

Chapitre 5

Analyse de plans complets

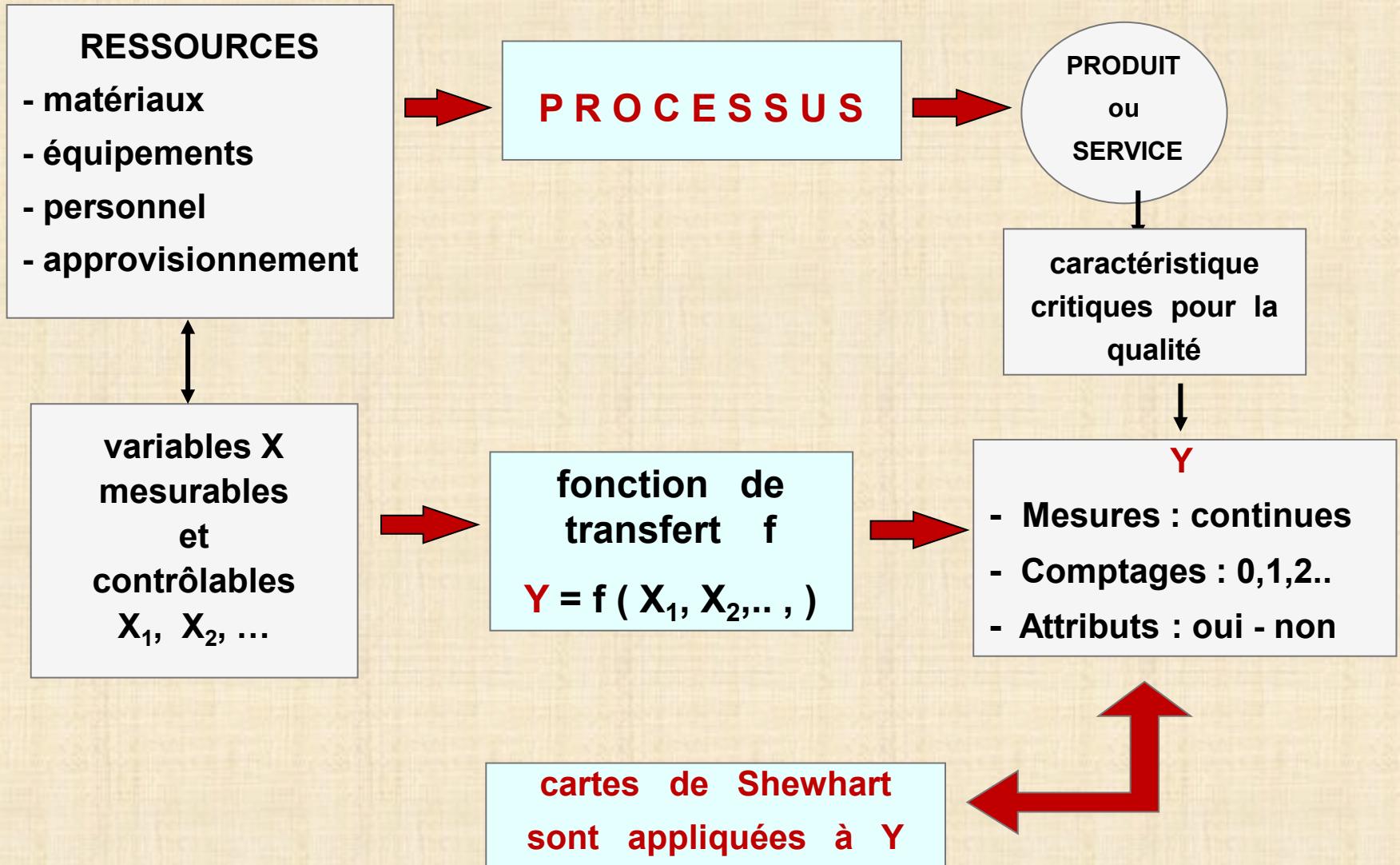
- Cartes de Shewhart : **SPC** - **S**tatistical **P**rocess **C**ontrol

https://cours.polymtl.ca/mth6301/WEB-mth8301/Clement-Controle_Statistique_Procedes-SPC.pdf

