

Chapitre 8

plans de surface de réponse

RSM : Response Surface Methodology

- **ÉTAPES ET MODÈLES**
- **MÉTHODE DU GRADIENT**
- **ANALYSE DE LA SURFACE**
- **RÉPONSES MULTIPLES**
- **PLANS DISPONIBLES**

QUESTIONS

RÉPONSES

Quel est le PLAN de collecte de données

plans statistiques
d'expériences (DOE)

Quelles sont les variables **CRITIQUES X** ?

plans tamisage

Quelle est la **FONCTION** de TRANSFERT f
entre les variables critiques **X**
et la variable de réponse variable **Y** ?

MODÉLISATION

$f = ?$

X \longrightarrow **Y**

Comment **CONTRÔLER** la réponse **Y**
à un niveau désiré
nominal - maximum - minimum
en fixant les variables **X** à
des niveaux spécifiques (à déterminer) ?

CONTRÔLE

et

OPTIMISATION

Surfaces de réponse

RSM : Response Surface Methodology

Phase tamisage facteurs

plans : $2^k - p$

facteurs : quantitatifs ou qualitatifs

modèles : premier ordre

avec / sans interaction $X_i X_j$

optimisation : examen liste finie de possibilités

Phase caractérisation / optimisation : RSM

plans : central-composite (Box-Wilson)

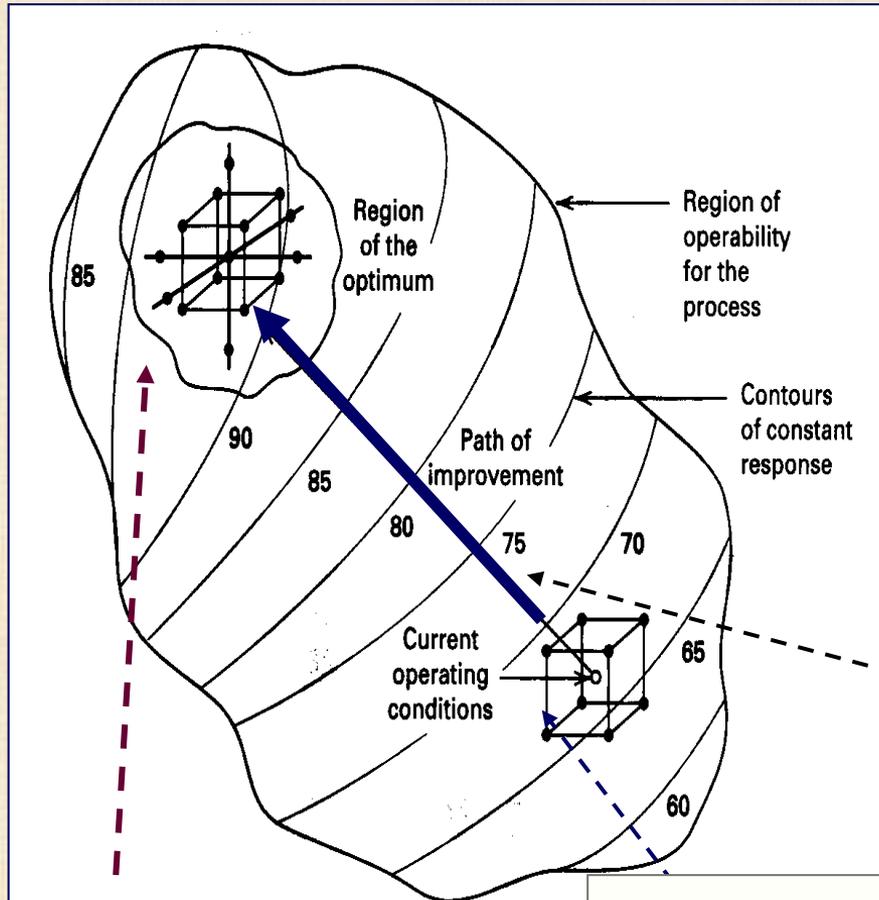
Box-Behnken

facteurs : quantitatifs

modèles : deuxième ordre (quadratiques)

optimisation : résolution d'équations

Méthode du gradient



- **tamiser les facteurs**
- **trouver la région de l'optimum**
- **modéliser et optimiser (max, min) réponse Y**

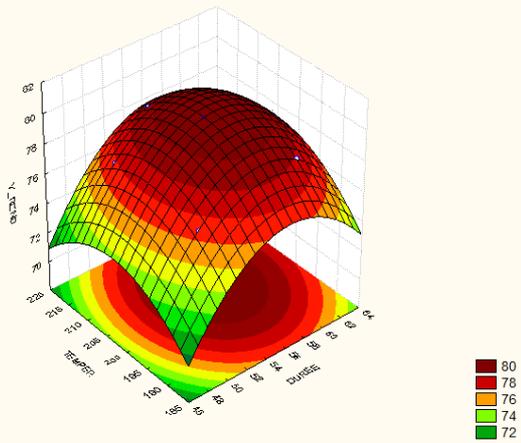
direction : gradient

**région
l'optimum**

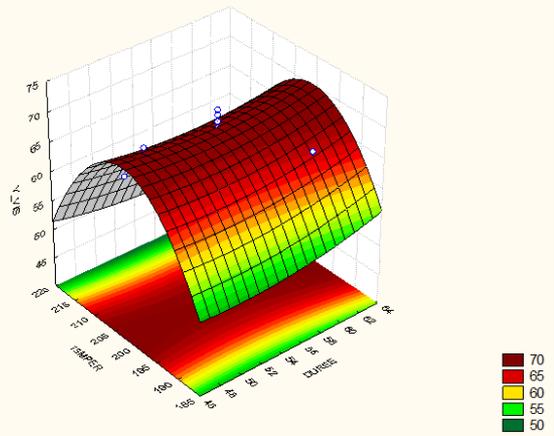
**conditions
actuelles**

RSM oui - exemples de surface convexes

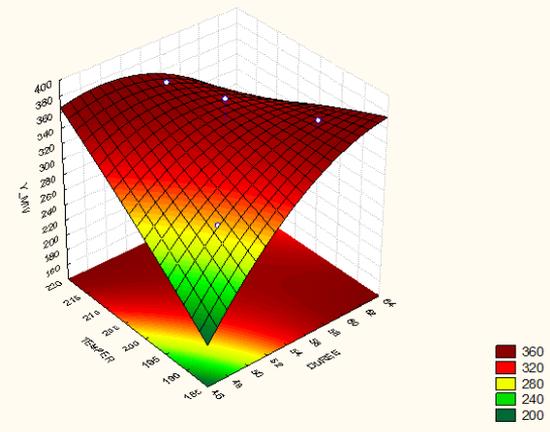
Fitted Surface; Variable: Y_REND



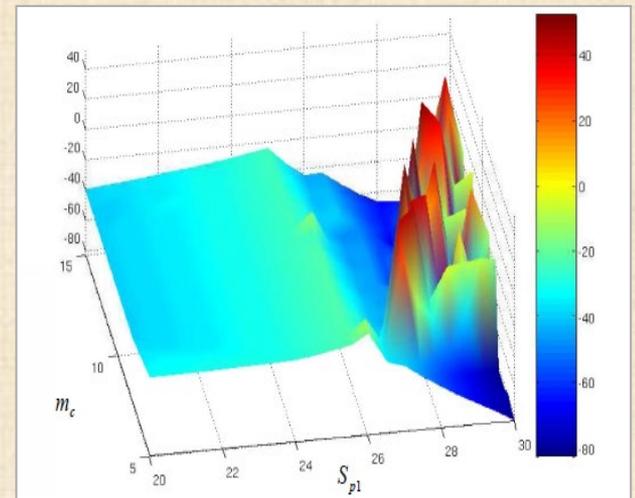
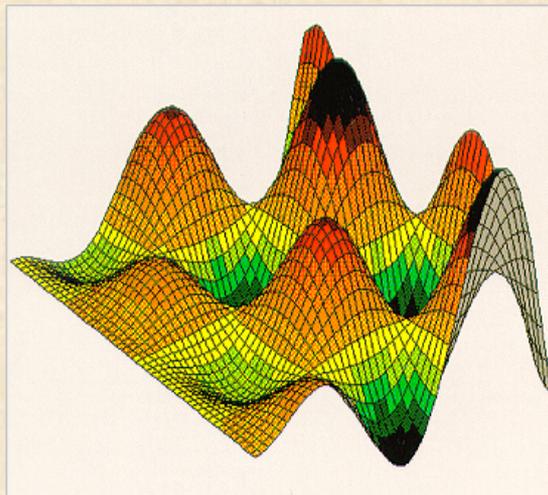
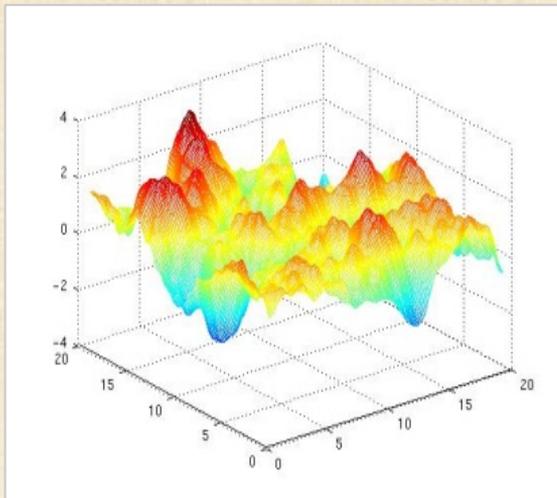
Fitted Surface; Variable: Y_VIS



