response Surface Methodology**

- **ÉTAPES ET MODÈLES**
- **MÉTHODE DU GRADIENT**
- **ANALYSE DE LA SURFACE**
- **RÉPONSES MULTIPLES**
- **PLANS DISPONIBLES**

# QUESTIONS

# RÉPONSES

Quel est le PLAN de collecte de données

plans statistiques  
d'expériences (DOE)

Quelles sont les variables **CRITIQUES X** ?

plans tamisage

Quelle est la **FONCTION** de TRANSFERT  $f$   
entre les variables critiques **X**  
et la variable de réponse variable **Y** ?

**MODÉLISATION**

$f = ?$

**X**  $\longrightarrow$  **Y**

Comment **CONTRÔLER** la réponse **Y**  
à un niveau désiré

**nominal - maximum - minimum**

en fixant les variables **X** à  
des niveaux spécifiques (à déterminer) ?

**CONTRÔLE**

et

**OPTIMISATION**

# Surfaces de réponse

## RSM : Response Surface Methodology

### Phase tamisage facteurs

plans :  $2^k - p$

facteurs : quantitatifs ou qualitatifs

modèles : premier ordre

avec / sans interaction  $X_i X_j$

optimisation : examen liste finie de possibilités

### Phase caractérisation / optimisation : RSM

plans : central-composite (Box-Wilson)

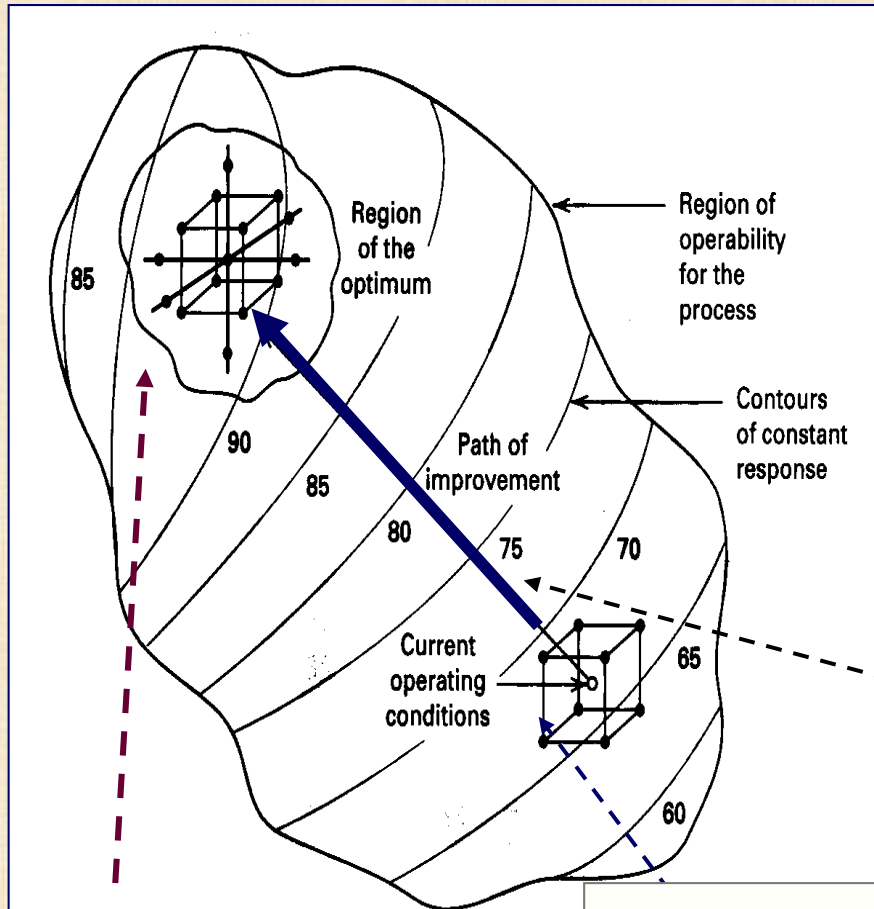
Box-Behnken

facteurs : quantitatifs

modèles : deuxième ordre (quadratiques)

optimisation : résolution d'équations

# Méthode du gradient



- **tamiser les facteurs**
- **trouver la région de l'optimum**
- **modéliser et optimiser (max, min) réponse Y**

**direction : gradient**

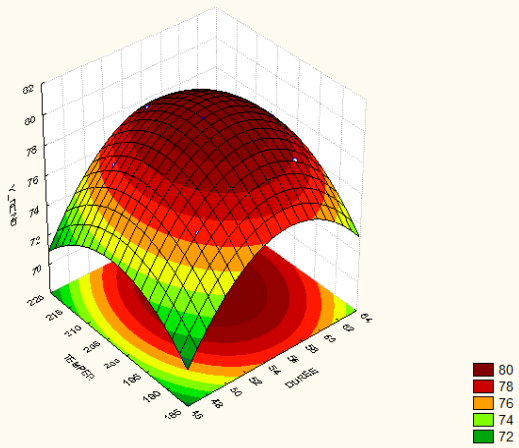
**région  
l'optimum**

**conditions  
actuelles**

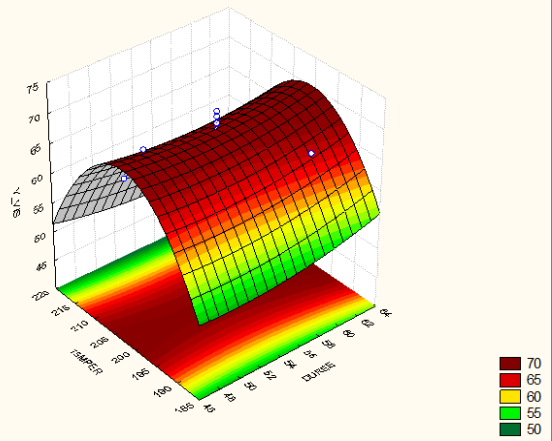


# RSM oui - exemples de surface convexes

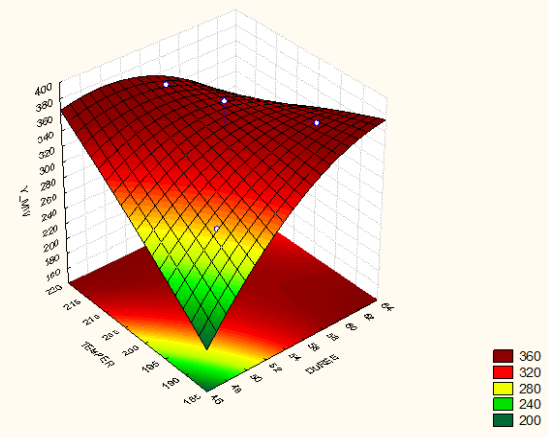
Fitted Surface; Variable: Y\_REND



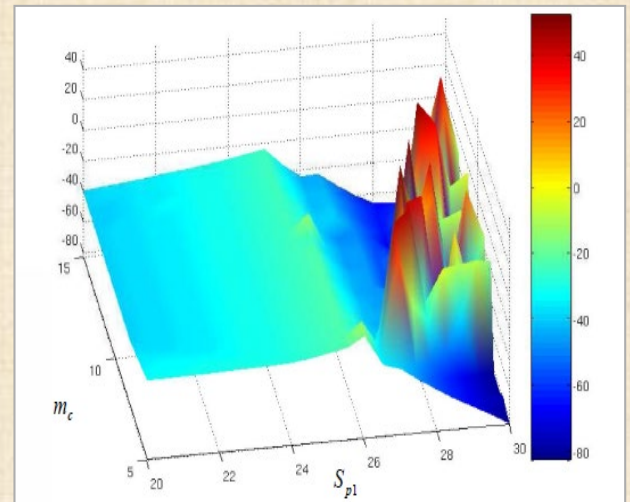
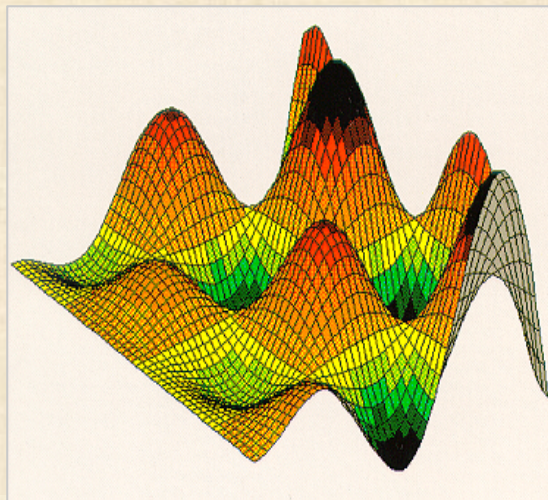
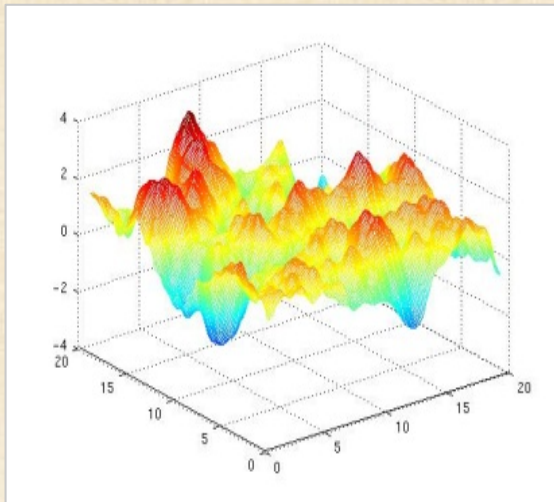
Fitted Surface; Variable: Y\_VIS