- Utilisation de *STATISTICA*
- Fonction de désirabilité

Exemple	fact. # X	répon. # Y	répét. n	----- type	# points centre	----- # blocs
Ex-5.1 métallurgie	3	1	3	2^3	0	1
Ex-5.2 auto inspect	3	1	3	2^3	4	2
Ex-5.3 plasma etch	3	5	1	2^3	2	2
Ex-5.4 filtration	4	1	1	2^4	0	1
Ex-5.5 fissures	4	1	2	2^4	0	1
Ex-5.6 oxyde	4	1	4	2^4	0	1
Ex-5.7 colorant	6	3	1	2^6	0	1
Ex-5.8 hybride	3	1	4	$2^1 3^1 4^1$	0	1

Cartes de contrôle de Shewhart (1/8)



Utilisation des cartes de Shewhart (SPC) : fabrication

- distinguer 2 types de variabilité



- quantifier (sigma) la variabilité d'un processus
- réduire la variabilité en éliminant les causes spéciales
- vérifier la **stabilité** : seulement des causes communes sont en jeu
- évaluer la **capacité** d'un processus avec des indices Cp / Cpk
- **identifier les situation hors contrôle et comprendre les causes des dérèglements pour mieux contrôler le processus dans futur**
- méthode pour augmenter la connaissance du processus

Autre application des cartes de Shewhart : planification d'expériences

- visualiser les données
- **répondre aux questions**
 1. les facteurs affectent-ils la réponse?
 2. les répétitions sont – elles en contrôle?

Cartes de contrôle de Shewhart (3/8)

Y : variable de réponse

Cartes de base : 7 types de cartes

continue	→	MESURE n	Xbar&R 2 à 9	XmR 1	Xbar&S 2 et plus
			<i>remarque: la carte Ybar&R peut être remplacée par la carte Ybar&S</i>		
classement	→	ATTRIBUT n	p variable	np constant	
nombre défaut	→	COMPTAGE	c	u	
opportunité défaut		n	constant	variable	

hypothèse MESURE : TOUTE distribution

ATTRIBUT : distribution Bernoulli - Binomiale

COMPTAGES : distribution Poisson

cartes avancées : EWMA, MA, Cusum, Multivariable,

Cartes de contrôle de Shewhart (4/8)

Carte Ybar et R : Y variable de réponse

k échantillons (**groupes rationnels**) de taille n : $y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{in}$ $i = 1, 2, \dots, k$

$$Ybar_i = \sum y_{in} / n ; R_i = \max(y_{ij}) - \min(y_{ij}) ; S^2_i = \sum (y_{ij} - Ybar_i)^2 / (n-1)$$

$$\overline{\overline{Y}} = \sum Ybar_i / k ; \overline{R} = \sum R_i / k ; \overline{S} = \sum S_i / k$$

estimation sans biais de σ : $\hat{\sigma} = \overline{R} / d_2$ ou $\hat{\sigma} = \overline{S} / c_4$

remarque : les constantes d_2 et c_4 dépendent de n (page suivante)

CARTE Xbar et R / CARTE Xbar et S : limites de contrôle

- moyennes Ybar avec R : $\overline{\overline{Y}} \pm A_2 R$ $A_2 = 3 / (d_2 \sqrt{n})$
- moyennes Ybar avec S : $\overline{\overline{Y}} \pm A_3 \overline{S}$ $A_3 = 3 / (c_4 \sqrt{n})$
- étendues R : $LCL_R = D_3 \overline{R}$ et $UCL_R = D_4 \overline{R}$
- écarts types S : $LCL_S = B_3 \overline{S}$ et $UCL_S = B_4 \overline{S}$

Cartes de contrôle de Shewhart (5/8)

n	<u>CONSTANTES</u>							
	A ₂	A ₃	B ₃	B ₄	D ₃	D ₄	d ₂	c ₄
2	1.880	2.659	0	3.267	0	3.268	1.128	0.798
3	1.023	1.954	0	2.568	0	2.574	1.693	0.886
4	0.729	1.628	0	2.226	0	2.282	2.059	0.921
5	0.577	1.427	0	2.089	0	2.114	2.326	0.940
6	0.483	1.287	0.030	1.970	0	2.096	2.534	0.952
7	0.419	1.182	0.118	1.882	0.076	1.924	2.704	0.959
8	0.373	1.099	0.185	1.815	0.136	1.864	2.847	0.965
9	0.337	1.032	0.239	1.761	0.184	1.816	2.970	0.969
10	0.308	0.975	0.284	1.716	0.223	1.777	3.078	0.973
15	0.223	0.789	0.428	1.572	0.347	1.653	3.472	0.982
25	0.153	0.606	0.565	1.435	0.459	1.541	3.931	0.990