Fitted Surface; Variable: Y_MW

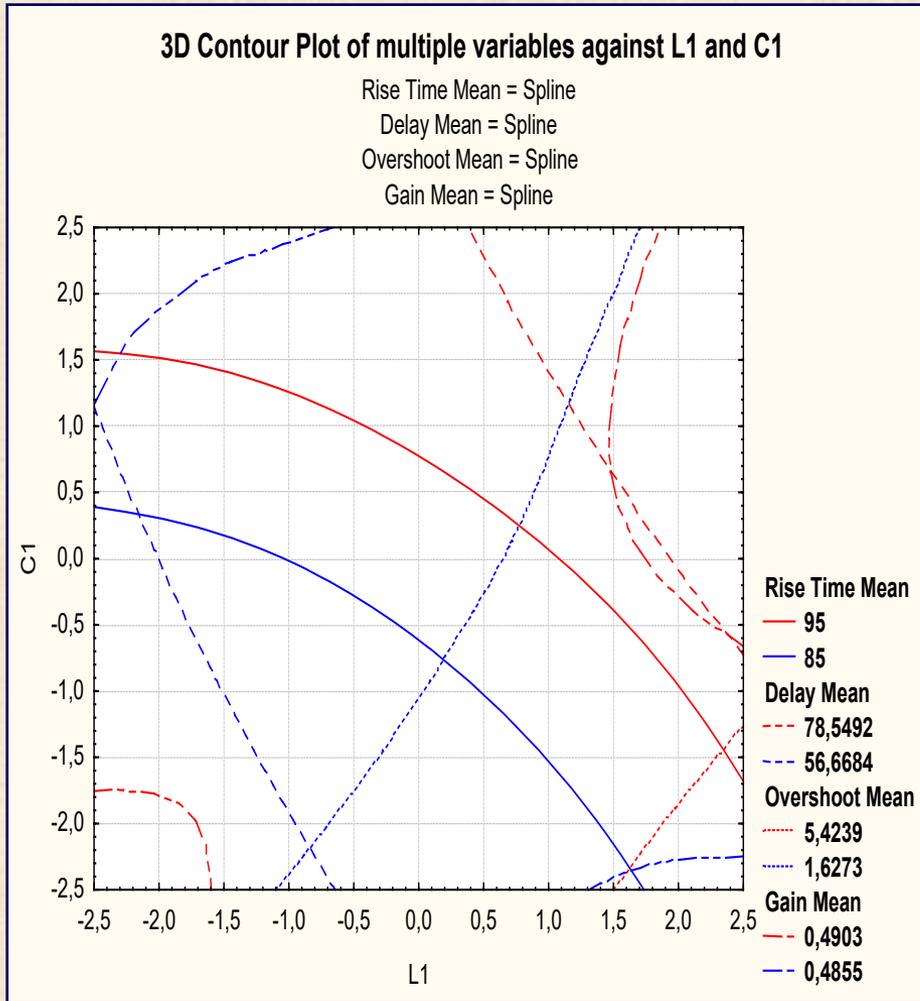


RSM non - exemples de surfaces non convexes

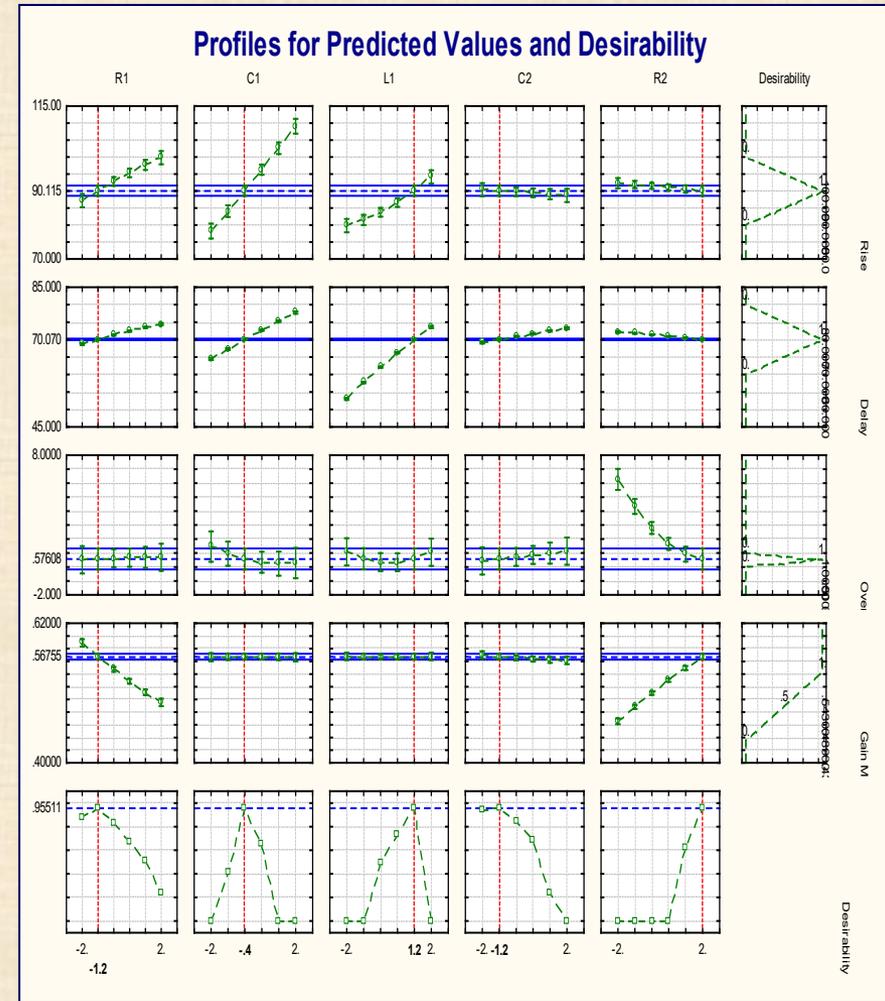


Méthodes optimisation simultanée de plusieurs réponses

courbes contours superposées



fonctions désirabilité



RSM : étapes - modèles employés

- **Tamissage : premier ordre**

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_{12} X_1 X_2$$

- **Pente rapide (gradient) : premier ordre sans terme d'interaction car loin de l'optimum**

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$$

gradient = dérivées partielles de Y par rapport X1, X2,...

- **Optimisation : quadratique**

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_{12} X_1 X_2 + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2$$

RSM : éléments

$$Y = f(X) \quad f : \text{inconnue}$$

approximation

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_{12} X_1 X_2 + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2$$

- modèles employés en pratique
- **analogie : développement de Taylor d'une fonction**
- ajustement : moindres carrés
- **designs statistiques disponibles**
- optimisation facile

RSM : étapes

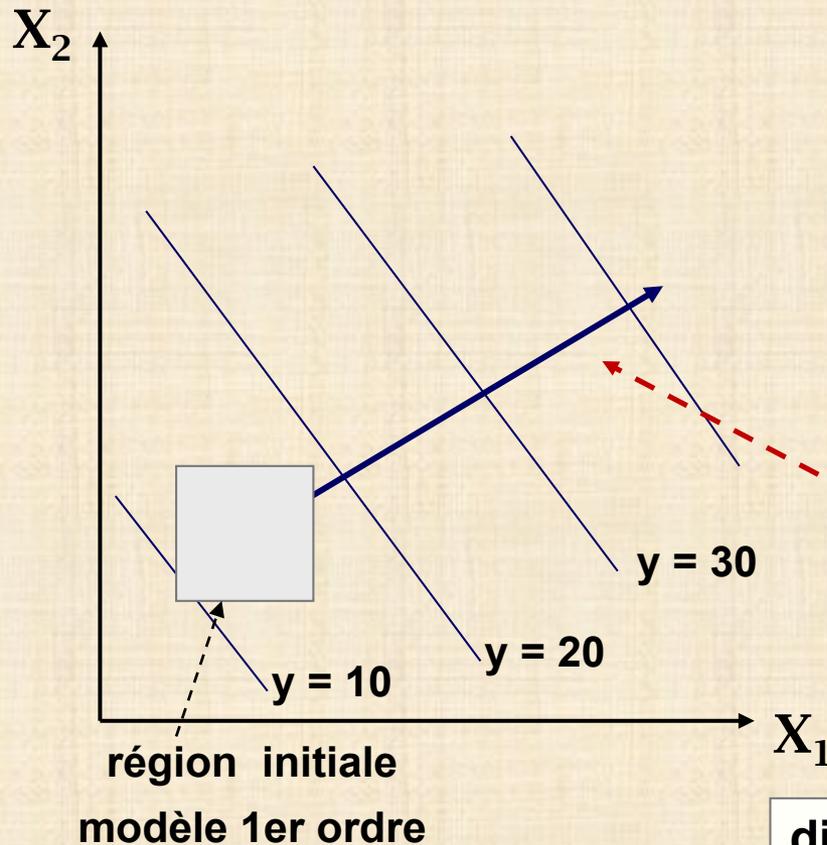
1. choix des variables X_1, X_2, \dots, X_k
 - après tamisage : en pratique $k \leq 7$
 - quantitatives
2. design expérimental : exigences
 - au moins 3 modalités pour chaque variable
 - design factoriel complet 3^k exige trop d'essais si $k > 3$

| | | | | | | | |
|------------------|---|---|----|----|-----|-----|------|
| k : # var | : | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 3^k : # essais | : | 9 | 27 | 81 | 243 | 729 | 2187 |

nb coef. modèle quad. β : 6 10 15 21 28 36

 - égale précision dans toutes les directions
 - possibilité de bloquer les essais
3. a- ajustement : modèle ordre 1
b- déplacement : direction de (dé)croissance : gradient
c- atteindre région d'intérêt
d- ajustement : modèle d'ordre 2 région optimale
e- analyse - exploration - optimisation

RSM : pente rapide méthode du gradient



Procédure

déplacement séquentiel
à partir d'une première
conjecture (point de l'espace)
vers la région optimale

base : modèle du premier ordre

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$$

pente la plus rapide : gradient

gradient (β_1, β_2)

augmentation de Y la plus rapide

direction opposée au gradient :

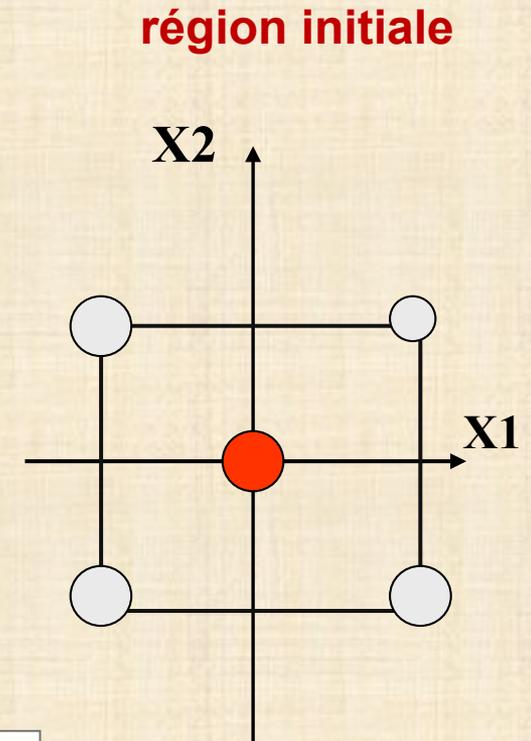
diminution de Y la plus rapide

Ex- 8.1 : réaction chimique

| | ESSAI | ORDRE | DURÉE min | TEMPER deg C | X1 | X2 | Y-REND |
|---|-------|-------|--------------|-----------------|----|----|--------|
| 1 | 1 | 7 | 30 | 150 | -1 | -1 | 39.3 |
| 2 | 2 | 6 | 30 | 160 | -1 | 1 | 40.9 |
| 3 | 3 | 5 | 40 | 150 | 1 | -1 | 40.0 |
| 4 | 4 | 2 | 40 | 160 | 1 | 1 | 41.5 |
| 5 | 5 | 9 | 35 | 155 | 0 | 0 | 40.3 |
| 6 | 6 | 4 | 35 | 155 | 0 | 0 | 40.5 |
| 7 | 7 | 1 | 35 | 155 | 0 | 0 | 40.7 |
| 8 | 8 | 3 | 35 | 155 | 0 | 0 | 40.2 |
| 9 | 9 | 8 | 35 | 155 | 0 | 0 | 40.6 |

$$X1 = (DURÉE - 35) / 5$$

$$X2 = (TEMPER - 155) / 5$$



Ex- 8.1 : réaction chimique

| | SS | DF | MS | F | p | |
|--------------------------------|---------------------|--------|----|--------|-------|--------|
| SS_{modèle} | (1)DURÉE | 0.4225 | 1 | 0.4225 | 9.83 | 0.0350 |
| | (2)TEMPER | 2.4025 | 1 | 2.4025 | 55.87 | 0.0017 |
| | 1 par 2 | 0.0025 | 1 | 0.0025 | 0.06 | 0.8213 |
| SS_{residuelle} | Manque d'ajustement | 0.0027 | 1 | 0.0027 | 0.06 | 0.8137 |
| | Erreur pure | 0.1720 | 4 | 0.0430 | | |
| | Total | 3.0022 | 8 | | | |

modèle

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$$

OK

$$SS_{\text{résiduelle}} = SS_{\text{total}} - SS_{\text{modèle}}$$

$$SS_{\text{erreur pure}} = (n - 1) * \text{variance (essais répétés au centre)}$$