Fitted Surface; Variable: Y\_MW

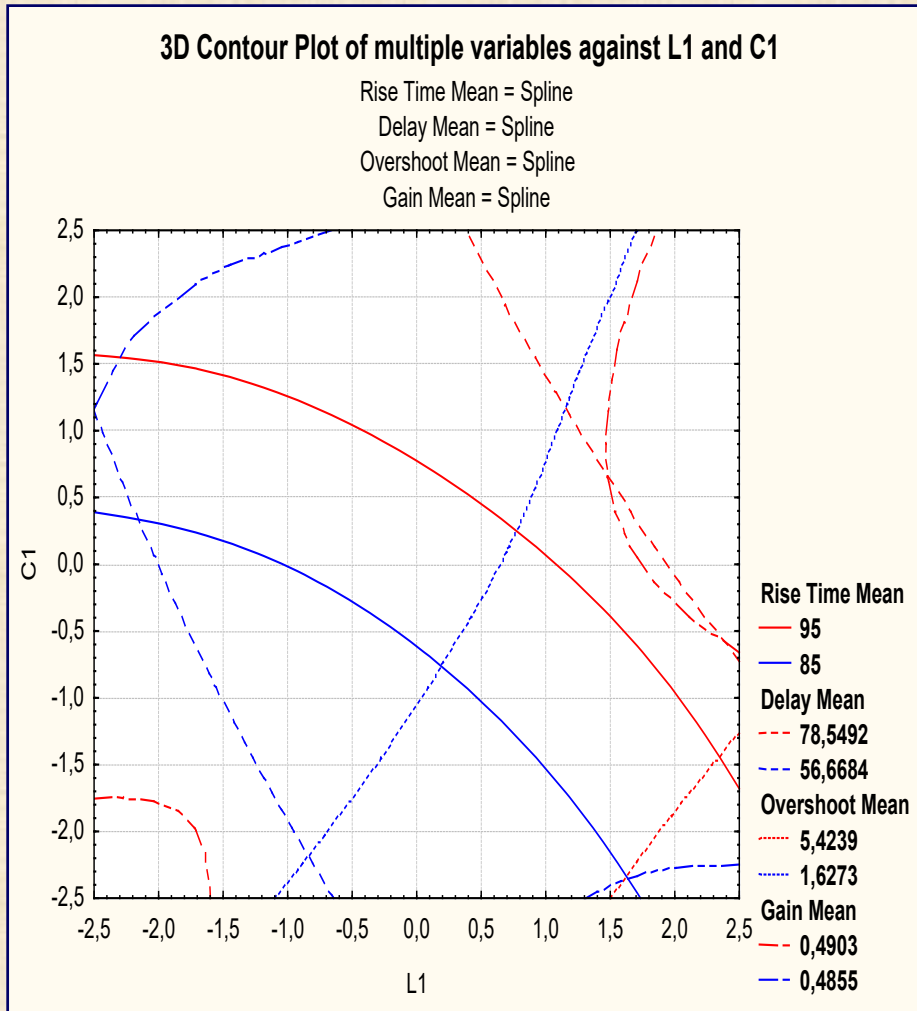


# RSM non - exemples de surfaces non convexes

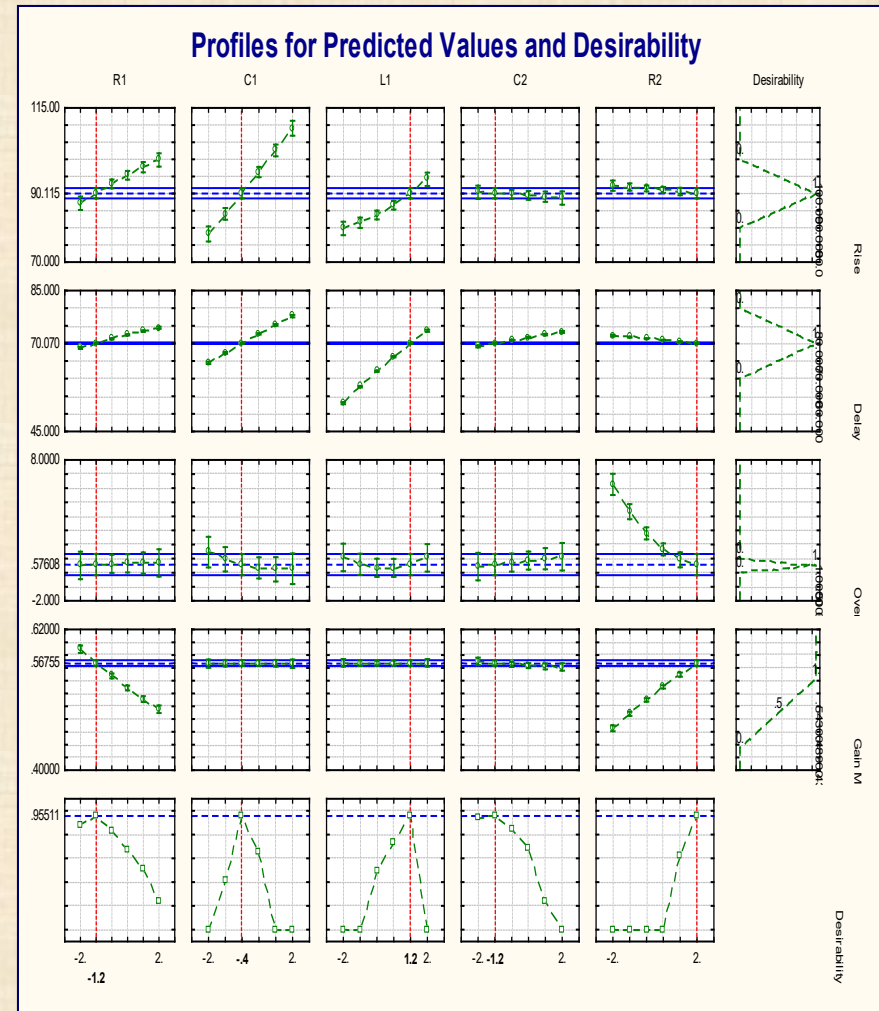


# Méthodes optimisation simultanée de plusieurs réponses

## courbes contours superposées



## fonctions désirabilité



## RSM : étapes - modèles employés

- **Tamissage : premier ordre**

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_{12} X_1 X_2$$

- **Pente rapide (gradient) : premier ordre sans terme d'interaction car loin de l'optimum**

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$$

gradient = dérivées partielles de Y par rapport X1, X2,...

- **Optimisation : quadratique**

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_{12} X_1 X_2 + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2$$

# RSM : éléments

$$Y = f(X) \quad f : \text{inconnue}$$

approximation

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_{12} X_1 X_2 + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2$$

- modèles employés en pratique
- **analogie : développement de Taylor d'une fonction**
- ajustement : moindres carrés
- **designs statistiques disponibles**
- optimisation facile



# RSM : étapes

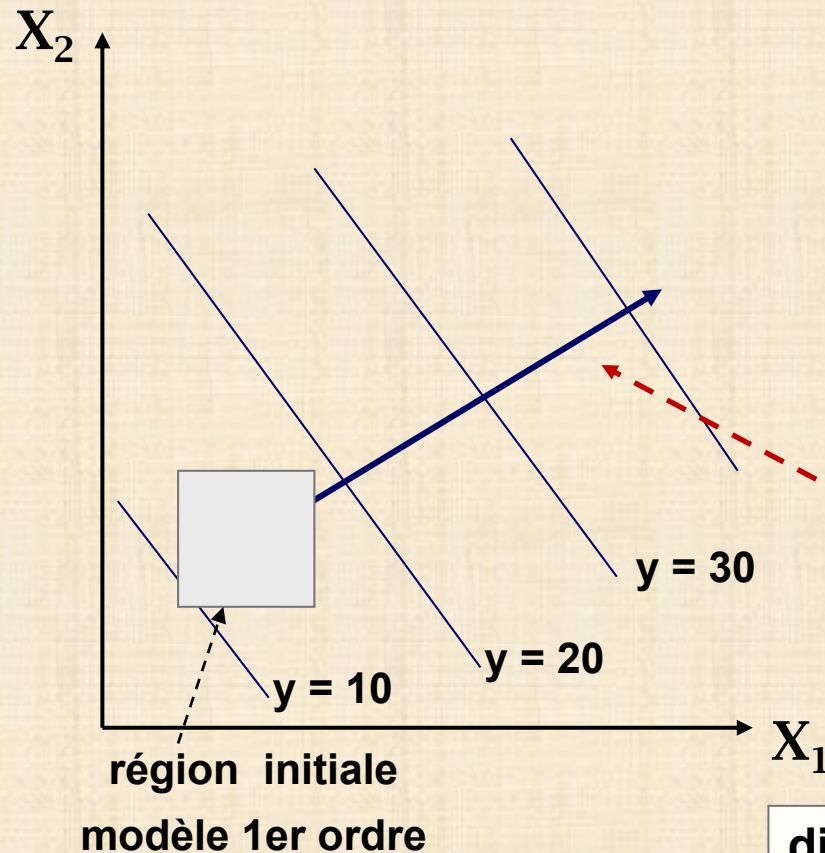
1. choix des variables  $X_1, X_2, \dots, X_k$ 
  - après tamisage : en pratique  $k \leq 7$
  - quantitatives
2. design expérimental : exigences
  - au moins 3 modalités pour chaque variable
  - design factoriel complet  $3^k$  exige trop d'essais si  $k > 3$

$k$ : # var	:	2	3	4	5	6	7
$3^k$ : # essais	:	9	27	81	243	729	2187

nb coef. modèle quad.  $\beta$  : 6   10   15   21   28   36

  - égale précision dans toutes les directions
  - possibilité de bloquer les essais
3. a- ajustement : modèle ordre 1  
b- déplacement : direction de (dé)croissance : gradient  
c- atteindre région d'intérêt  
d- ajustement : modèle d'ordre 2 région optimale  
e- analyse - exploration - optimisation

## RSM : pente rapide méthode du gradient



### Procédure

déplacement séquentiel  
à partir d'une première  
conjecture (point de l'espace)  
vers la région optimale

**base** : modèle du premier ordre

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$$

**pente la plus rapide** : gradient

gradient ( $\beta_1, \beta_2$ )

**augmentation** de Y la plus rapide

direction opposée au gradient :

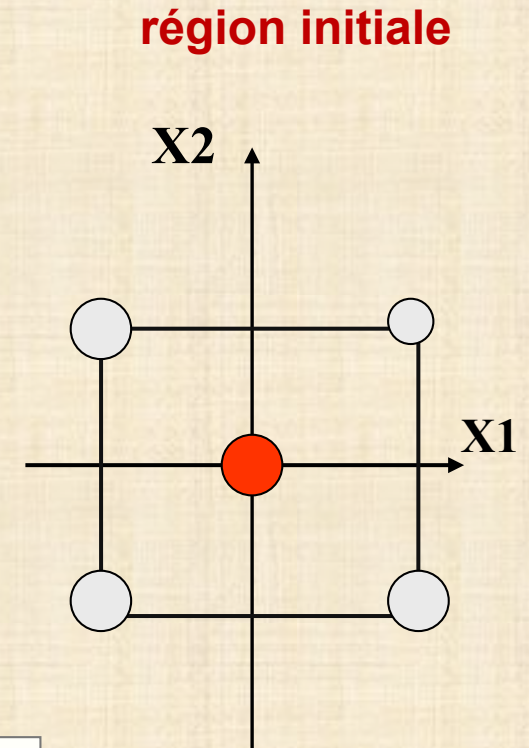
**diminution** de Y la plus rapide

## Ex- 8.1 : réaction chimique

	ESSAI	ORDRE	DURÉE min	TEMPER deg C	X1	X2	Y-REND
1	1	7	30	150	-1	-1	39.3
2	2	6	30	160	-1	1	40.9
3	3	5	40	150	1	-1	40.0
4	4	2	40	160	1	1	41.5
5	5	9	35	155	0	0	40.3
6	6	4	35	155	0	0	40.5
7	7	1	35	155	0	0	40.7
8	8	3	35	155	0	0	40.2
9	9	8	35	155	0	0	40.6

$$X1 = ( DURÉE - 35 ) / 5$$

$$X2 = ( TEMPER - 155 ) / 5$$



## Ex- 8.1 : réaction chimique

	SS	DF	MS	F	p	
<b>SS<sub>modèle</sub></b>	(1)DURÉE	0.4225	1	0.4225	9.83	0.0350
	(2)TEMPER	2.4025	1	2.4025	55.87	0.0017
	1 par 2	0.0025	1	0.0025	0.06	0.8213
<b>SS<sub>residuelle</sub></b>	Manque d'ajustement	0.0027	1	0.0027	0.06	0.8137
	Erreur pure	0.1720	4	0.0430		
	Total	3.0022	8			