PRINCIPES

- Les limites de contrôle sont toujours placées à 3 écarts types de la ligne centrale.
- L'estimation de la variabilité du processus (sigma) doit toujours être calculée avec la moyenne d'un ensemble de k indicateurs de dispersion.
important : **ne jamais calculer** l'estimation de la variabilité du processus (sigma) avec toutes les données en un seul groupe
- Les données doivent provenir d'un plan d'échantillonnage et être organisées en **groupes rationnels** pour quelles soient utiles.
- L'organisation ou entreprise doit réagir d'une manière appropriée aux connaissances nouvelles qui résultent de l'application des cartes.

Cartes de contrôle de Shewhart (6/8)

Comportement des cartes Xbar et R : DONNÉES DE PRODUCTION

on recherche la stabilité (à l'intérieur des limites de contrôle)
des 2 cartes : stabilité (uniformité) de la production

Comportement des cartes Xbar et R : DONNÉES D'EXPÉRIMENTATION

- les groupes sont définis par les traitements (= essais);
- les n répétitions de chaque traitement forment les éléments de chaque groupe rationnel;
- chaque traitement est une combinaison des facteurs;
- on utilise la variable de réponse Y pour faire les cartes;
- on espère que :
 - sur la carte Ybar (Xbar) : **plusieurs essais à l'extérieur des limites**
interprétation : les facteurs affectent la réponse Y
 - sur la carte R (ou S) : **tous les essais à l'intérieur des limites**
interprétation : bonne répétition des essais

Cartes de contrôle de Shewhart (7/8)

SPC avec STATISTICA

Menu path: **Statistics** > **Industrial Statistics & Six Sigma** > **Quality Control Charts** > **X-bar & R chart for variables**

Quality Control Charts: Ex-5.0-Carte Xbar&R.sta

- Quick
- Variables
- Attributes
- Real-time

- SixGraph with X-bar & R chart
- SixGraph with X-bar & S chart
- SixGraph with X & MR chart
- X-bar & R chart for variables**
- X-bar & S chart for variables
- MA X-bar & R chart for variables
- MA X-bar & S chart for variables
- EWMA X-bar & R chart for variables
- EWMA X-bar & S chart for variables
- Individuals & moving range
- CuSum chart for individuals
- Pareto chart analysis

For related quality control procedures (non-normal process capability indices, sampling plans, R & R, DOE), also refer to Process Analysis and Experimental Design.

Buttons: Open Data, SELECT CASES, W

	1	2	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
	V1	Mesu	Var7	Var8	Var9	Var10	NewVar1	NewVar2	NewVar3	NewVar4	NewVar5	NewVar6	NewVar7	NewVar8	NewVar9
1		144													
2		150													
3		180													
4		193													
5		210													
6		225													
7		235													
8		233													
9		228													
10		198													
11		190													
12		178													
13		168													
14		137													
15		121													
16		116													
17		85													
18		65	6												
19		88	7												
20		111	7												
21		120	7												
22		138	8												
23		160	8												
24		179	8												
25		200	9												
26		245	9												
27		248	9												
28		211	10												
29		201	10												
30		155	10												
31		145	11												
32		102	11												
33		83	11												
34		80	12												
35		101	12												
36		106	12												
37		95	13												
38		90	13												
39		107	13												
40		127	14												
41		142	14												
42		159	14												

Cartes de contrôle de Shewhart (8/8)

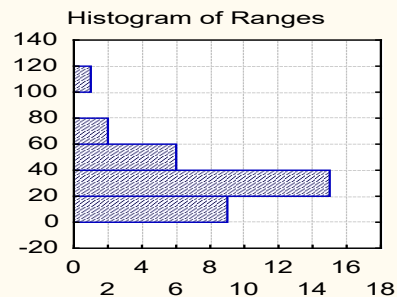
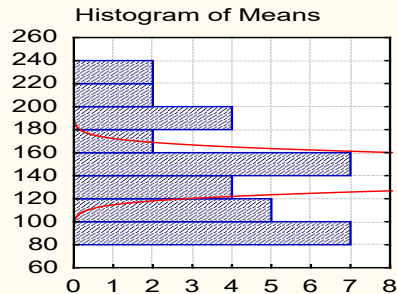
Exemple 5.0