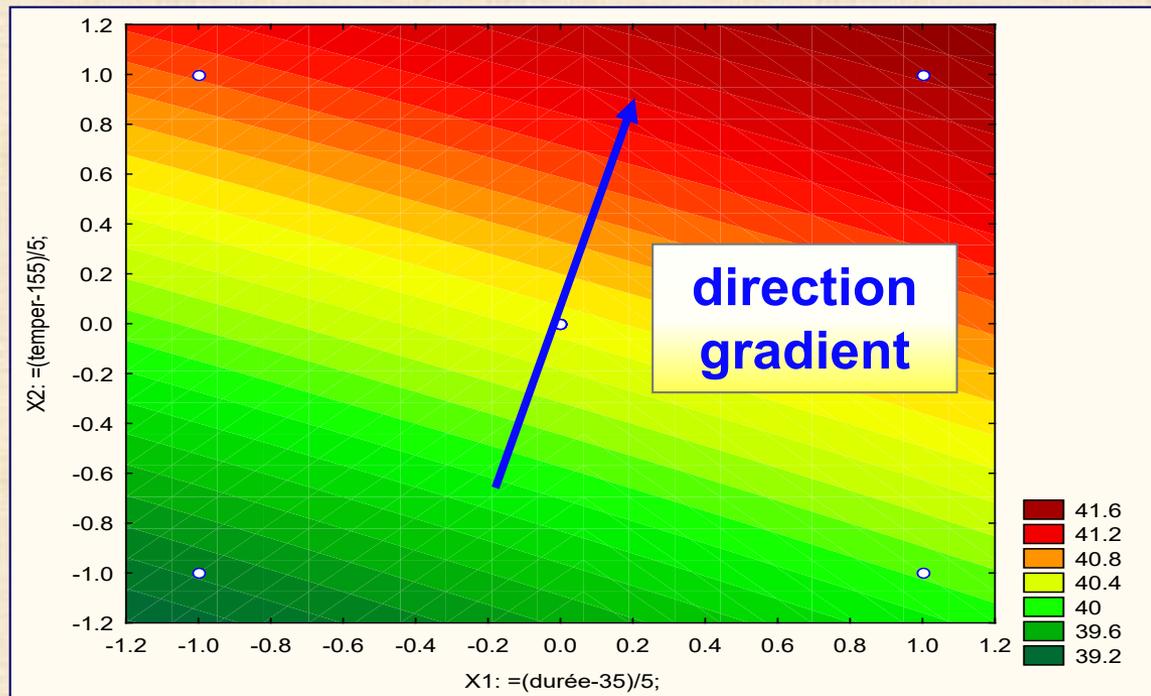
$$SS_{\text{manque ajustement}} = SS_{\text{résiduelle}} - SS_{\text{erreur pure}}$$

Ex- 8.1 : réaction chimique

| | Effet | E type | t(5) | p | Coeff. |
|-----------|-------|--------|-------|--------|--------|
| Moyenne | 40.44 | 0.062 | 649.1 | 0.0000 | 40.444 |
| (1)DURÉE | 0.65 | 0.187 | 3.5 | 0.0177 | 0.325 |
| (2)TEMPER | 1.55 | 0.187 | 8.3 | 0.0004 | 0.775 |
| 1 par 2 | -0.05 | 0.187 | -0.3 | 0.7998 | -0.025 |

$$\hat{y} = 40.44 + 0,325x_1 + 0,775 x_2$$

$$\begin{aligned}\text{gradient} &= (0.325, 0.775) \\ &= (1, 0.775 / 0.325) \\ &= (1, 2.38)\end{aligned}$$

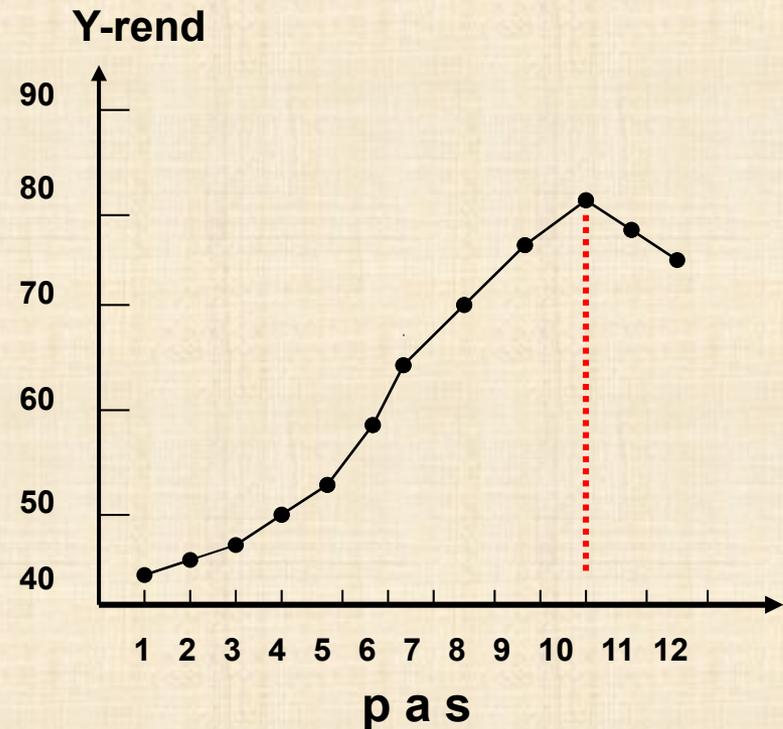


Ex- 8.1 : réaction chimique

décision : progression de DURÉE : 2 minute
donne $2.38 \times 2 = 4.76$ deg. C pour TEMP
montée rapide

décision à prendre

| ESSAI | DURÉE | TEMP | X1 | X2 | Y |
|----------------|-----------|-------------|----------|-------------|------|
| <u>origine</u> | <u>35</u> | <u>155</u> | <u>0</u> | <u>0</u> | |
| <u>delta</u> | <u>2</u> | <u>4.76</u> | <u>1</u> | <u>2.38</u> | |
| 10 | 37 | 159.8 | 1 | 2.38 | 41.0 |
| 11 | 39 | 164.5 | 2 | 4.76 | 42.9 |
| 12 | 41 | 169.3 | 3 | 7.14 | 47.1 |
| 13 | 43 | 174.0 | 4 | 9.52 | 49.7 |
| 14 | 45 | 178.8 | 5 | 11.90 | 53.8 |
| 15 | 47 | 183.6 | 6 | 14.28 | 59.9 |
| 16 | 49 | 188.3 | 7 | 16.67 | 65.0 |
| 17 | 51 | 193.1 | 8 | 19.04 | 70.4 |
| 18 | 53 | 197.8 | 9 | 21.42 | 77.6 |
| 19 | 55 | 202.3 | 10 | 23.80 | 80.3 |
| 20 | 57 | 207.4 | 11 | 26.18 | 76.2 |
| 21 | 59 | 212.1 | 12 | 28.56 | 75.1 |



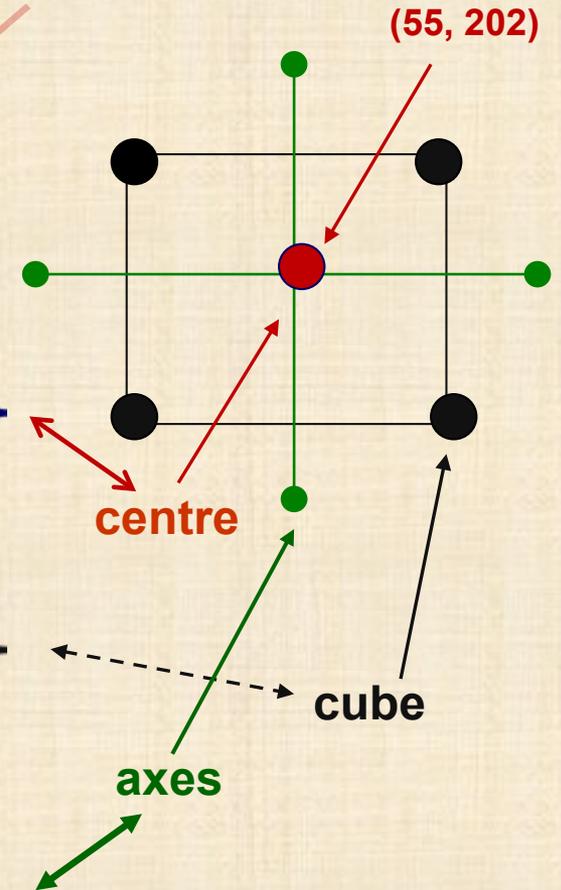
nouvelle série d'observations autour de (55, 202)

Ex- 8.1 : réaction chimique

nouvelle série d'observations autour de (55, 202)
 décision : variation 5 unités en durée et 10 en température
 plan : central composite (Box-Wilson)

réponses

| ESSAI | DURÉE | TEMP | X1 | X2 | Y-rend | Y-VIS | Y-MW | |
|----------------|-----------|------------|----------|----------|--------|-------|------|-----|
| origine | 55 | 202 | 0 | 0 | | | | |
| delta | 5 | 10 | | | | | | |
| 1 | -22 | 55 | 202 | 0 | 0 | 79.9 | 72 | 348 |
| 2 | -23 | 55 | 202 | 0 | 0 | 80.3 | 69 | 320 |
| 3 | -24 | 55 | 202 | 0 | 0 | 80.0 | 68 | 341 |
| 4 | -25 | 55 | 202 | 0 | 0 | 79.7 | 70 | 329 |
| 5 | -26 | 55 | 202 | 0 | 0 | 79.8 | 71 | 350 |
| 6 | -27 | 50 | 192 | -1 | -1 | 76.5 | 62 | 294 |
| 7 | -28 | 60 | 192 | 1 | -1 | 78.0 | 66 | 368 |
| 8 | -29 | 50 | 212 | -1 | 1 | 77.0 | 60 | 347 |
| 9 | -30 | 60 | 212 | 1 | 1 | 79.5 | 59 | 389 |
| 10 | -31 | 47.95 | 202 | -1.41 | 0 | 75.6 | 71 | 302 |
| 11 | -32 | 62.05 | 202 | 1.41 | 0 | 78.4 | 68 | 336 |
| 12 | -33 | 55 | 187.90 | 0 | -1.41 | 77.0 | 57 | 315 |
| 13 | -34 | 55 | 216.10 | 0 | 1.41 | 78.5 | 58 | 363 |



Ex- 8.1 : réaction chimique

essais 22 à 34 : plan central composite

modèle 1: X1 X2 X1X2

ANOVA; Var.:Y_RENDER; R-sqr = 0.38; Adj:0.17

| | SS | df | MS | F | p |
|---------------|--------|----|--------|--------|--------|
| (1)DURÉE (L) | 9.401 | 1 | 9.4012 | 125.91 | 0.0001 |
| (2)TEMPER (L) | 3.507 | 1 | 3.5067 | 46.96 | 0.0010 |
| 1L by 2L | 1.326 | 1 | 1.3260 | 17.76 | 0.0084 |
| Lack of Fit | 17.506 | 4 | 4.3766 | 58.61 | 0.0002 |
| Pure Error | 0.373 | 5 | 0.0747 | | |
| Total SS | 28.743 | 12 | | | |

manque d'ajustement : modèle 1 rejeté
R-sqr faible

essais 22 à 34 : plan central composite
modèle 2 : X1 X2 X1X2 X1X1 X2X2

ANOVA; Var.:Y_RENDER; R-sqr = 0.98 ; Adj:0.965

| | SS | df | MS | F | p |
|---------------|--------|----|--------|--------|--------|
| (1)DURÉE (L) | 5.227 | 1 | 5.227 | 70.00 | 0.0004 |
| DURÉE (Q) | 12.822 | 1 | 12.822 | 171.72 | 0.0000 |
| (2)TEMPER (L) | 1.236 | 1 | 1.236 | 16.56 | 0.0096 |
| TEMPER (Q) | 6.748 | 1 | 6.748 | 90.37 | 0.0002 |
| 1L by 2L | 0.040 | 1 | 0.040 | 0.53 | 0.4991 |
| Lack of Fit | 0.216 | 2 | 0.108 | 1.45 | 0.3190 |
| Pure Error | 0.373 | 5 | 0.075 | | |
| Total SS | 28.743 | 12 | | | |