**modèle**

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$$

**OK**

$$SS_{\text{résiduelle}} = SS_{\text{total}} - SS_{\text{modèle}}$$

$$SS_{\text{erreur pure}} = (n - 1) * \text{variance (essais répétés au centre)}$$

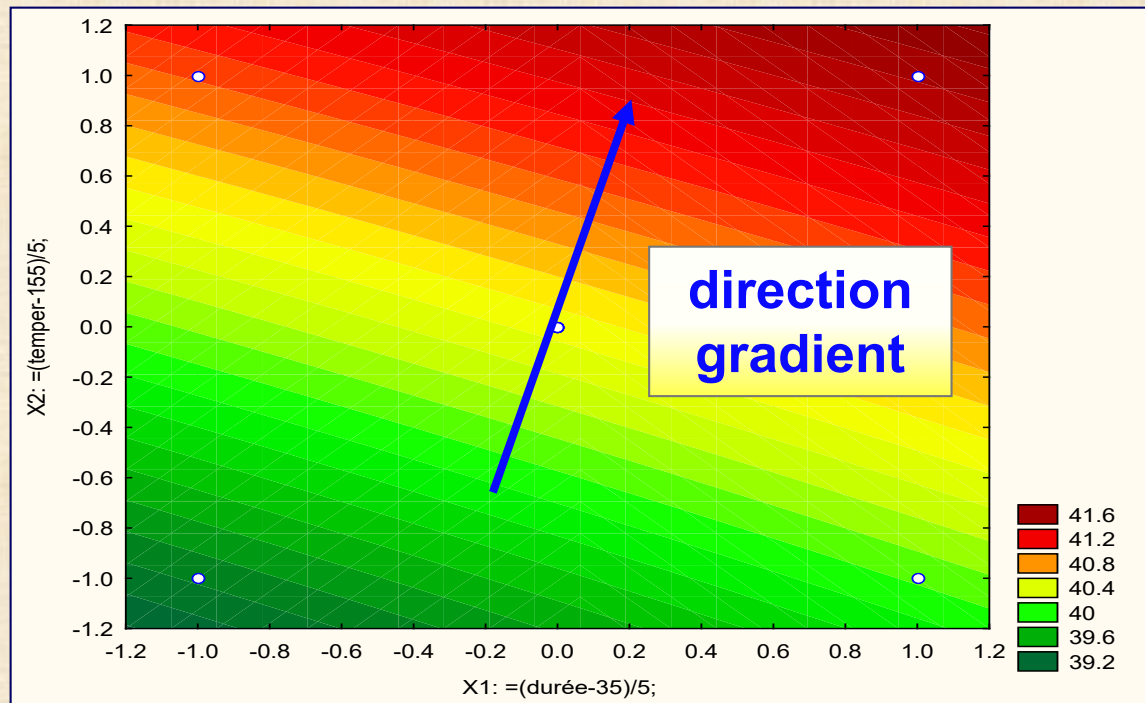
$$SS_{\text{manque ajustement}} = SS_{\text{résiduelle}} - SS_{\text{erreur pure}}$$

## Ex- 8.1 : réaction chimique

	Effet	E type	t(5)	p	Coeff.
Moyenne	40.44	0.062	649.1	0.0000	40.444
(1)DURÉE	0.65	0.187	3.5	0.0177	0.325
(2)TEMPER	1.55	0.187	8.3	0.0004	0.775
1 par 2	-0.05	0.187	-0.3	0.7998	-0.025

$$\hat{y} = 40.44 + 0,325x_1 + 0,775 x_2$$

$$\begin{aligned}\text{gradient} &= (0.325, 0.775) \\ &= (1, 0.775 / 0.325) \\ &= (1, 2.38)\end{aligned}$$



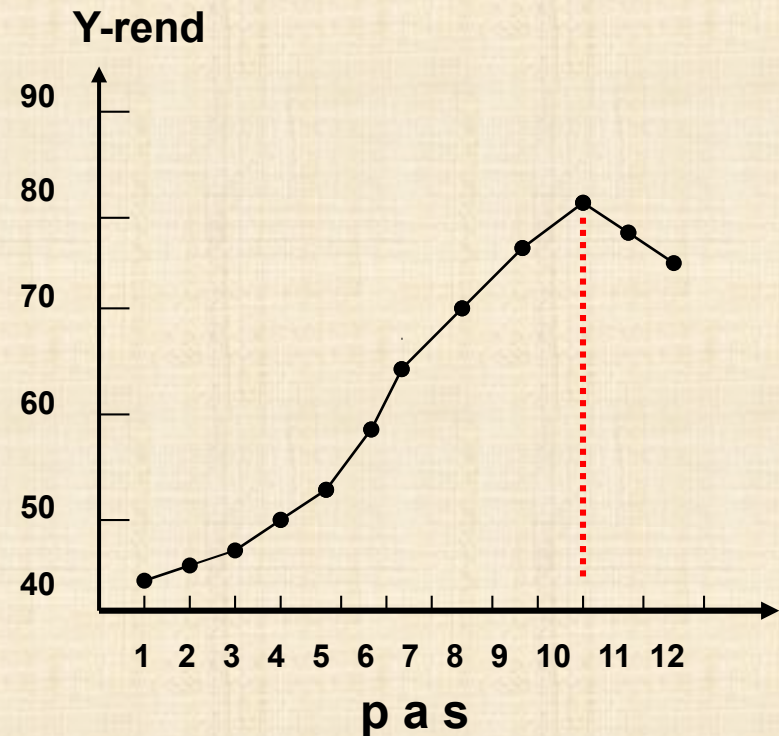


## Ex- 8.1 : réaction chimique

décision : progression de DURÉE : 2 minute  
donne  $2.38 \times 2 = 4.76$  deg. C pour TEMP  
montée rapide

décision à prendre

ESSAI	DURÉE	TEMP	X1	X2	Y
<u>origine</u>	<u>35</u>	<u>155</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	
<u>delta</u>	<u>2</u>	<u>4.76</u>	<u>1</u>	<u>2.38</u>	
10	37	159.8	1	2.38	41.0
11	39	164.5	2	4.76	42.9
12	41	169.3	3	7.14	47.1
13	43	174.0	4	9.52	49.7
14	45	178.8	5	11.90	53.8
15	47	183.6	6	14.28	59.9
16	49	188.3	7	16.67	65.0
17	51	193.1	8	19.04	70.4
18	53	197.8	9	21.42	77.6
19	55	202.3	10	23.80	80.3
20	57	207.4	11	26.18	76.2
21	59	212.1	12	28.56	75.1



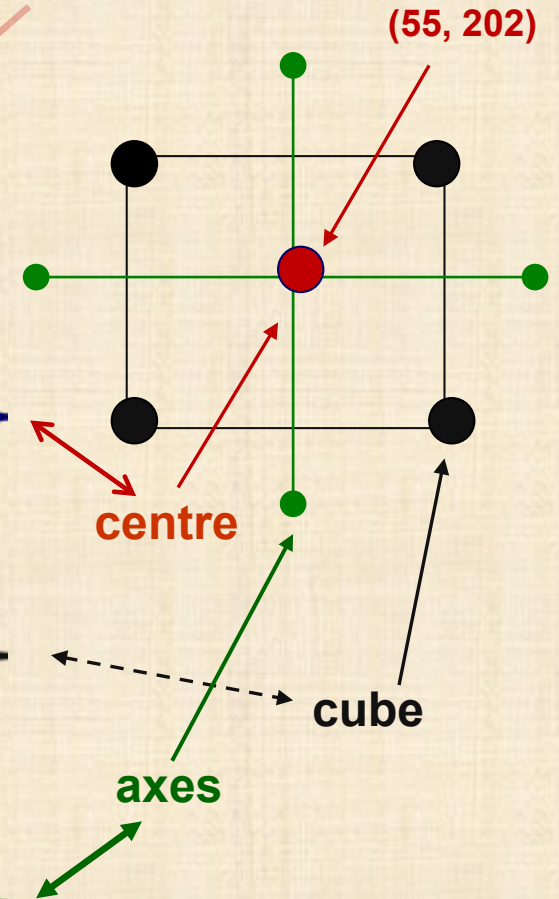
nouvelle série d'observations autour de (55, 202)

## Ex- 8.1 : réaction chimique

nouvelle série d'observations autour de (55, 202)  
 décision : variation 5 unités en durée et 10 en température  
 plan : central composite (Box-Wilson)

réponses

ESSAI	DURÉE	TEMP	X1	X2	Y-rend	Y-VIS	Y-MW	
<b>origine</b>	<b>55</b>	<b>202</b>	<b>0</b>	<b>0</b>				
<b>delta</b>	<b>5</b>	<b>10</b>						
1	-22	55	202	0	0	79.9	72	348
2	-23	55	202	0	0	80.3	69	320
3	-24	55	202	0	0	80.0	68	341
4	-25	55	202	0	0	79.7	70	329
5	-26	55	202	0	0	79.8	71	350
6	-27	50	192	-1	-1	76.5	62	294
7	-28	60	192	1	-1	78.0	66	368
8	-29	50	212	-1	1	77.0	60	347
9	-30	60	212	1	1	79.5	59	389
10	-31	47.95	202	-1.41	0	75.6	71	302
11	-32	62.05	202	1.41	0	78.4	68	336
12	-33	55	187.90	0	-1.41	77.0	57	315
13	-34	55	216.10	0	1.41	78.5	58	363



## Ex- 8.1 : réaction chimique

essais 22 à 34 : plan central composite

modèle 1: X1 X2 X1X2

ANOVA; Var.:Y\_REND; R-sqr = 0.38; Adj:0.17

	SS	df	MS	F	p
(1)DURÉE (L)	9.401	1	9.4012	125.91	0.0001
(2)TEMPER (L)	3.507	1	3.5067	46.96	0.0010
1L by 2L	1.326	1	1.3260	17.76	0.0084
Lack of Fit	17.506	4	4.3766	58.61	0.0002
Pure Error	0.373	5	0.0747		
Total SS	28.743	12			

manque d'ajustement : modèle 1 rejeté  
R-sqr faible

essais 22 à 34 : plan central composite  
modèle 2 : X1 X2 X1X2 X1X1 X2X2

ANOVA; Var.:Y\_REND; R-sqr = 0.98 ; Adj:0.965

	SS	df	MS	F	p
(1)DURÉE (L)	5.227	1	5.227	70.00	0.0004
DURÉE (Q)	12.822	1	12.822	171.72	0.0000
(2)TEMPER (L)	1.236	1	1.236	16.56	0.0096
TEMPER (Q)	6.748	1	6.748	90.37	0.0002
1L by 2L	0.040	1	0.040	0.53	0.4991
Lack of Fit	0.216	2	0.108	1.45	0.3190
Pure Error	0.373	5	0.075		
Total SS	28.743	12			