données

carte Ybar
carte R

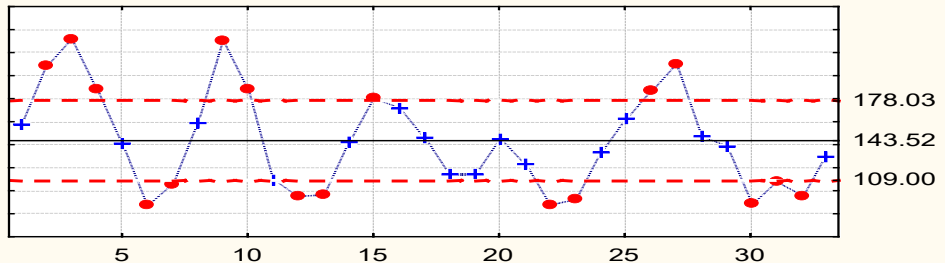
k = 33
groupes
de
n = 3
mesures

jour	mesures	Ybar	R	jour	mesures	Ybar	R	jour	mesures	Ybar	R
1	144 150 180	158.0	36	12	80 101 106	95.7	26	23	72 97 112	93.7	40
2	193 210 225	209.9	32	13	95 90 107	97.3	17	24	126 132 144	134.0	18
3	235 233 228	232.0	7	14	127 152 152	142.7	32	25	156 163 170	163.0	14
4	198 190 178	188.7	20	15	167 178 199	181.3	32	26	181 180 202	187.7	22
5	168 137 121	142.0	47	16	181 173 163	172.3	18	27	250 205 175	210.0	75
6	116 85 65	88.7	51	17	158 147 134	146.3	24	28	157 148 140	148.3	17
7	88 111 120	106.3	32	18	128 113 104	115.0	24	29	157 139 121	139.0	36
8	138 160 179	159.0	41	19	113 122 108	114.3	14	30	131 125 11	89.0	120
9	200 245 248	231.9	48	20	135 145 157	146.0	23	31	118 115 92	108.3	26
10	211 201 155	189.0	56	21	133 125 112	123.3	21	32	99 79 111	96.3	32
11	145 102 83	110.0	62	22	105 95 63	87.7	42	33	127 135 130	130.7	8

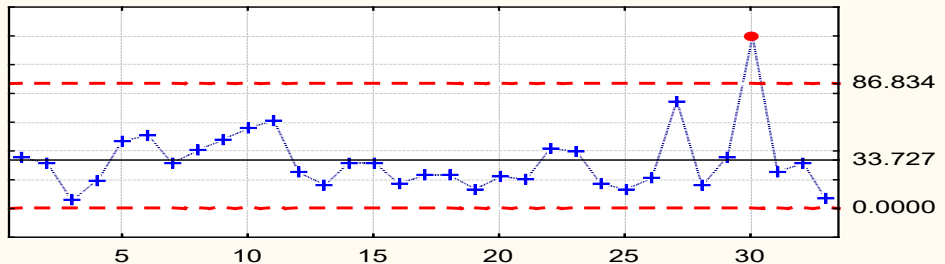


X-bar and R Chart; variable: Mesure

X-bar: 143.52 (143.52); Sigma: 19.927 (19.927); n: 3.



Range: 33.727 (33.727); Sigma: 17.702 (17.702); n: 3.



Plans d'expériences avec STATISTICA : conception / analyse

The image shows the STATISTICA software interface with several key elements highlighted:

- Menu Path:** The 'Statistics' menu is open, showing the path: Statistics > Industrial Statistics & Six Sigma > Experimental Design (DOE).
- Design & Analysis of Experiments: Spreadsheet1 Dialog:** This dialog box is open, showing a list of design types. The '2**(K-p) standard designs (Box, Hunter, & Hunter)' option is selected.
- Design & Analysis of Experiments with Two-Level Factors: E Dialog:** This dialog box is open, showing the 'Analyze design' tab. The 'Number of factors (min=2, max=11)' is set to 7. The 'Resolution: IV' is selected. The 'Generate design in Box, Hunter, & Hunter order' checkbox is checked.