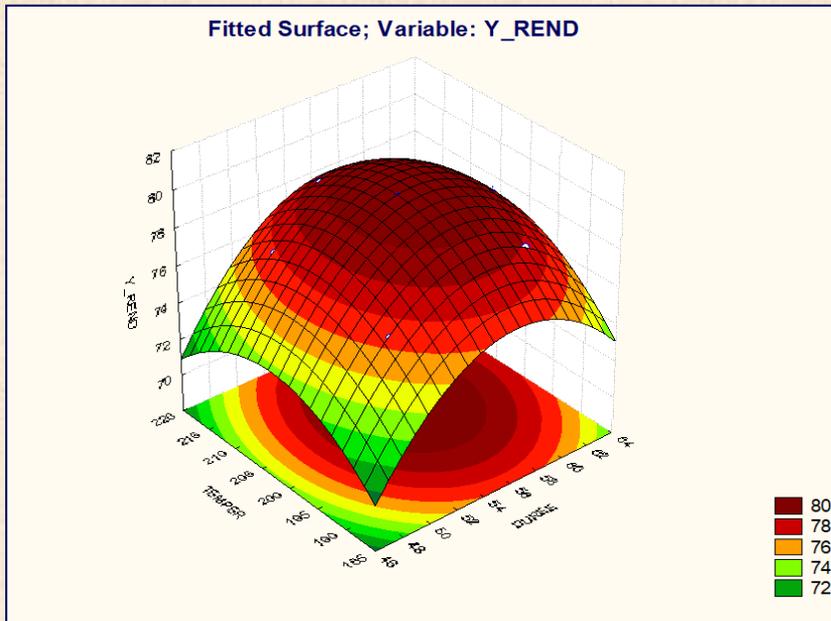
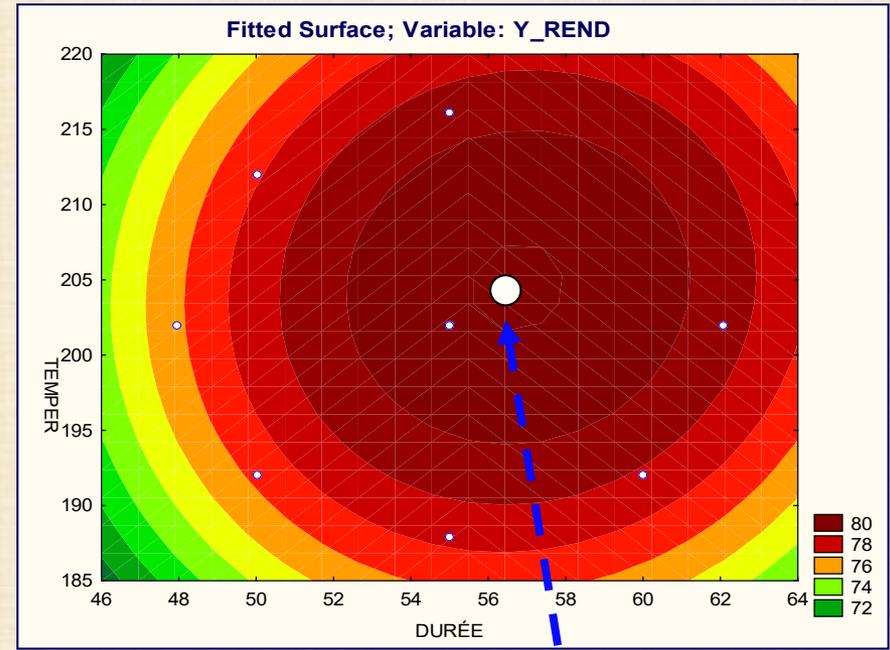
manque d'ajustement : modèle 2 accepté
R-sqr élevé

Ex- 8.1 : réaction chimique

cod = variables codage

orig = variables unités d'origine

| | Effect cod | P cod | Coeff cod | Coeff orig | p orig |
|---------------|---------------|----------|--------------|---------------|-----------|
| Mean/Interc. | 79.87 | 0.000 | 79.87 | - 484.08 | 0.0007 |
| DURÉE (Q) | - 2.75 | 0.000 | - 1.37 | 5.71 | 0.0015 |
| TEMPER (Q) | - 1.99 | 0.000 | - 1.00 | 3.93 | 0.0005 |
| (1)DURÉE (L) | 1.87 | 0.000 | 0.94 | -0.05 | 0.0000 |
| (2)TEMPER (L) | 0.91 | 0.010 | 0.46 | -0.01 | 0.0002 |
| 1L by 2L | 0.26 | 0.499 | 0.13 | 0.00 | 0.4991 |



| | Observed min | Critical | Observed max |
|--------|-----------------|----------|-----------------|
| DURÉE | 48.0 | 56.8 | 62.0 |
| TEMPER | 187.9 | 204.5 | 216.1 |

Valeurs critiques Y_REND
maximum
 Y_rend prédite = 80.09

Analyse de la surface

modèle

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \beta_{12} X_1 X_2 + \beta_{13} X_1 X_3 + \dots \\ + \dots + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2 + \beta_{33} X_3^2 + \dots$$

forme matricielle $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + x' \hat{\beta} + x' B x$ **modèle ajusté**

$x' = (X_1, X_2, \dots, X_k)$ vecteur 1 par k x' : transposé de x (kx1)

$\hat{\beta} = (\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_k)$ vecteur 1 par k $\hat{\beta}'$ vecteur k par 1

$$B = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{11} & \hat{\beta}_{12}/2 & \dots & \hat{\beta}_{1k}/2 \\ & \hat{\beta}_{22} & \dots & \hat{\beta}_{2k}/2 \\ & & \text{symétrique} & \dots \\ & & & \hat{\beta}_{kk} \end{bmatrix}$$

Analyse de la surface

point stationnaire $x_s = (x_1, x_2, \dots, x_k)$

$$\partial y / \partial x = \hat{\beta} + 2 B x = 0$$

$$\hat{x}_s = -0.5 B^{-1} \hat{\beta}$$

$$\hat{y}_s = \hat{\beta}_0 + 0.5 x_s' \hat{\beta}$$

Ex- 8.1 : réaction chimique

$$\hat{\beta} = (0.936, 0.455)'$$

$$B = \begin{bmatrix} -1.374 & 0.065 \\ 0.065 & -0.997 \end{bmatrix}$$

$$\hat{X}_s = (0.389, 0.306)$$

Optimum

durée = 56.76 min
température = 204.51 deg C

Analyse de la surface

■ Caractérisation de la surface

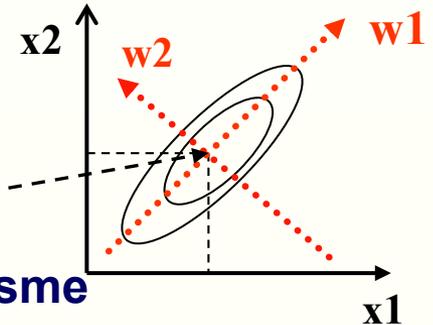
point stationnaire MAX ? MIN ? MINIMAX ?

■ Forme canonique du polynôme

nouvelles variables : w_1, w_2, \dots, w_k

transformation

- translation : nouvelle origine à x_s
- rotation orthogonale des axes pour parallélisme avec les axes principaux de la surface



$$\hat{y} = \hat{y}_s + \lambda_1 w_1^2 + \lambda_2 w_2^2 + \dots + \lambda_k w_k^2$$

■ λ : valeurs propres de la matrice B

■ nature surface : dépend des signes des λ

λ tous positifs : minimum

λ tous négatifs : maximum

λ positifs et négatifs : minimax (« saddlepoint »)