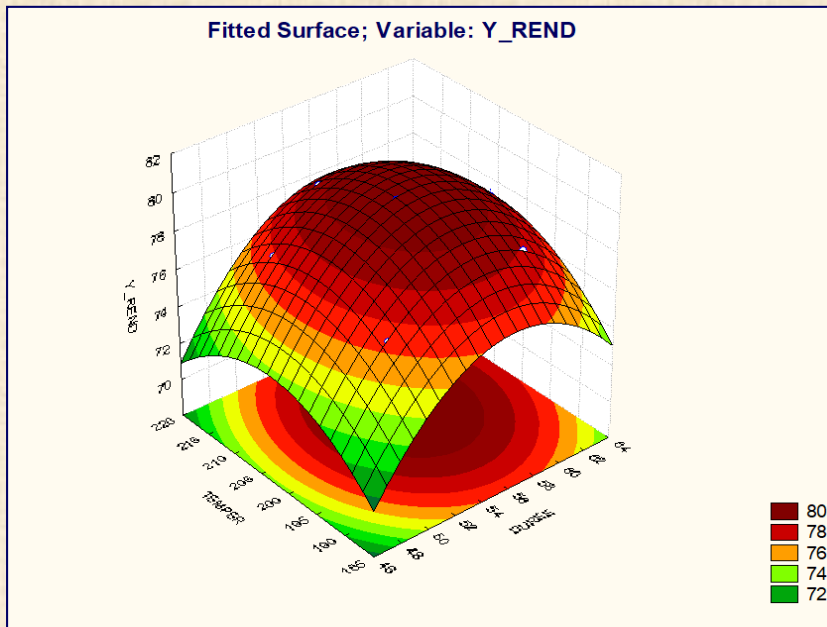
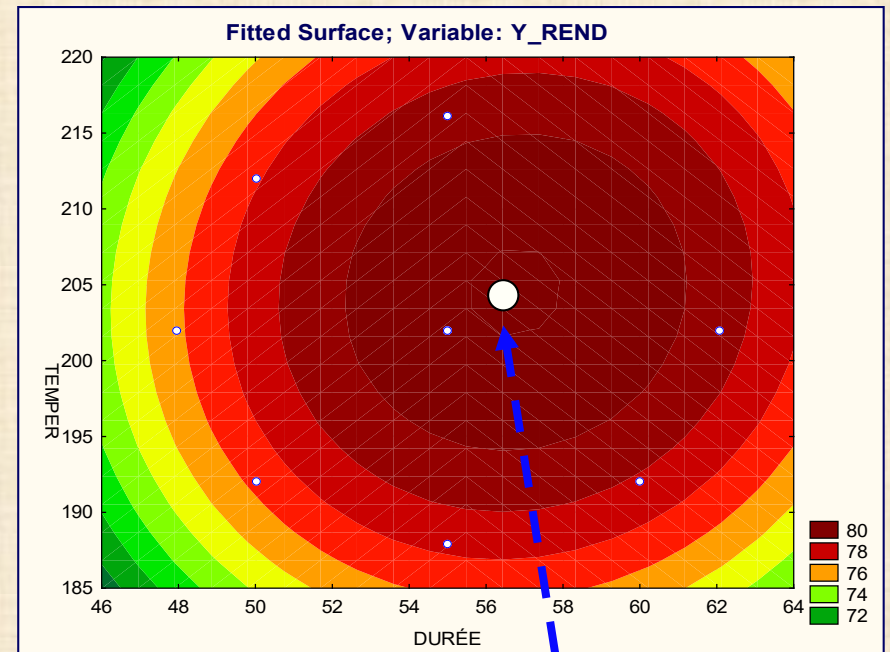
manque d'ajustement : modèle 2 accepté  
R-sqr élevé

# Ex- 8.1 : réaction chimique

cod = variables codage

orig = variables unités d'origine

	Effect cod	P cod	Coeff cod	Coeff orig	p orig
Mean/Interc.	79.87	0.000	79.87	- 484.08	0.0007
DURÉE (Q)	- 2.75	0.000	- 1.37	5.71	0.0015
TEMPER (Q)	- 1.99	0.000	- 1.00	3.93	0.0005
(1)DURÉE (L)	1.87	0.000	0.94	-0.05	0.0000
(2)TEMPER (L)	0.91	0.010	0.46	-0.01	0.0002
1L by 2L	0.26	0.499	0.13	0.00	0.4991



	Observed min	Critical	Observed max
DURÉE	48.0	56.8	62.0
TEMPER	187.9	204.5	216.1

Valeurs critiques Y\_REND  
**maximum**  
 Y\_rend prédite = 80.09

## Analyse de la surface

### modèle

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \beta_{12} X_1 X_2 + \beta_{13} X_1 X_3 + \dots \\ + \dots + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2 + \beta_{33} X_3^2 + \dots$$

**forme matricielle**     $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + x' \hat{\beta} + x' B x$     **modèle ajusté**

$x' = (X_1, X_2, \dots, X_k)$  vecteur 1 par k     $x'$  : transposé de x (kx1)

$\hat{\beta} = (\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_k)$  vecteur 1 par k     $\hat{\beta}'$  vecteur k par 1

$$B = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{11} & \hat{\beta}_{12}/2 & \dots & \hat{\beta}_{1k}/2 \\ & \hat{\beta}_{22} & \dots & \hat{\beta}_{2k}/2 \\ & & \text{symétrique} & \dots \\ & & & \hat{\beta}_{kk} \end{bmatrix}$$



## Analyse de la surface

point stationnaire  $x_s = (x_1, x_2, \dots, x_k)$

$$\partial y / \partial x = \hat{\beta} + 2 B x = 0$$

$$\hat{x}_s = -0.5 B^{-1} \hat{\beta}$$

$$\hat{y}_s = \hat{\beta}_0 + 0.5 x_s' \hat{\beta}$$

Ex- 8.1 : réaction chimique

$$\hat{\beta} = (0.936, 0.455)'$$

$$B = \begin{bmatrix} -1.374 & 0.065 \\ 0.065 & -0.997 \end{bmatrix}$$

$$\hat{X}_s = (0.389, 0.306)$$

Optimum

durée = 56.76 min  
température = 204.51 deg C

# Analyse de la surface

## ■ Caractérisation de la surface

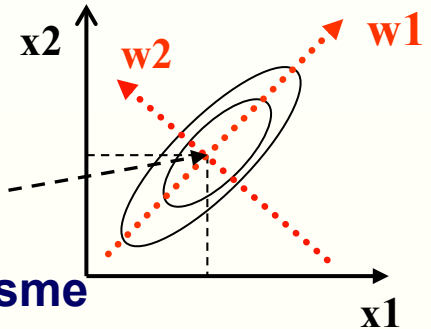
point stationnaire MAX ? MIN ? MINIMAX ?

## ■ Forme canonique du polynôme

nouvelles variables :  $w_1, w_2, \dots, w_k$

### transformation

- translation : nouvelle origine à  $x_s$
- rotation orthogonale des axes pour parallélisme avec les axes principaux de la surface



$$\hat{y} = \hat{y}_s + \lambda_1 w_1^2 + \lambda_2 w_2^2 + \dots + \lambda_k w_k^2$$

## ■ $\lambda$ : valeurs propres de la matrice B

## ■ nature surface : dépend des signes des $\lambda$

$\lambda$  tous positifs : minimum

$\lambda$  tous négatifs : maximum

$\lambda$  positifs et négatifs : minimax (« saddlepoint »)