Red dashed arrows point from the menu path to the dialog boxes, and yellow callout boxes with red text label the main menu area as 'Industrial Statistics & Six Sigma', the 'Experimental Design (DOE)' menu item, and the 'Design / Analyze' dialog boxes.

Plans d'expériences avec STATISTICA : conception / analyse

Design of an Experiment with Two-Level Factors: Ex-6.3-moulage.sta

DESIGN SUMMARY (standard design): 2**(7-3) design of resolution R = IV

Number of factors (independent variables): 7
 Number of runs (cases, experiments): 16
 Number of blocks: 1
 Fractional replications: 1/8 fractional factorial

Quick | Display design | **Add to design** | Generators & aliases

Add to the design

Number of genuine replicates: 0
 Number of center points (per block): 0
 Number of blank columns (dep. vars): 0
 Foldover (enhance resolution)

Buttons: Summary, Cancel, Options

To save the design, use option "Display design" modify the design if necessary, and save the Spreadsheet.

**générateurs
Plan 2**(7-3)**

	Alias
E	ABC
F	BCD
G	ACD

	Alias	Alias
A		
B		
C		
D		
E		
F		
G		
A*B	C*E	F*G
A*C	B*E	D*G
A*D	C*G	E*F
A*E	B*C	D*F
A*F	B*G	D*E
A*G	B*F	C*D
B*D	C*F	E*G

- pour ajouter**
- répétitions du plan
 - points au centre du plan
 - colonnes pour les variables réponse

**Alias des effets
Résolution = IV**

Plans d'expériences avec STATISTICA : conception / analyse

Design of an Experiment with Two-Level Factors: Ex-6.3-moulage.sta

DESIGN SUMMARY (standard design): 2**(7-3) design of resolution R = IV

Number of factors (independent variables): 7
Number of runs (cases, experiments): 16
Number of blocks: 1
Fractional replications: 1/8 fractional factorial

Quick | Display design | Add to design | Generators & aliases

Display/Edit/Save Design

Summary: Display design | Change factor names, values, etc.

Denote factors

- By numbers
- By letters
- By names

Order of runs

- Standard order
- Random
- by blocks

Seed: 9629199

Show (in Spreadsheet)

- Numbers (+1, -1)
- Mini/maxima
- Text labels

To save the design, use option "Display design," modify the design if necessary, and save the Spreadst

édition des facteurs

- nom
- libellés pour -1 +1
- classement Cont/Qual

Summary for Variables (Factors)

Summary for Variables (Factors)
To change labels, values, etc., type in the desired changes, then click OK.

Factor	Factor Name	Low Value	Low Label	High Value	High Label	C/Q Cont or Qual.
A (1)	A	-1	Low	1	High	C
B (2)	B	-1	Low	1	High	C
C (3)	C	-1	Low	1	High	C
D (4)	D	-1	Low	1	High	C
E (5)	E	-1	Low	1	High	C
F (6)	F	-1	Low	1	High	C
G (7)	G	-1	Low	1	High	C

OK Cancel

ordre aléatoire par défaut

Plans d'expériences avec STATISTICA : conception / analyse

Design of an Experiment with Two-Level Factors: Ex-6.3-moulage.sta

DESIGN SUMMARY (standard design): $2^{**}(7-3)$ design of resolution R = IV

Number of factors (independent variables): 7
 Number of runs (cases, experiments): 16
 Number of blocks: 1
 Fractional replications: 1/8 fractional factorial

Quick | Display design | Add to design | Generators & aliases

Summary

Display/Edit/Save Design

Summary: Display design | Change factor names, values, etc.

Denote factors: By numbers By letters By names

Order of runs: Standard order Random by blocks
 Seed: 9629199

Show (in Spreadsheet): Numbers (+1, -1) Mini/maxima Text labels

To save the design, use option "Display design," modify the design if necessary, and save the Spreadsheet.