Ex- 8.1 : réaction chimique

forme canonique

calcul des valeurs propres λ

$$|B - \lambda I| = 0 \quad I : \text{matrice identité}$$

$$\lambda_1 = -0.0099 \quad \lambda_2 = -0.0550 \quad \text{maximum}$$

$$\hat{y} = 80.21 - 0.0099 w_1^2 - 0.055 w_2^2$$

transformation inverse : w en fonction des x

$$w = M' (x - x_s)$$

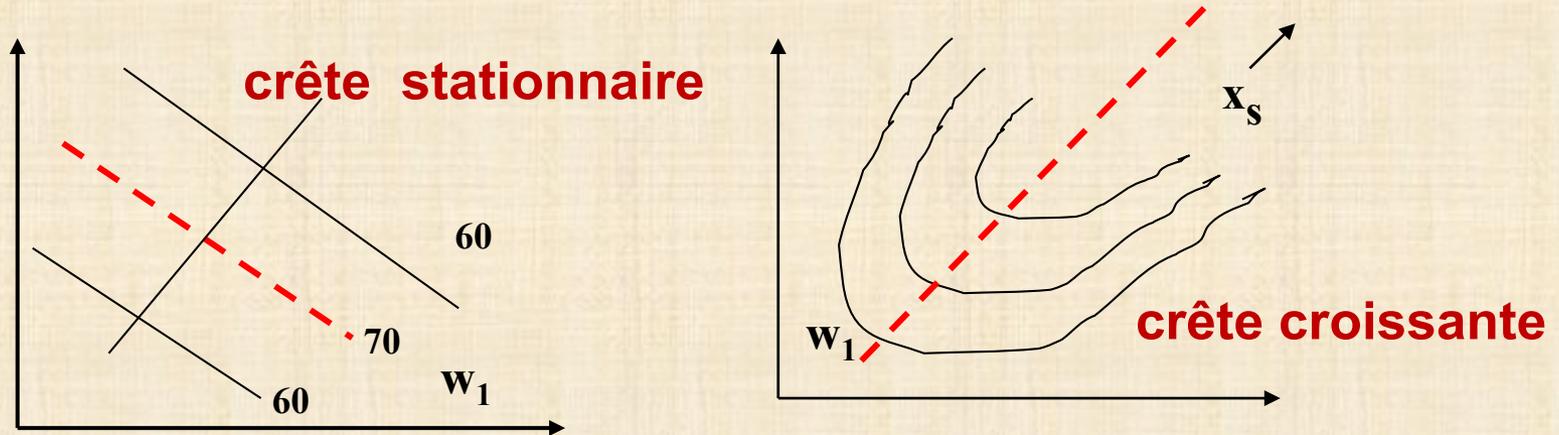
M : matrice orthogonale k x k

formée avec les vecteurs propres normés

$$w_1 = 0.028 (x_1 - 56.76) + 0.999 (x_2 - 204.51)$$

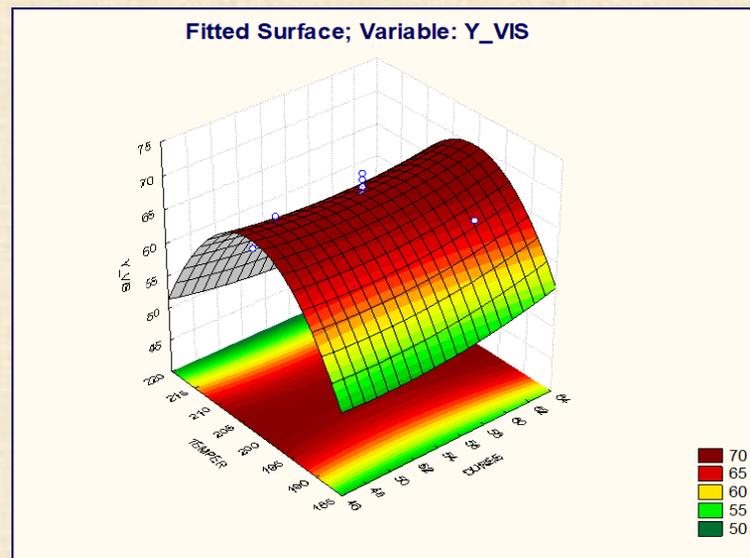
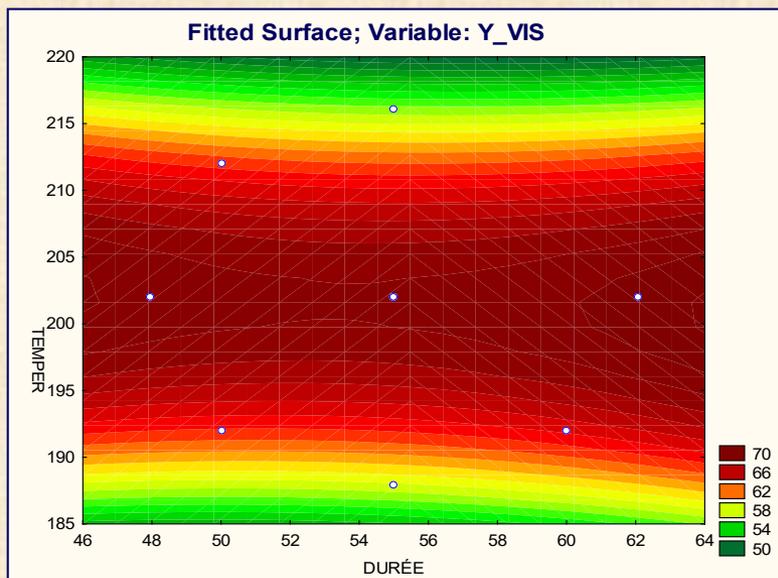
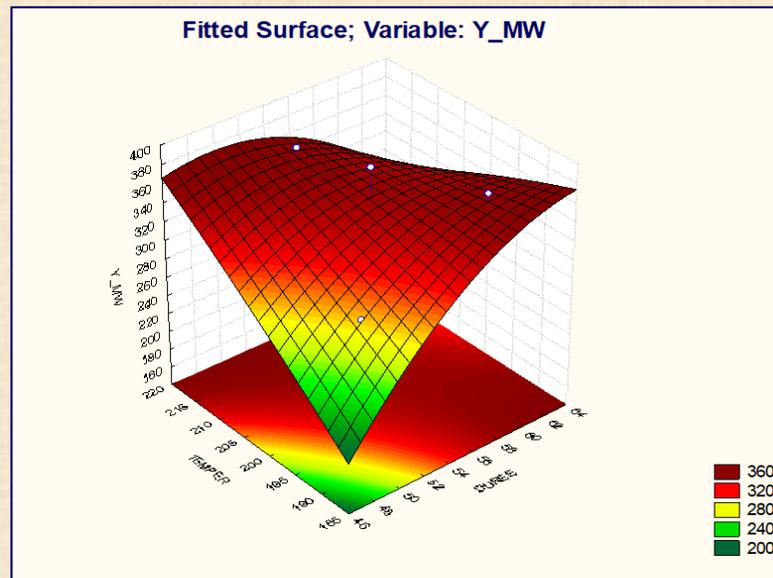
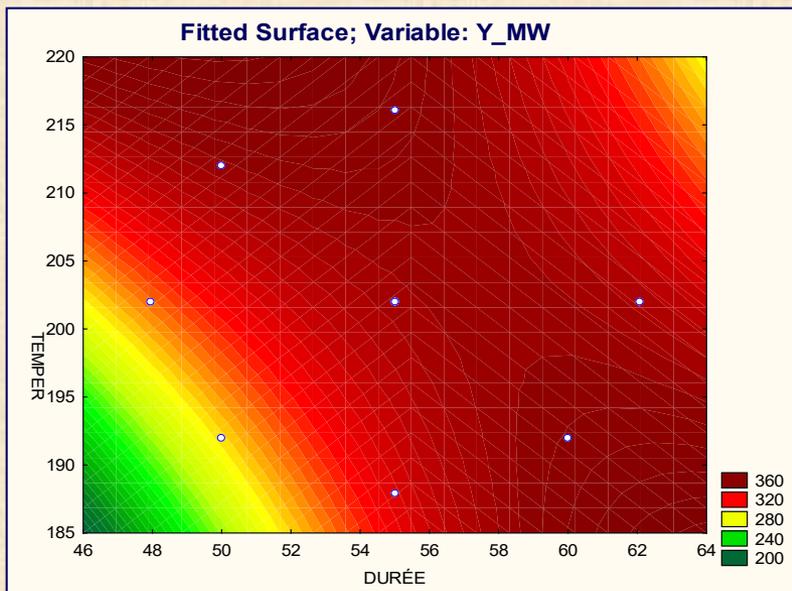
$$w_2 = 0.9999 (x_1 - 56.76) - 0.028 (x_2 - 204.51)$$

Systemes avec crêtes (« ridge »)



- **systemes assez fréquents**
- **un ou plusieurs $\lambda \approx 0$**
- **réponse Y est insensible aux variables w correspondantes**
- **cas stationnaire : l'optimum peut être pris n'importe où le long de la droite**
- **cas croissant (décroissant) : point stationnaire est à l'extérieur de la région explorée**

Ex- 8.1 : réaction chimique



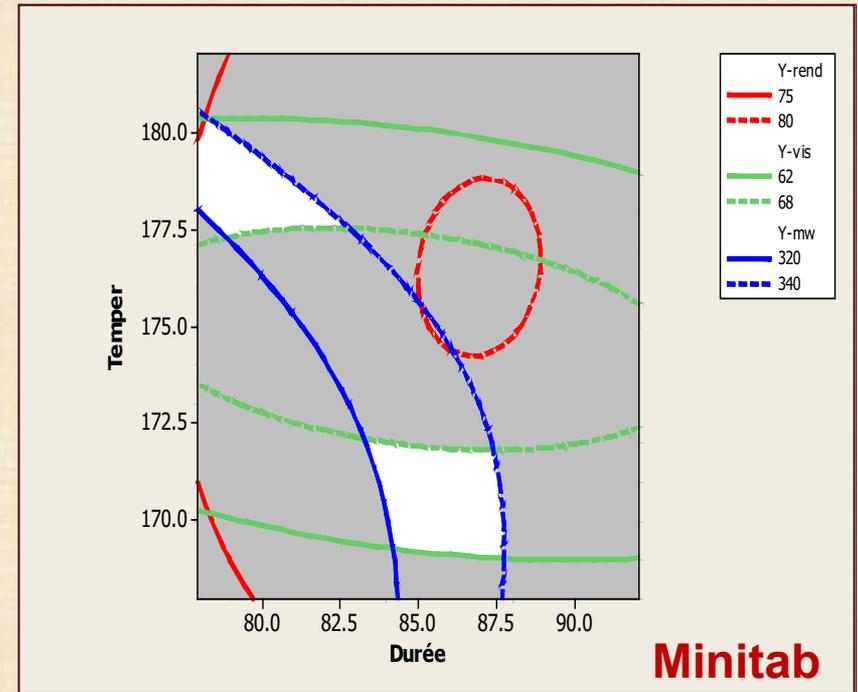
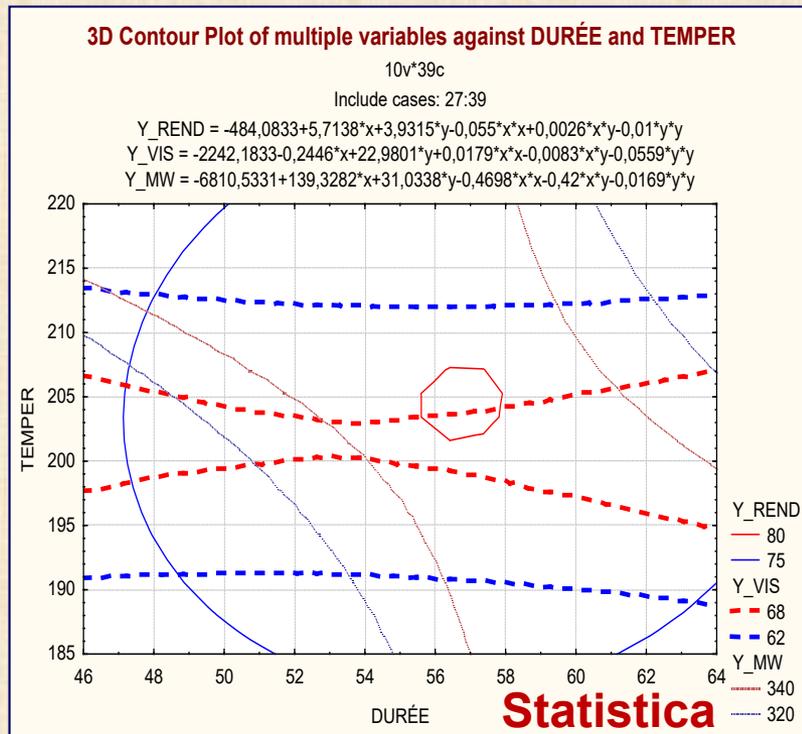
Réponses multiples

représentation / visualisation / optimisation

- ▶ courbes contour superposées: en 2 dimensions
- ▶ fonctions de désirabilité
- ▶ programmation non linéaire