## Ex- 8.1 : réaction chimique

### forme canonique

calcul des valeurs propres  $\lambda$

$$|B - \lambda I| = 0 \quad I : \text{matrice identité}$$

$$\lambda_1 = -0.0099 \quad \lambda_2 = -0.0550 \quad \text{maximum}$$

$$\hat{y} = 80.21 - 0.0099 w_1^2 - 0.055 w_2^2$$

### transformation inverse : w en fonction des x

$$w = M' (x - x_s)$$

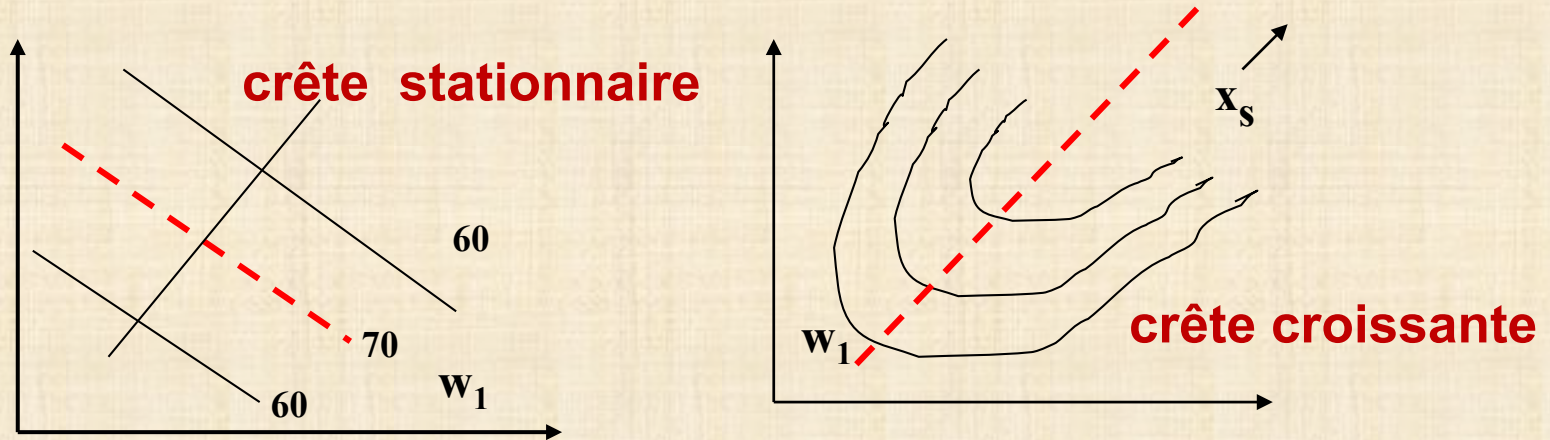
M : matrice orthogonale k x k

formée avec les vecteurs propres normés

$$w_1 = 0.028 (x_1 - 56.76) + 0.999 (x_2 - 204.51)$$

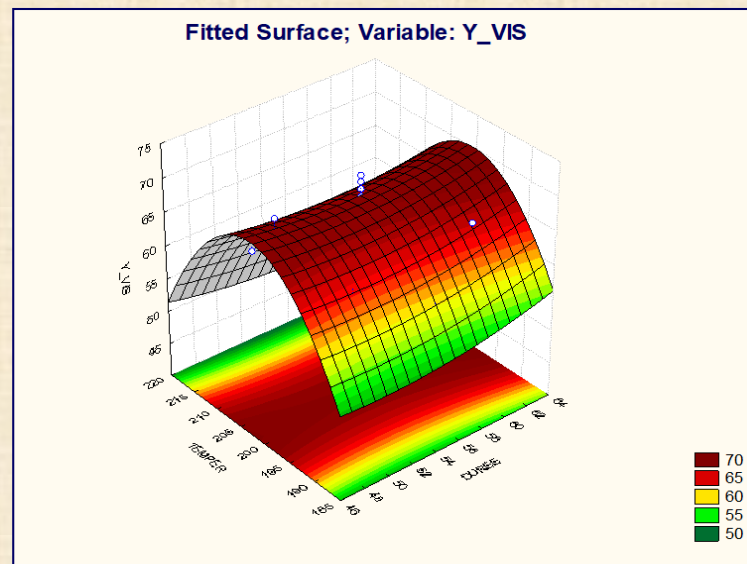
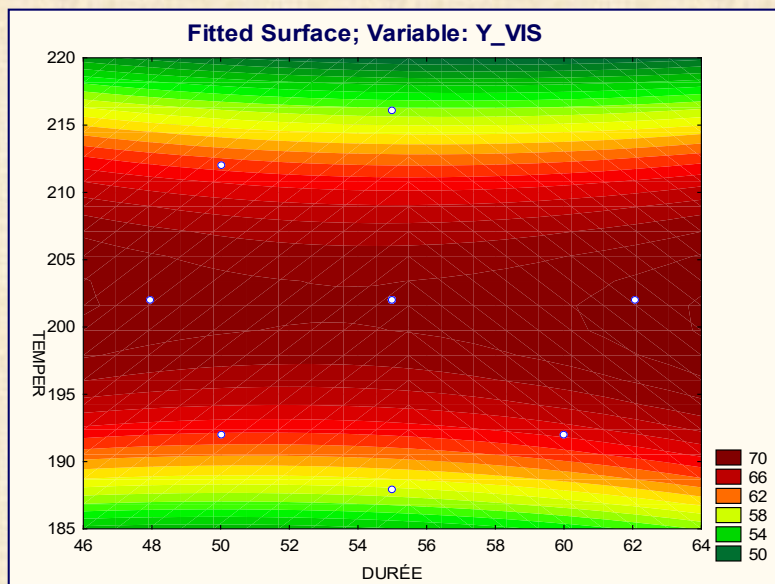
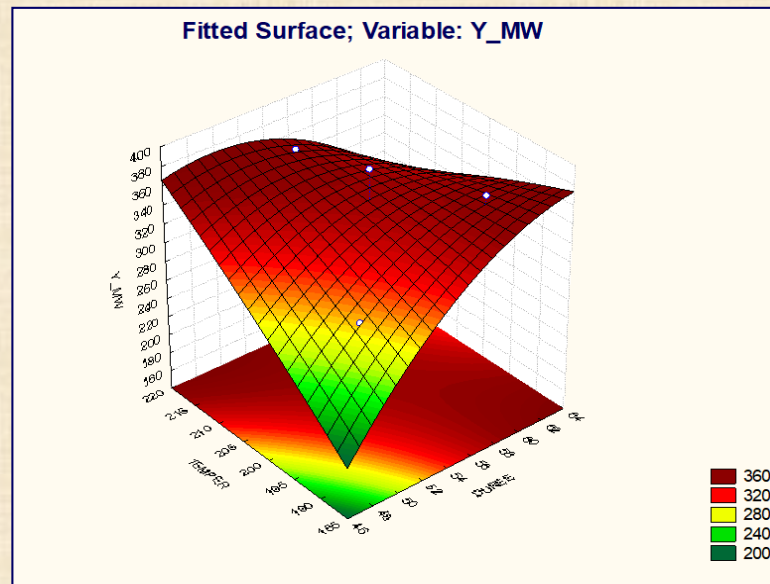
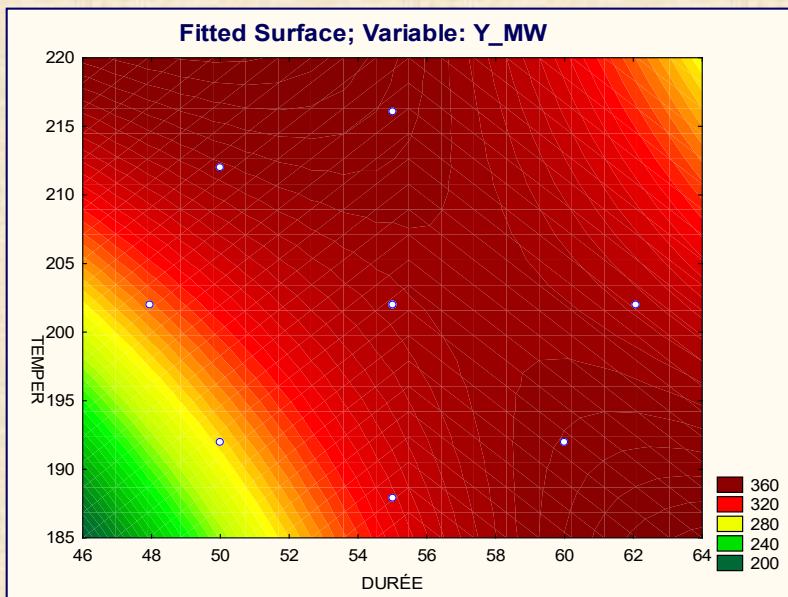
$$w_2 = 0.9999 (x_1 - 56.76) - 0.028 (x_2 - 204.51)$$

## Systemes avec crêtes ( « ridge » )



- **systemes assez fréquents**
- **un ou plusieurs  $\lambda \approx 0$**
- **réponse  $Y$  est insensible aux variables  $w$  correspondantes**
- **cas stationnaire : l'optimum peut être pris n'importe où le long de la droite**
- **cas croissant (décroissant) : point stationnaire est à l'extérieur de la région explorée**

# Ex- 8.1 : réaction chimique





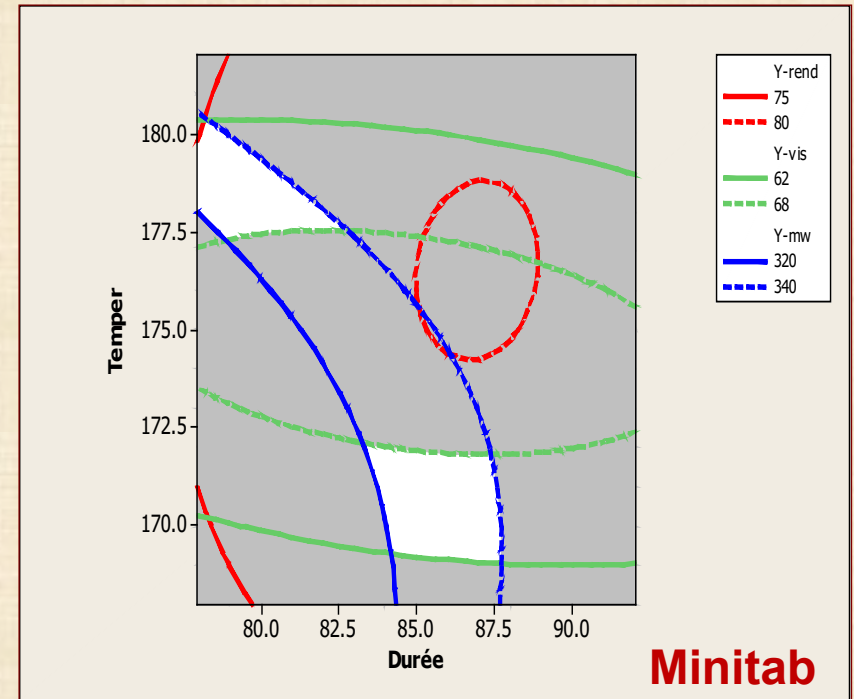
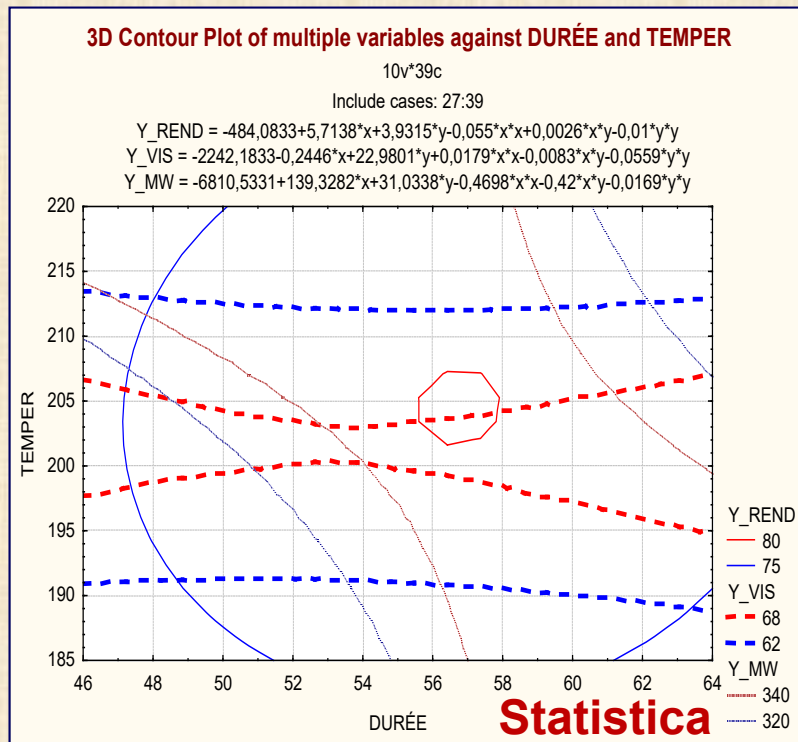
# Réponses multiples

représentation / visualisation / optimisation

- ▶ courbes contour superposées: en 2 dimensions
- ▶ fonctions de désirabilité
- ▶ programmation non linéaire

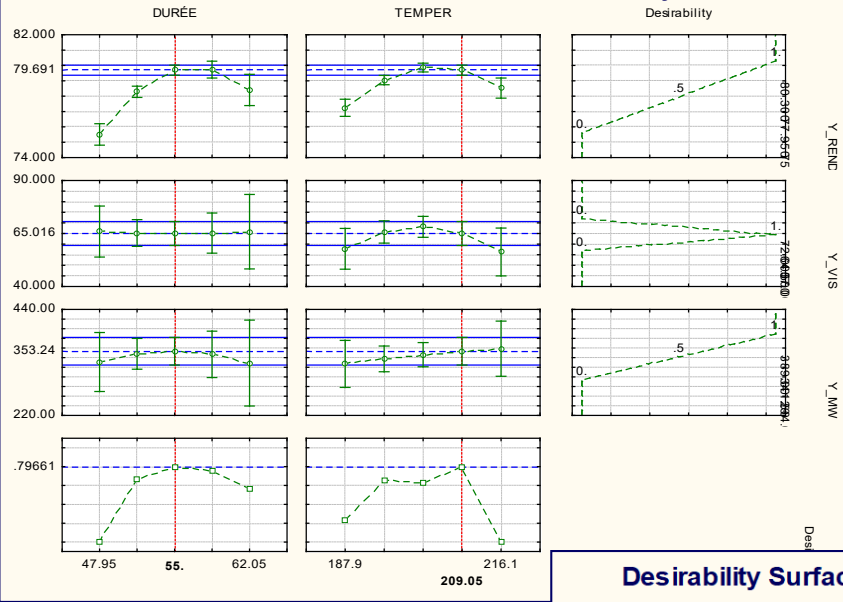
Ex- 8.1 : réaction chimique

75 < Y-rend < 80    62 < Y-vis < 68    320 < Y-mw < 340

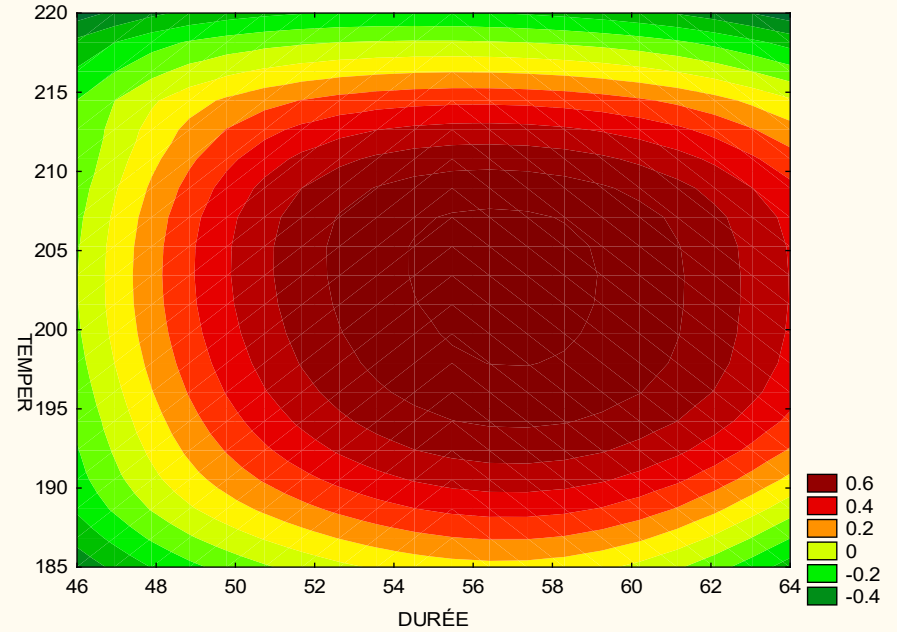


# Ex- 8.1 : réaction chimique

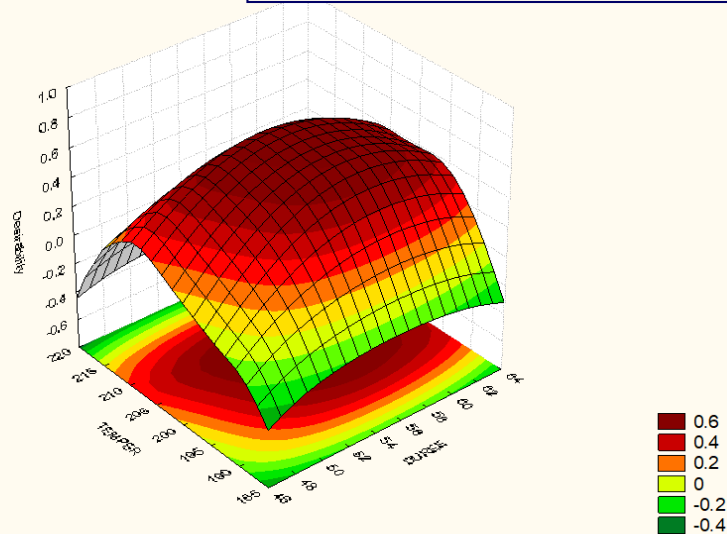
Profiles for Predicted Values and Desirability



Desirability Surface/Contours; Method: Spline Fit



Desirability Surface/C



## Plans de surfaces de réponse

### propriétés recherchées

- couverture de la région
- test de l'adéquation du modèle
- possibilité de bloquer les essais
- estimation précise des coefficients du modèle
- précision uniforme de la réponse dans toutes les directions
- nombre raisonnable d'essais
- petit nombre de modalités pour les facteurs

### plans pour modèles d'ordre 1

- minimiser la variance des coefficients : designs orthogonaux
- designs orthogonaux  $\longrightarrow 2^k$  et  $2^{k-p} +$  points centre

## Plans de surfaces de réponse

### Plans pour modèles ordre 2

#### Plans Central Composite Design (=CCD) : Box-Wilson

- facteurs à 5 modalités (valeurs codées) : - d -1 0 1 d
- factorielle :  $2^k$  ou  $2^{k-p}$   $x = \pm 1$   $n_F$  points
- axiale :  $(\pm d, 0, 0, \dots, 0)$   $(0, \pm d, 0, \dots, 0)$  ...  $(0, 0, \dots, \pm d)$   
2k points
- centre  $(0, 0, 0, \dots, 0)$   $n_c$  points (répétition)
- à spécifier : d : distance des points axiaux  
 $n_c$  : nombre (répétition) du centre : entre 3 et 6
- critère «rotatable» :  $d = (n_F)^{0.25}$
- CCD sphérique :  $d = k^{0.5}$
- CCD à face centrée :  $d = 1$

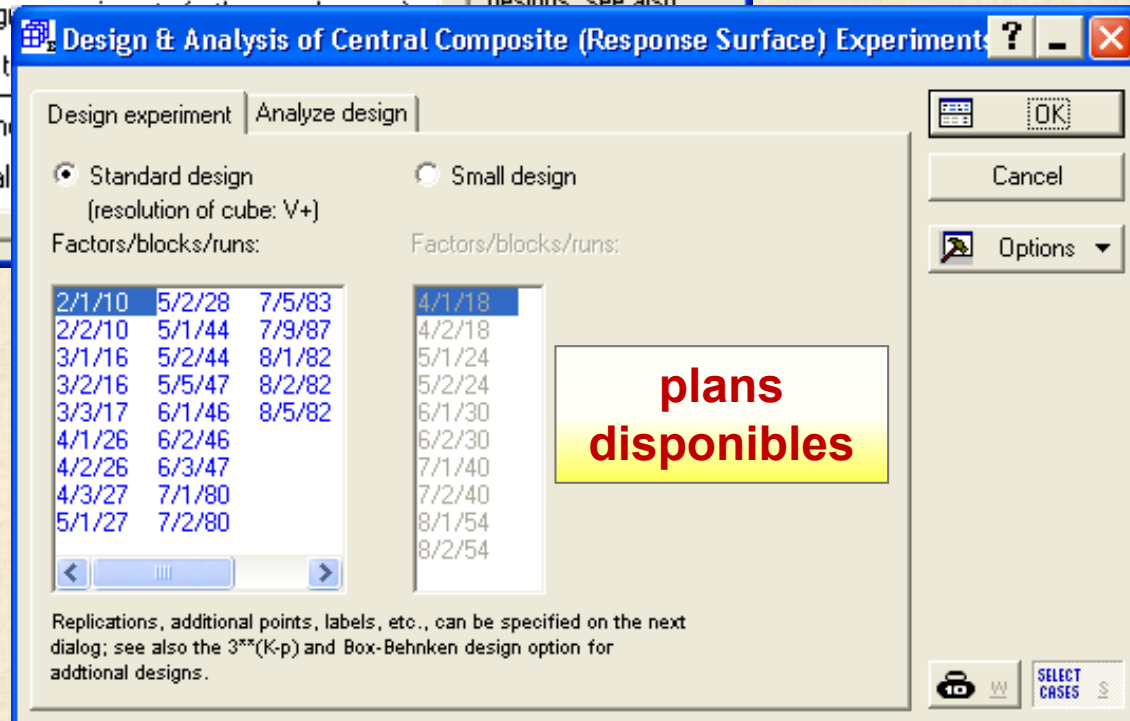
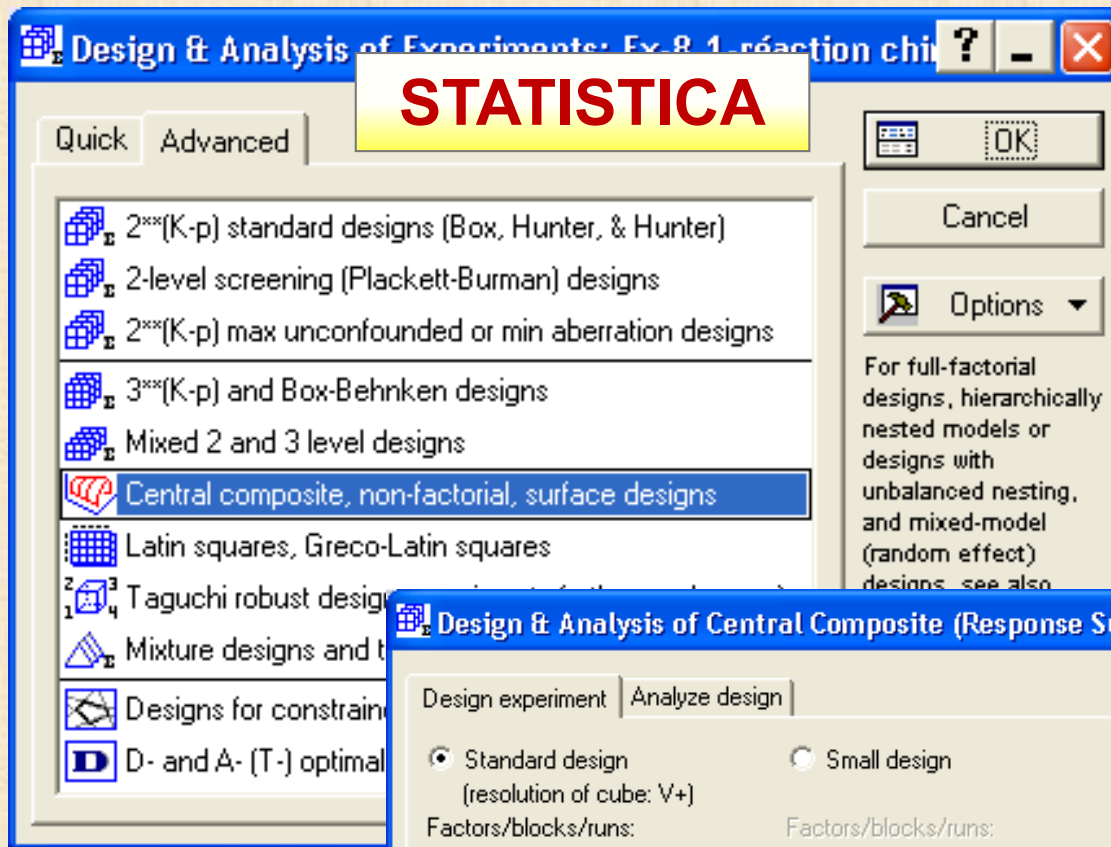
#### Plans Box – Behnken : facteurs à 3 modalités -1 0 1

# Plans de surfaces de réponse

nombre essais plans CCD et BB

nombre Facteurs	CCD complet	CCD fraction	3 modalités	Box- Behnken	petit CCD
2	13	-	13	-	-
3	20	-	32	17	15
4	30	-	87	29	21
5	50	32	excessif	46	26
6	86	52	excessif	54	33
7	152	88	excessif	62	41
8	excessif	154 ou 90	excessif	-	51
9	excessif	156	excessif	130	61
10	excessif	158	excessif	170	71