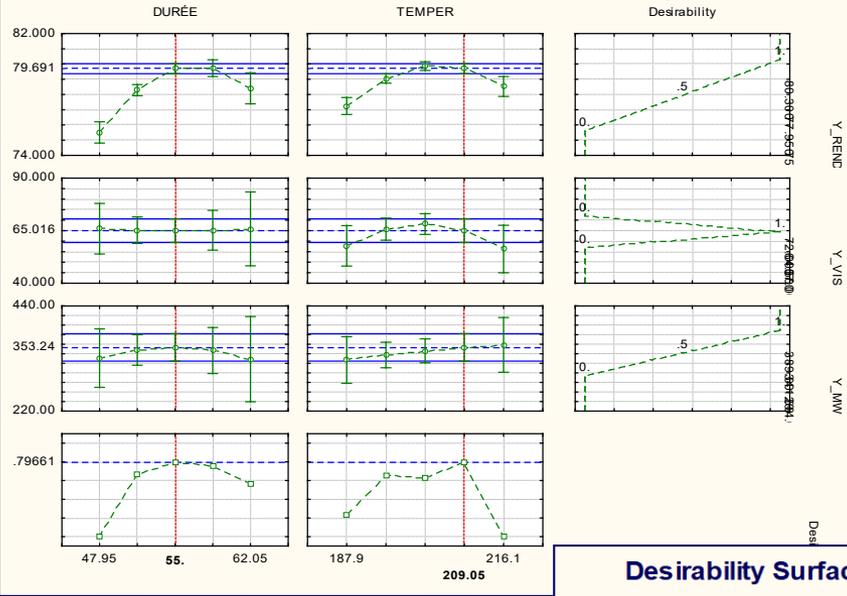
Ex- 8.1 : réaction chimique

75 < Y-rend < 80 62 < Y-vis < 68 320 < Y-mw < 340

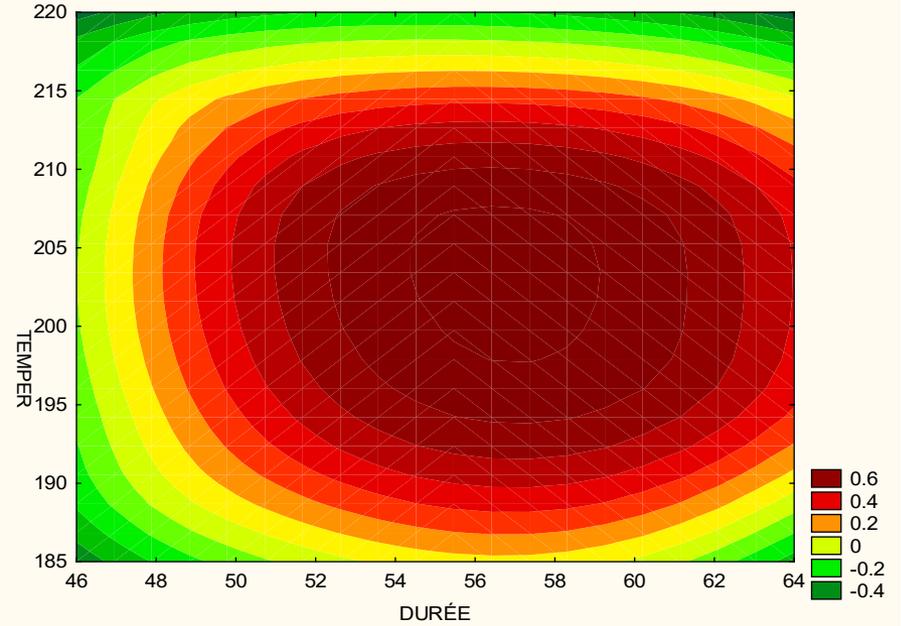


Ex- 8.1 : réaction chimique

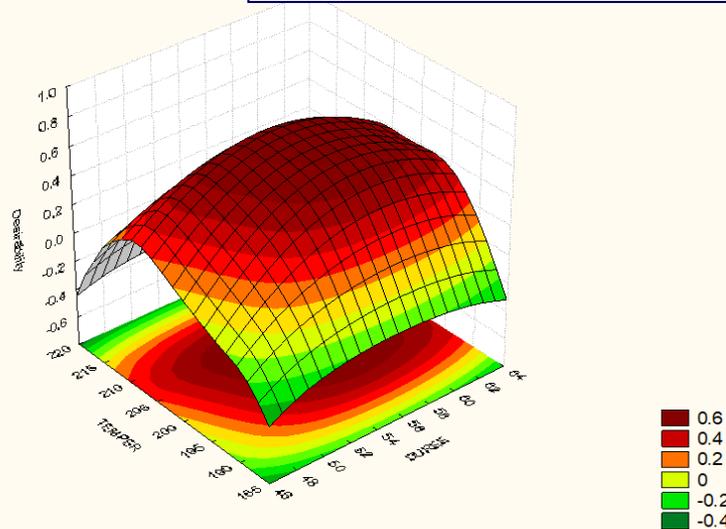
Profiles for Predicted Values and Desirability



Desirability Surface/Contours; Method: Spline Fit



Desirability Surface/C



Plans de surfaces de réponse

propriétés recherchées

- couverture de la région
- test de l'adéquation du modèle
- possibilité de bloquer les essais
- estimation précise des coefficients du modèle
- précision uniforme de la réponse dans toutes les directions
- nombre raisonnable d'essais
- petit nombre de modalités pour les facteurs

plans pour modèles d'ordre 1

- minimiser la variance des coefficients : designs orthogonaux
- designs orthogonaux $\longrightarrow 2^k$ et $2^{k-p} +$ points centre

Plans de surfaces de réponse

Plans pour modèles ordre 2

Plans Central Composite Design (=CCD) : Box-Wilson

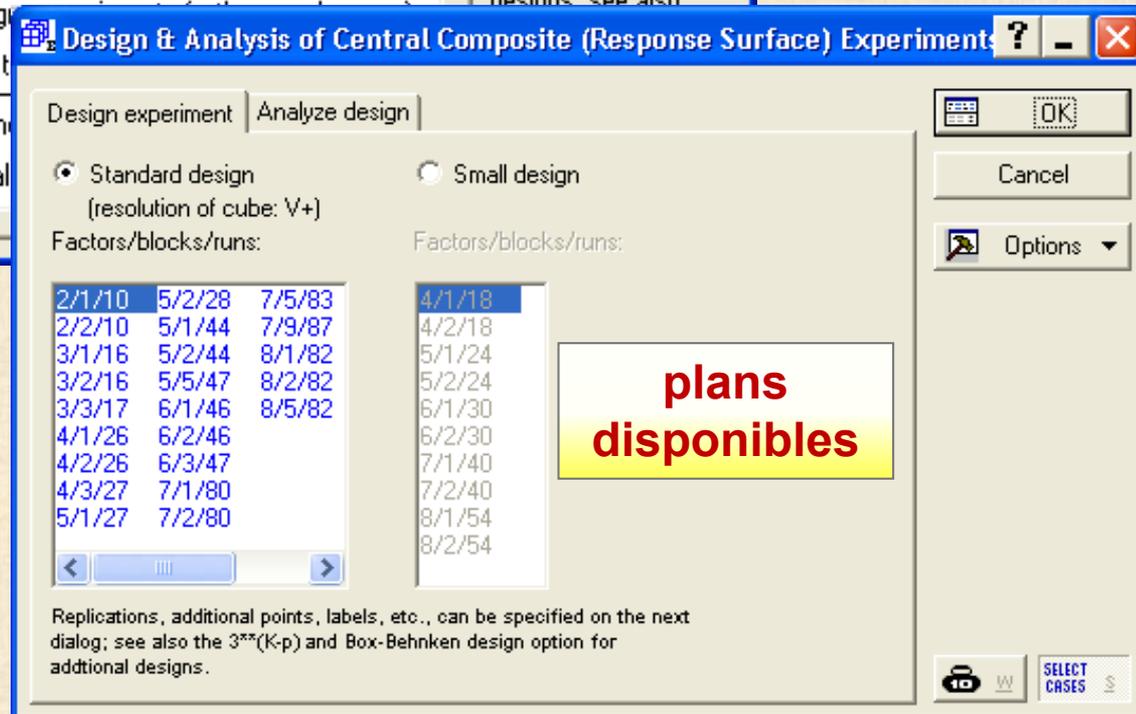
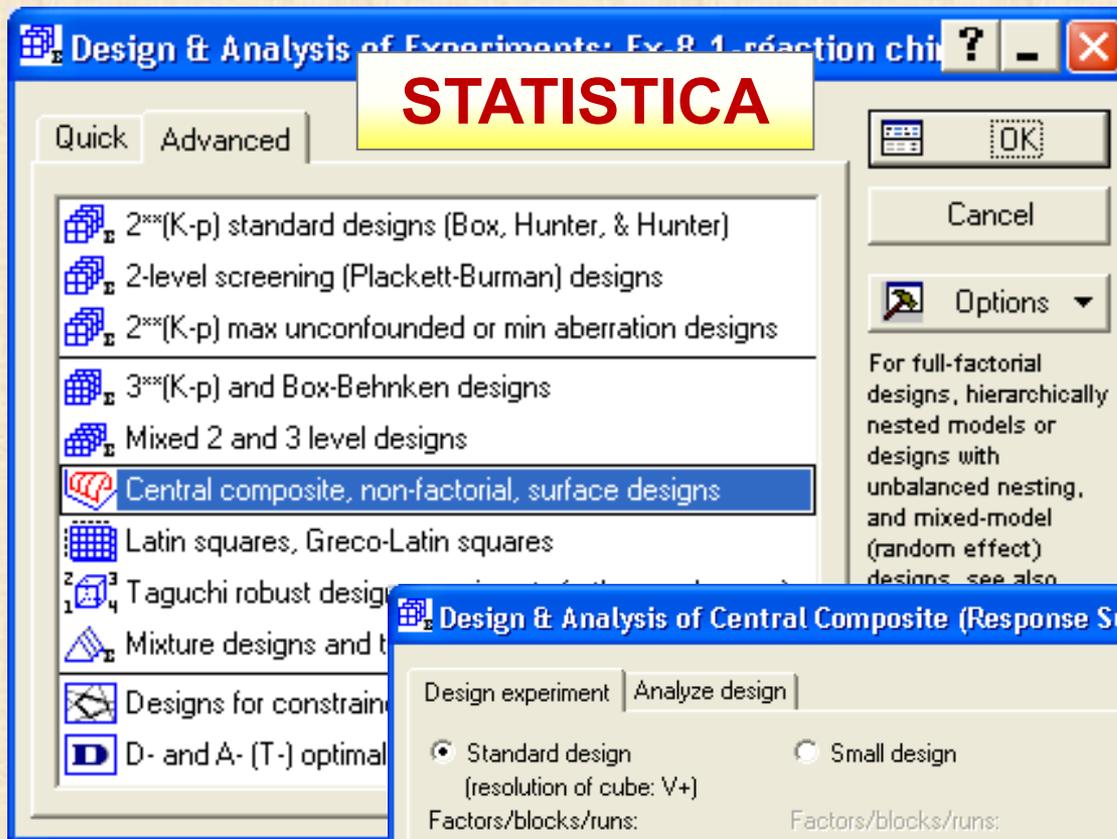
- facteurs à 5 modalités (valeurs codées) : - d -1 0 1 d
- factorielle : 2^k ou 2^{k-p} $x = \pm 1$ n_F points
- axiale : $(\pm d, 0, 0, \dots, 0)$ $(0, \pm d, 0, \dots, 0)$... $(0, 0, \dots, \pm d)$
2k points
- centre $(0, 0, 0, \dots, 0)$ n_c points (répétition)
- à spécifier : d : distance des points axiaux
 n_c : nombre (répétition) du centre : entre 3 et 6
- critère «rotatable» : $d = (n_F)^{0.25}$
- CCD sphérique : $d = k^{0.5}$
- CCD à face centrée : $d = 1$