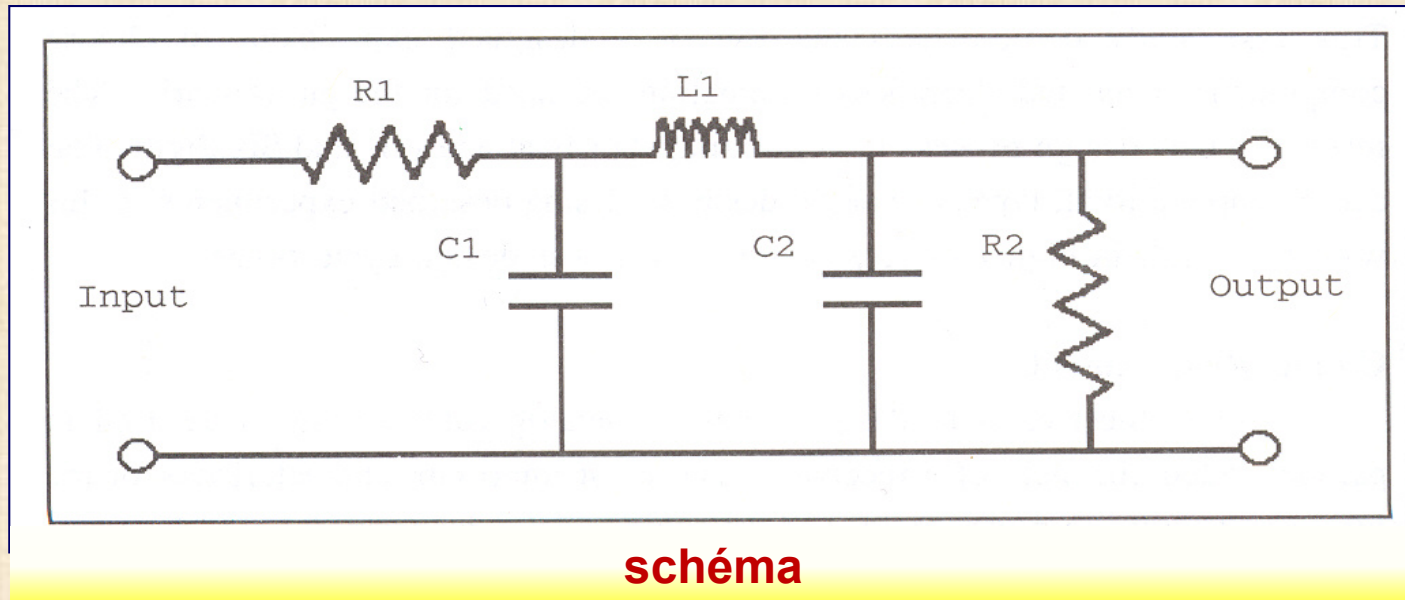




## Ex-8.2 : filtre analogique

Design Analog Filter Circuit With a Bandwidth of 4 MHz for  
Parallel Video Channels receiver

D. M Fisk, Texas Instruments Inc., Schmidt and Launsby p. 8-235



**tableau 1 : exigences (spécifications)**

<b>réponse</b>	<b>target</b>	<b>tolerance</b>	<b>type</b>
<b>Rise Time</b>	<b>90 nsec</b>	<b><math>\pm 10</math> nsec</b>	<b>nominal is best</b>
<b>Delay</b>	<b>0.0 nsec</b>	<b>+ 5 nsec</b>	<b>lower the better</b>
<b>Overshoot</b>	<b>0</b>	<b>+ 1%</b>	<b>lower the better</b>
<b>DC Gain</b>	<b>0.50</b>	<b><math>\pm 0.05</math></b>	<b>nominal is best</b>
<b>DC Input Imped.</b>	<b>100 ohms</b>	<b><math>\pm 20</math> ohms</b>	<b>nominal is best</b>

## Ex-8.2 : filtre analogique

**Tableau 2 : valeurs initiales cibles (target) des composants**

<u>comp</u>	<u>target</u>	<u>tolérance</u>	<u>comp</u>	<u>target</u>	<u>tolérance</u>
R1	50 ohms	-	R source	1 ohm	-
C1	1753 pF	-	R etch	0.16 ohm	-
L1	1.93 uH	-	C etch	1 pF	-
C2	268 pF	-	L etch	5 nH	-
R2	50 ohms	-	R capacitor	10 M ohms	-
			C inductor	1 pF	-
(paramètres de contrôle)			(paramètres de bruit « noise »)		

### 1 test - valeurs tableau 2 (simulateur SPICE)

- Rise time = 87      Delay = 0.0      **Overshoot = 1.23%**
- DC Gain = 0.50      DC Imp = 100
- **Pas d'information sur les variations de chaque réponse.**
- **Composants parfaits (sur la valeur cible).**
- **Prédiction du DPU (Defect Per Unit)**  
**exige de l'information sur la variabilité.**

## Ex-8.2 : filtre analogique - étude réponse

méthode :  
simulation Monte Carlo

tableau 4 : résultats simulation (SPICE)

<u>Réponse</u>	<u>moyenne</u>	<u>écart type</u>	<u>Cp / Cpk</u>
Rise Time	89.4	1.06	3.15 / 2.96
Delay	0.0	1.22	1.37 / 1.37
Overshoot	0.714	0.26	1.30 / 0.37
DC Gain	0.488	0.004	4.63 / 3.52

**DPU = 0.134**

méthode :  
plan d'essais

tableau 5 : espace variation

<u>comp</u>	<u>unité</u>	<u>min</u>	<u>max</u>
R1	ohms	45	55
C1	pF	1577	1928
L1	uH	1.544	2.316
C2	pF	241	295
R2	ohms	45	55



## Ex-8.2 : filtre analogique

Plan central composite de 33 essais et n = 4 répétitions - 132 essais  
chaque facteur varie à 5 modalités : -2 -1 0 1 2 (valeurs codées)

Design Analog Filter Circuit With a Bandwidth of 4 MHz for Parallel Video Channels Receiver  
D. M Fisk, Texas Instruments Inc., Schmidt and Launsby p. 8-235

1 ID	2 R1	3 C1	4 L1	5 C2	6 R2	7 Rise Time Mean	8 Delay Mean	9 Overshoot Mean	10 Gain Mean	11 Rise Time std	12 Delay std	13 Overshoot std	14 Gain std
1	-1	-1	-1	-1	1	76,24	57,68	0,000	0,539	0,327	0,152	0,000	0,0031
2	-1	-1	-1	1	-1	73,56	59,36	1,420	0,489	0,423	0,184	0,028	0,0031
3	-1	-1	1	-1	-1	87,51	69,09	3,977	0,487	0,240	0,219	0,038	0,0034
4	-1	-1	1	1	1	85,79	70,03	1,769	0,535	0,376	0,195	0,029	0,0026
5	-1	1	-1	-1	-1	87,98	64,06	0,297	0,486	0,407	0,306	0,034	0,0024
6	-1	1	-1	1	1	90,66	65,27	0,000	0,535	0,680	0,313	0,000	0,0030
7	-1	1	1	-1	1	100,40	74,71	0,506	0,538	0,341	0,141	0,040	0,0024
8	-1	1	1	1	-1	97,49	76,76	2,849	0,490	0,375	0,211	0,042	0,0032
9	1	-1	-1	-1	-1	78,18	60,02	1,280	0,440	0,486	0,128	0,062	0,0032
10	1	-1	-1	1	1	80,21	61,77	0,000	0,490	0,681	0,308	0,000	0,0025
11	1	-1	1	-1	1	90,77	70,69	1,517	0,491	0,251	0,284	0,050	0,0030
12	1	-1	1	1	-1	88,66	72,53	4,363	0,440	0,242	0,161	0,058	0,0030
13	1	1	-1	-1	1	101,70	66,57	0,000	0,491	0,423	0,176	0,000	0,0012
14	1	1	-1	1	-1	90,88	67,45	0,000	0,441	0,177	0,121	0,000	0,0030
15	1	1	1	-1	-1	102,80	78,16	3,080	0,440	0,255	0,178	0,093	0,0026
16	1	1	1	1	1	104,20	79,16	0,000	0,490	0,716	0,167	0,000	0,0036
17	0	0	0	0	0	89,51	68,67	0,689	0,488	0,645	0,132	0,047	0,0032
18	0	0	0	0	0	89,54	68,80	0,772	0,488	0,108	0,248	0,085	0,0040
19	0	0	0	0	0	89,70	68,70	0,706	0,488	0,544	0,200	0,034	0,0032
20	0	0	0	0	0	89,44	68,70	0,731	0,490	0,433	0,182	0,065	0,0018
21	0	0	0	0	0	89,54	68,71	0,720	0,488	0,377	0,171	0,038	0,0037
22	0	0	0	0	0	89,24	68,72	0,740	0,488	0,352	0,132	0,028	0,0024
23	0	0	0	0	0	89,19	68,73	0,738	0,489	0,468	0,247	0,039	0,0035
24	2	0	0	0	0	93,54	70,77	0,396	0,443	0,299	0,185	0,072	0,0008
25	-2	0	0	0	0	84,52	66,02	1,089	0,543	0,555	0,241	0,036	0,0031
26	0	2	0	0	0	104,40	74,91	0,000	0,487	0,585	0,094	0,000	0,0021
27	0	-2	0	0	0	75,84	61,90	2,422	0,488	0,313	0,158	0,058	0,0031
28	0	0	2	0	0	100,30	78,84	3,076	0,491	0,281	0,171	0,063	0,0031
29	0	0	-2	0	0	82,77	56,75	0,000	0,487	0,679	0,376	0,000	0,0035
30	0	0	0	2	0	87,82	70,02	0,541	0,490	0,579	0,121	0,064	0,0030
31	0	0	0	-2	0	91,24	67,15	1,018	0,490	0,512	0,144	0,065	0,0027
32	0	0	0	0	2	91,82	68,44	0,000	0,535	0,478	0,231	0,000	0,0030
33	0	0	0	0	-2	87,28	68,88	4,070	0,435	0,318	0,267	0,075	0,0024