Plans Box – Behnken : facteurs à 3 modalités -1 0 1

Plans de surfaces de réponse

nombre essais plans CCD et BB

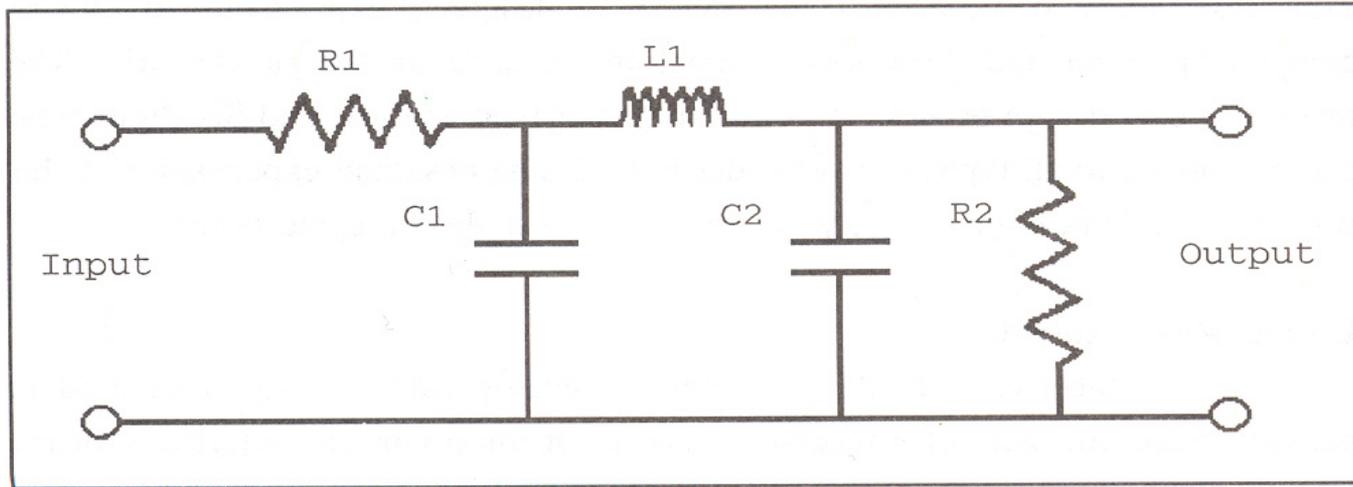
| nombre Facteurs | CCD complet | CCD fraction | 3 modalités | Box- Behnken | petit CCD |
|-----------------|-------------|--------------|-------------|--------------|-----------|
| 2 | 13 | - | 13 | - | - |
| 3 | 20 | - | 32 | 17 | 15 |
| 4 | 30 | - | 87 | 29 | 21 |
| 5 | 50 | 32 | excessif | 46 | 26 |
| 6 | 86 | 52 | excessif | 54 | 33 |
| 7 | 152 | 88 | excessif | 62 | 41 |
| 8 | excessif | 154 ou 90 | excessif | - | 51 |
| 9 | excessif | 156 | excessif | 130 | 61 |
| 10 | excessif | 158 | excessif | 170 | 71 |



Ex-8.2 : filtre analogique

Design Analog Filter Circuit With a Bandwidth of 4 MHz for
Parallel Video Channels receiver

D. M Fisk, Texas Instruments Inc., Schmidt and Launsby p. 8-235



schéma

tableau 1 : exigences (spécifications)

| réponse | target | tolerance | type |
|------------------------|-----------------|------------------|-------------------------|
| Rise Time | 90 nsec | ± 10 nsec | nominal is best |
| Delay | 0.0 nsec | + 5 nsec | lower the better |
| Overshoot | 0 | + 1% | lower the better |
| DC Gain | 0.50 | ± 0.05 | nominal is best |
| DC Input Imped. | 100 ohms | ± 20 ohms | nominal is best |

Ex-8.2 : filtre analogique

Tableau 2 : valeurs initiales cibles (target) des composants

| <u>comp</u> | <u>target</u> | <u>tolérance</u> | <u>comp</u> | <u>target</u> | <u>tolérance</u> |
|--------------------------|---------------|------------------|---------------------------------|---------------|------------------|
| R1 | 50 ohms | - | R source | 1 ohm | - |
| C1 | 1753 pF | - | R etch | 0.16 ohm | - |
| L1 | 1.93 uH | - | C etch | 1 pF | - |
| C2 | 268 pF | - | L etch | 5 nH | - |
| R2 | 50 ohms | - | R capacitor | 10 M ohms | - |
| | | | C inductor | 1 pF | - |
| (paramètres de contrôle) | | | (paramètres de bruit « noise ») | | |

1 test - valeurs tableau 2 (simulateur SPICE)

- Rise time = 87 Delay = 0.0 **Overshoot = 1.23%**
- DC Gain = 0.50 DC Imp = 100
- **Pas d'information sur les variations de chaque réponse.**
- **Composants parfaits (sur la valeur cible).**
- **Prédiction du DPU (Defect Per Unit)**
exige de l'information sur la variabilité.

Ex-8.2 : filtre analogique - étude réponse

méthode :
simulation Monte Carlo

tableau 4 : résultats simulation (SPICE)

| <u>Réponse</u> | <u>moyenne</u> | <u>écart type</u> | <u>Cp / Cpk</u> |
|----------------|----------------|-------------------|-----------------|
| Rise Time | 89.4 | 1.06 | 3.15 / 2.96 |
| Delay | 0.0 | 1.22 | 1.37 / 1.37 |
| Overshoot | 0.714 | 0.26 | 1.30 / 0.37 |
| DC Gain | 0.488 | 0.004 | 4.63 / 3.52 |

DPU = 0.134

méthode :
plan d'essais

tableau 5 : espace variation

| <u>comp</u> | <u>unité</u> | <u>min</u> | <u>max</u> |
|-------------|--------------|------------|------------|
| R1 | ohms | 45 | 55 |
| C1 | pF | 1577 | 1928 |
| L1 | uH | 1.544 | 2.316 |
| C2 | pF | 241 | 295 |
| R2 | ohms | 45 | 55 |

Ex-8.2 : filtre analogique

Plan central composite de **33** essais et n = 4 répétitions - 132 essais
chaque facteur varie à **5** modalités : - 2 -1 0 1 2 (valeurs codées)

Design Analog Filter Circuit With a Bandwidth of 4 MHz for Parallel Video Channels Receiver
D. M Fisk, Texas Instruments Inc., Schmidt and Launsby p. 8-235

| 1 ID | 2 R1 | 3 C1 | 4 L1 | 5 C2 | 6 R2 | 7 Rise Time Mean | 8 Delay Mean | 9 Overshoot Mean | 10 Gain Mean | 11 Rise Time std | 12 Delay std | 13 Overshoot std | 14 Gain std |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|------------------------|--------------------|------------------------|--------------------|------------------------|--------------------|------------------------|-------------------|
| 1 | -1 | -1 | -1 | -1 | 1 | 76,24 | 57,68 | 0,000 | 0,539 | 0,327 | 0,152 | 0,000 | 0,0031 |
| 2 | -1 | -1 | -1 | 1 | -1 | 73,56 | 59,36 | 1,420 | 0,489 | 0,423 | 0,184 | 0,028 | 0,0031 |
| 3 | -1 | -1 | 1 | -1 | -1 | 87,51 | 69,09 | 3,977 | 0,487 | 0,240 | 0,219 | 0,038 | 0,0034 |
| 4 | -1 | -1 | 1 | 1 | 1 | 85,79 | 70,03 | 1,769 | 0,535 | 0,376 | 0,195 | 0,029 | 0,0026 |
| 5 | -1 | 1 | -1 | -1 | -1 | 87,98 | 64,06 | 0,297 | 0,486 | 0,407 | 0,306 | 0,034 | 0,0024 |
| 6 | -1 | 1 | -1 | 1 | 1 | 90,66 | 65,27 | 0,000 | 0,535 | 0,680 | 0,313 | 0,000 | 0,0030 |
| 7 | -1 | 1 | 1 | -1 | 1 | 100,40 | 74,71 | 0,506 | 0,538 | 0,341 | 0,141 | 0,040 | 0,0024 |
| 8 | -1 | 1 | 1 | 1 | -1 | 97,49 | 76,76 | 2,849 | 0,490 | 0,375 | 0,211 | 0,042 | 0,0032 |
| 9 | 1 | -1 | -1 | -1 | -1 | 78,18 | 60,02 | 1,280 | 0,440 | 0,486 | 0,128 | 0,062 | 0,0032 |
| 10 | 1 | -1 | -1 | 1 | 1 | 80,21 | 61,77 | 0,000 | 0,490 | 0,681 | 0,308 | 0,000 | 0,0025 |
| 11 | 1 | -1 | 1 | -1 | 1 | 90,77 | 70,69 | 1,517 | 0,491 | 0,251 | 0,284 | 0,050 | 0,0030 |
| 12 | 1 | -1 | 1 | 1 | -1 | 88,66 | 72,53 | 4,363 | 0,440 | 0,242 | 0,161 | 0,058 | 0,0030 |
| 13 | 1 | 1 | -1 | -1 | 1 | 101,70 | 66,57 | 0,000 | 0,491 | 0,423 | 0,176 | 0,000 | 0,0012 |
| 14 | 1 | 1 | -1 | 1 | -1 | 90,88 | 67,45 | 0,000 | 0,441 | 0,177 | 0,121 | 0,000 | 0,0030 |
| 15 | 1 | 1 | 1 | -1 | -1 | 102,80 | 78,16 | 3,080 | 0,440 | 0,255 | 0,178 | 0,093 | 0,0026 |
| 16 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 104,20 | 79,16 | 0,000 | 0,490 | 0,716 | 0,167 | 0,000 | 0,0036 |
| 17 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 89,51 | 68,67 | 0,689 | 0,488 | 0,645 | 0,132 | 0,047 | 0,0032 |
| 18 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 89,54 | 68,80 | 0,772 | 0,488 | 0,108 | 0,248 | 0,085 | 0,0040 |
| 19 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 89,70 | 68,70 | 0,706 | 0,488 | 0,544 | 0,200 | 0,034 | 0,0032 |
| 20 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 89,44 | 68,70 | 0,731 | 0,490 | 0,433 | 0,182 | 0,065 | 0,0018 |
| 21 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 89,54 | 68,71 | 0,720 | 0,488 | 0,377 | 0,171 | 0,038 | 0,0037 |
| 22 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 89,24 | 68,72 | 0,740 | 0,488 | 0,352 | 0,132 | 0,028 | 0,0024 |
| 23 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 89,19 | 68,73 | 0,738 | 0,489 | 0,468 | 0,247 | 0,039 | 0,0035 |
| 24 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 93,54 | 70,77 | 0,396 | 0,443 | 0,299 | 0,185 | 0,072 | 0,0008 |
| 25 | -2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 84,52 | 66,02 | 1,089 | 0,543 | 0,555 | 0,241 | 0,036 | 0,0031 |
| 26 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 104,40 | 74,91 | 0,000 | 0,487 | 0,585 | 0,094 | 0,000 | 0,0021 |
| 27 | 0 | -2 | 0 | 0 | 0 | 75,84 | 61,90 | 2,422 | 0,488 | 0,313 | 0,158 | 0,058 | 0,0031 |
| 28 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 100,30 | 78,84 | 3,076 | 0,491 | 0,281 | 0,171 | 0,063 | 0,0031 |
| 29 | 0 | 0 | -2 | 0 | 0 | 82,77 | 56,75 | 0,000 | 0,487 | 0,679 | 0,376 | 0,000 | 0,0035 |
| 30 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 87,82 | 70,02 | 0,541 | 0,490 | 0,579 | 0,121 | 0,064 | 0,0030 |
| 31 | 0 | 0 | 0 | -2 | 0 | 91,24 | 67,15 | 1,018 | 0,490 | 0,512 | 0,144 | 0,065 | 0,0027 |
| 32 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 91,82 | 68,44 | 0,000 | 0,535 | 0,478 | 0,231 | 0,000 | 0,0030 |
| 33 | 0 | 0 | 0 | 0 | -2 | 87,28 | 68,88 | 4,070 | 0,435 | 0,318 | 0,267 | 0,075 | 0,0024 |

Analyse

modèles polynomiaux du 2ième degré

Optimisation

C1 et L1 sont les paramètres critiques

courbes contour : optimum trouvé

valeurs finales des composants

vérification avec avec SPICE

Ex-8.2 : filtre analogique

tableau 6 : valeurs finales des composants

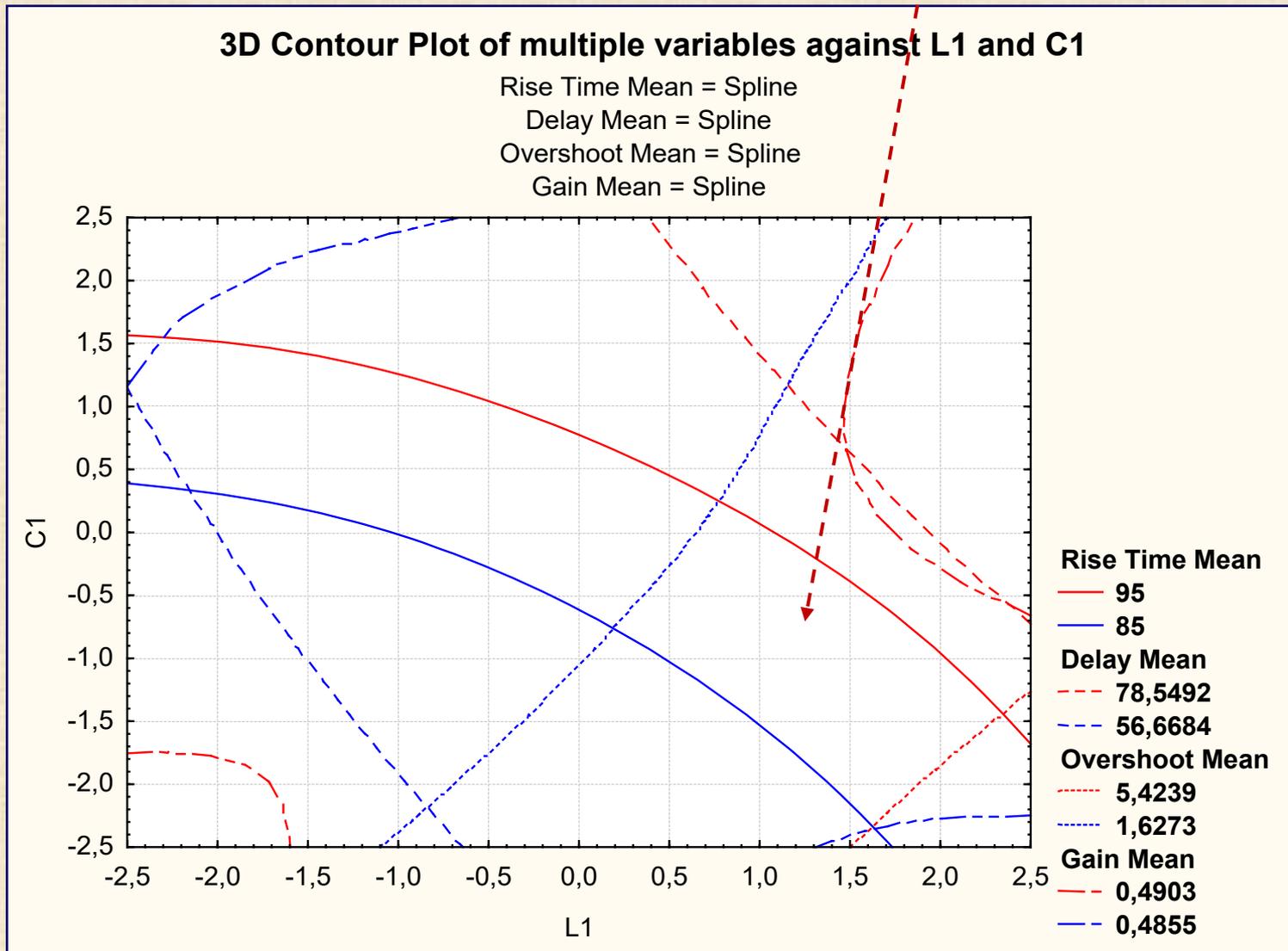
| <u>comp</u> | <u>target</u> | <u>tolérance</u> | <u>comp</u> | <u>target</u> | <u>tolérance</u> |
|--------------------------|---------------|------------------|---------------------------------|---------------|------------------|
| R1 | 49.9 ohms | 1% | R source | 1 ohm | 50% |
| C1 | 1800 pF | 1% | R etch | 0.16 ohm | 62.5% |
| L1 | 1.80 uH | 5% | C etch | 1 pF | 100% |
| C2 | 270 pF | 1% | L etch | 5 nH | 100% |
| R2 | 52.3 ohms | 1% | R capacitor | 10 M ohms | 33.3% |
| | | | C inductor | 1 pF | 100% |
| (paramètres de contrôle) | | | (paramètres de bruit « noise ») | | |

tableau 7 : résultats simulation (SPICE)

| <u>Réponse</u> | <u>moyenne</u> | <u>écart type</u> | <u>Cp / Cpk</u> |
|---|----------------|-----------------------|-----------------|
| Rise Time | 90.3 | 0.79 | 4.24 / 4.11 |
| Delay | 0.0 | 1.14 | 1.46 / 1.46 |
| Overshoot | 0.000002 | 0.000016 | >10 / >10 |
| DC Gain | 0.500 | 0.0036 | 4.63 / 4.63 |
| DPU = 6.09×10^{-6} | | design 6 sigma | |

Ex-8.2 : filtre analogique

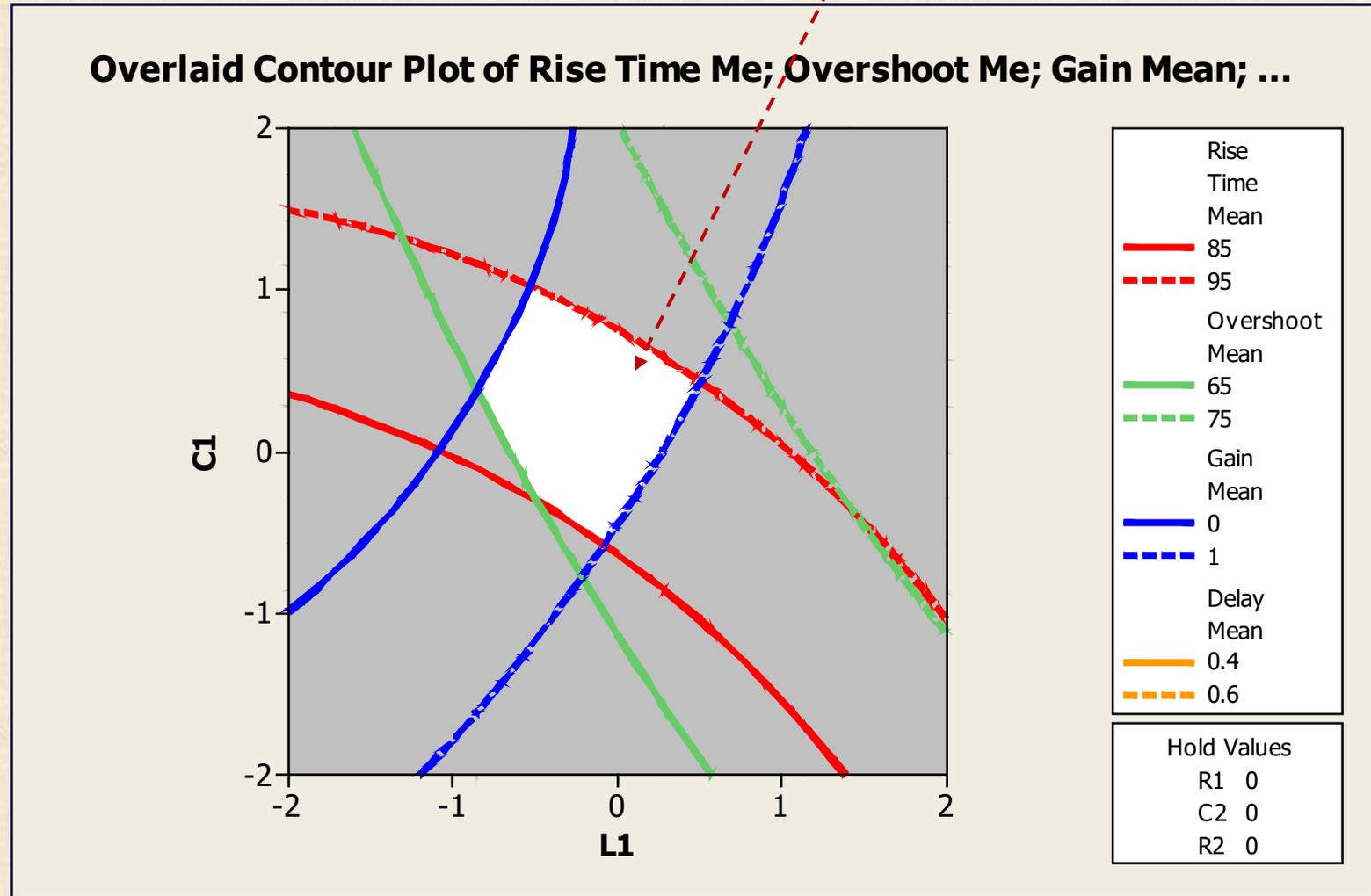
région de faisabilité



Ex-8.2 : filtre analogique

région de faisabilité

courbes contour avec Minitab



1. **une analyse de surface de réponse devrait être précédée d'une expérience de tamisage si le nombre de facteurs est plus de 8;**
2. **une analyse RSM peut être implantée en 2 phases:**
 - (a) **si on est loin de la région optimale, on conduit une première analyse avec un plan 2^{k-p} ou un plan Plackett-Burman en ajoutant des essais répétés au centre de l'espace expérimental et on ajuste un modèle d'ordre 1;**
 - (b) **si on est près de la région optimale, on conduit une expérience avec un plan de surface de réponse et on ajuste un modèle d'ordre 2;**
3. **pour déterminer si on est rendu près de la région optimale, on fait un test de courbure (manque d'ajustement) avec le modèle d'ordre 1;**
4. **si on est loin de la région optimale, on conduit une recherche dans l'espace expérimental en faisant des essais dans la direction du gradient jusqu'à ce que l'on détecte un effet de courbure; ensuite on fait la phase 2(b); une stratégie différente à celle du gradient est une recherche avec un plan basé sur une grille rectangulaire et zoom successif sur les régions d'intérêt;**

5. dans la région optimale on ajuste un modèle d'ordre 2 et on fait une **analyse canonique** pour classifier la surface:
- (a) si toutes les valeurs propres sont de **même signe** on a un système **elliptique**
- si les valeurs propres sont **toutes positives**: point stationnaire = **minimum**
 - si les valeurs propres sont **toutes négatives**: point stationnaire = **maximum**
- (b) si les valeurs propres ne sont pas **toutes de même signe**, on a un système **hyperbolique** ; point stationnaire = **minimax (selle)**;
- (c) si une valeur propre est **zéro ou près de zéro**, on a un système avec **crête**;
- si le point stationnaire est à l'intérieur de l'espace expérimental
on a un **système stationnaire**
 - si le point stationnaire n'est pas à l'intérieur de l'espace expérimental
on a une **crête croissante ou décroissante**;

6. les plans central composite (CCD) sont les plus efficaces pour ajuster un modèle d'ordre 2;

ils sont composés de 3 blocs d'essais: cubique, axiale, centre;

(a) partie cubique : plan 2^k ou 2^{k-p}

(b) partie axiale : distance d des points axiaux peut être choisie pour le critère de rotabilité ou par des contraintes pratiques

(c) point centre : nombre de répétitions (n_c) au centre

$$n_c = 2 \quad \text{avec } d = 1$$

$$n_c = 3 \text{ à } 5 \quad \text{avec } d = k^{0.5}$$

7. les plans de Box-Behnken (BB) sont utiles pour des régions sphériques;

les facteurs varient avec 3 modalités seulement;

les plans BB sont à considérer si les plans CCD sont s'avèrent

impraticables.