### Analyse

modèles polynomiaux du 2ième degré

### Optimisation

C1 et L1 sont les paramètres critiques

courbes contour : optimum trouvé

valeurs finales des composants

vérification avec avec SPICE



## Ex-8.2 : filtre analogique

**tableau 6 : valeurs finales des composants**

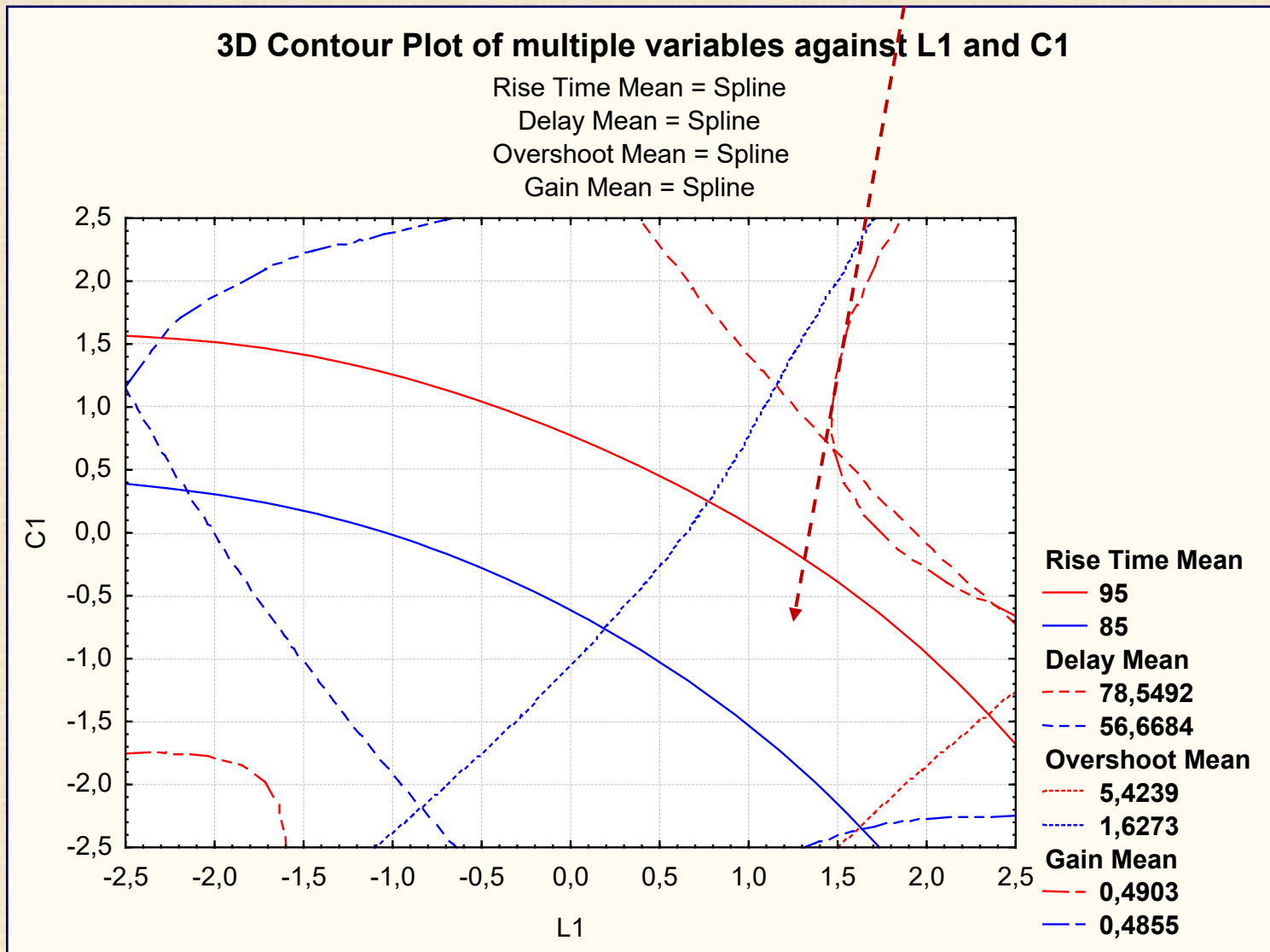
<u>comp</u>	<u>target</u>	<u>tolérance</u>	<u>comp</u>	<u>target</u>	<u>tolérance</u>
R1	49.9 ohms	1%	R source	1 ohm	50%
C1	1800 pF	1%	R etch	0.16 ohm	62.5%
L1	1.80 uH	5%	C etch	1 pF	100%
C2	270 pF	1%	L etch	5 nH	100%
R2	52.3 ohms	1%	R capacitor	10 M ohms	33.3%
			C inductor	1 pF	100%
(paramètres de contrôle)			(paramètres de bruit « noise »)		

**tableau 7 : résultats simulation (SPICE)**

<u>Réponse</u>	<u>moyenne</u>	<u>écart type</u>	<u>Cp / Cpk</u>
Rise Time	90.3	0.79	4.24 / 4.11
Delay	0.0	1.14	1.46 / 1.46
Overshoot	0.000002	0.000016	>10 / >10
DC Gain	0.500	0.0036	4.63 / 4.63
<b>DPU = <math>6.09 \times 10^{-6}</math></b>		<b>design 6 sigma</b>	

## Ex-8.2 : filtre analogique

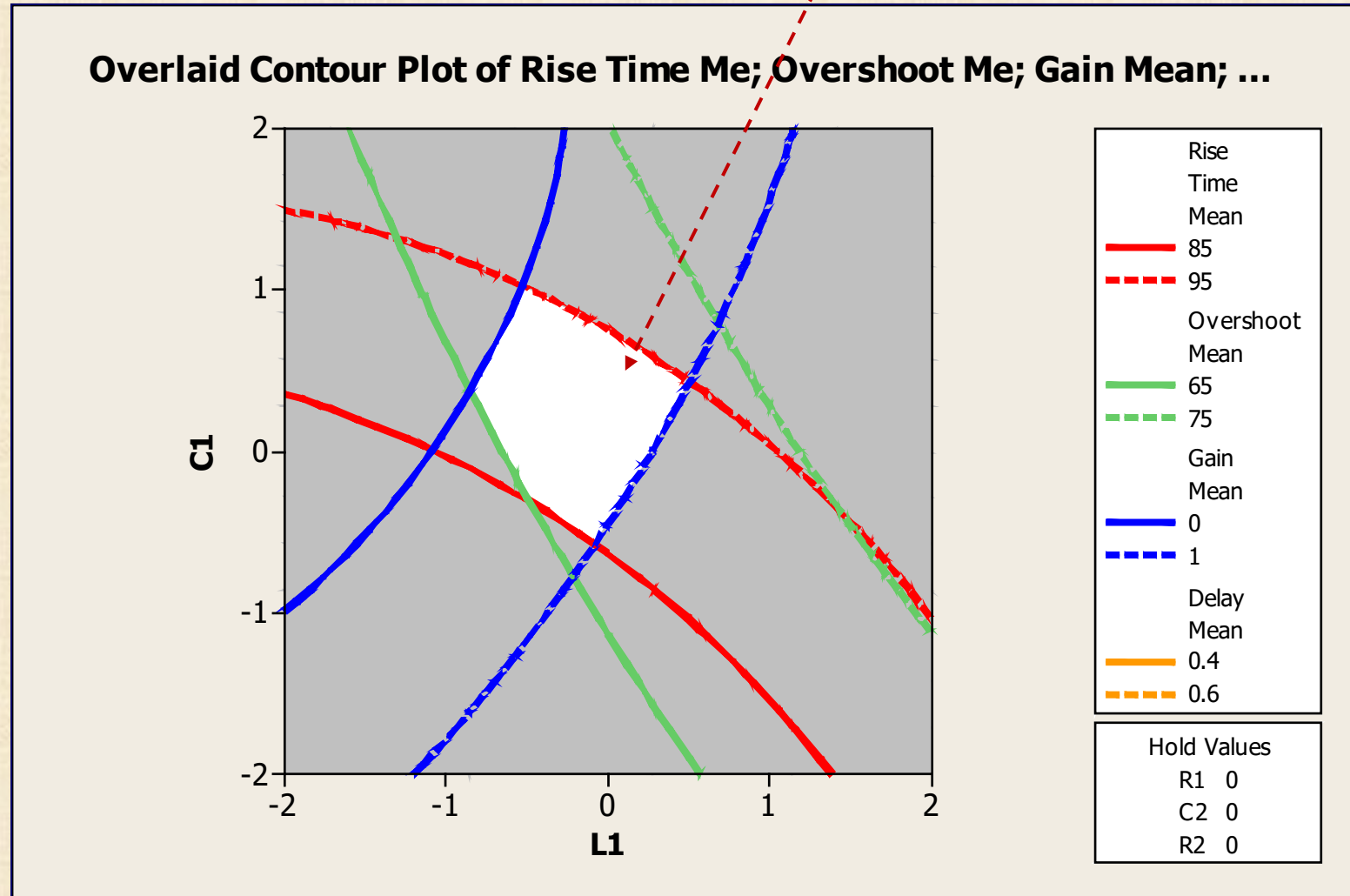
région de faisabilité



## Ex-8.2 : filtre analogique

région de faisabilité

courbes contour avec Minitab



1. **une analyse de surface de réponse devrait être précédée d'une expérience de tamisage si le nombre de facteurs est plus de 8;**
2. **une analyse RSM peut être implantée en 2 phases:**
  - (a) **si on est loin de la région optimale, on conduit une première analyse avec un plan  $2^{k-p}$  ou un plan Plackett-Burman en ajoutant des essais répétés au centre de l'espace expérimental et on ajuste un modèle d'ordre 1;**
  - (b) **si on est près de la région optimale, on conduit une expérience avec un plan de surface de réponse et on ajuste un modèle d'ordre 2;**
3. **pour déterminer si on est rendu près de la région optimale, on fait un test de courbure (manque d'ajustement) avec le modèle d'ordre 1;**
4. **si on est loin de la région optimale, on conduit une recherche dans l'espace expérimental en faisant des essais dans la direction du gradient jusqu'à ce que l'on détecte un effet de courbure; ensuite on fait la phase 2(b); une stratégie différente à celle du gradient est une recherche avec un plan basé sur une grille rectangulaire et zoom successif sur les régions d'intérêt;**

5. dans la région optimale on ajuste un modèle d'ordre 2 et on fait une **analyse canonique** pour classifier la surface:
- (a) si toutes les valeurs propres sont de **même signe** on a un système **elliptique**
    - si les valeurs propres sont **toutes positives**: point stationnaire = **minimum**
    - si les valeurs propres sont **toutes négatives**: point stationnaire = **maximum**
  - (b) si les valeurs propres ne sont pas **toutes de même signe**, on a un système **hyperbolique** ; point stationnaire = **minimax (selle)**;
  - (c) si une valeur propre est **zéro ou près de zéro**, on a un système avec **crête**;
    - si le point stationnaire est à l'intérieur de l'espace expérimental  
on a un **système stationnaire**
    - si le point stationnaire n'est pas à l'intérieur de l'espace expérimental  
on a une **crête croissante ou décroissante**;



**6. les plans central composite (CCD) sont les plus efficaces pour ajuster un modèle d'ordre 2;**

**ils sont composés de 3 blocs d'essais: cubique, axiale, centre;**

**(a) partie cubique : plan  $2^k$  ou  $2^{k-p}$**

**(b) partie axiale : distance  $d$  des points axiaux peut être choisie pour le critère de rotabilité ou par des contraintes pratiques**

**(c) point centre : nombre de répétitions ( $n_c$ ) au centre**

$$n_c = 2 \quad \text{avec } d = 1$$

$$n_c = 3 \text{ à } 5 \quad \text{avec } d = k^{0.5}$$

**7. les plans de Box-Behnken (BB) sont utiles pour des régions sphériques;**

**les facteurs varient avec 3 modalités seulement;**

**les plans BB sont à considérer si les plans CCD sont s'avèrent**

**impraticables.**