plan : $2^{}(7-3)$**
7 facteurs A B C D E F G
en 16 essais
avec une répétition
n = 2

essai	Replicat	A	B	C	D	E	F	G	Y
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	
2	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	
3	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	
4	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	
5	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	
6	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	
7	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	
8	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	
9	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	
10	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	
11	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	
12	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	
13	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	
14	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	
15	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	
16	1	1	1	1	1	1	1	1	
17	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	
18	2	1	-1	-1	-1	1	-1	1	
19	2	-1	1	-1	-1	1	1	-1	
20	2	1	1	-1	-1	-1	1	1	
21	2	-1	-1	1	-1	1	1	1	
22	2	1	-1	1	-1	-1	1	-1	
23	2	-1	1	1	-1	-1	-1	1	
24	2	1	1	1	-1	1	-1	-1	
25	2	-1	-1	-1	1	-1	1	1	
26	2	1	-1	-1	1	1	1	-1	
27	2	-1	1	-1	1	1	-1	1	
28	2	1	1	-1	1	-1	-1	-1	
29	2	-1	-1	1	1	1	-1	-1	
30	2	1	-1	1	1	-1	-1	1	
31	2	-1	1	1	1	-1	1	-1	
32	2	1	1	1	1	1	1	1	

Exemple 5.1 métallurgie

essai	A	B	C	Y	n = 3		essai	A	B	C	Y	n = 3	
1	-1	-1	-1	4.20	5.15	4.78	5	1	-1	-1	4.49	5.38	4.26
2	-1	-1	1	4.62	4.47	5.20	6	1	-1	1	3.81	4.94	6.20
3	-1	1	-1	4.52	3.97	5.86	7	1	1	-1	3.89	4.94	5.88
4	-1	1	1	4.10	5.49	4.15	8	1	1	1	5.15	4.12	4.60

facteur	modalités	
	-	+
A	2	5
B	5	20
C	h	m

A, B continus
C catégorique

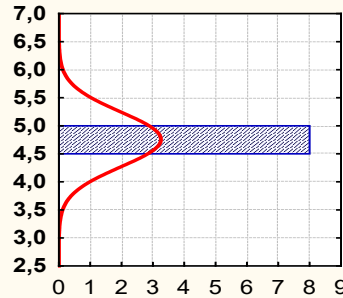
plan 2^3 n = 3

Y : mesure de test
en métallurgie

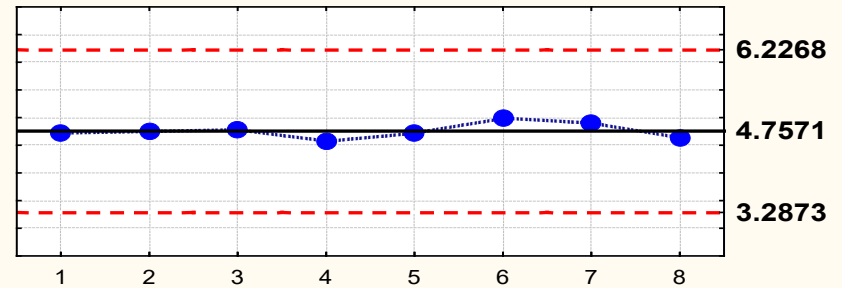
problématique :
le test est-il robuste?

X-bar and R Chart; variable: Y

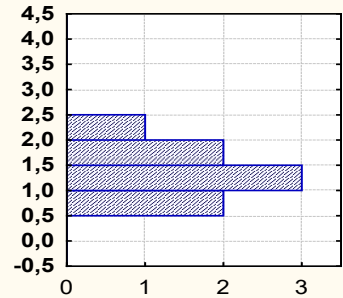
Histogram of Means



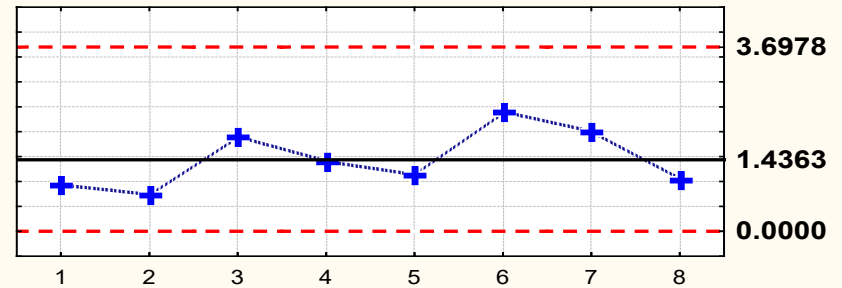
X-bar: 4.7571 (4.7571); Sigma: .84856 (.84856); n: 3.



Histogram of Ranges



Range: 1.4363 (1.4363); Sigma: .75384 (.75384); n: 3.



carte Ybar&R : stabilité

- Y pas influencé par les facteurs
- bonne répétabilité des essais

Exemple 5.1 métallurgie

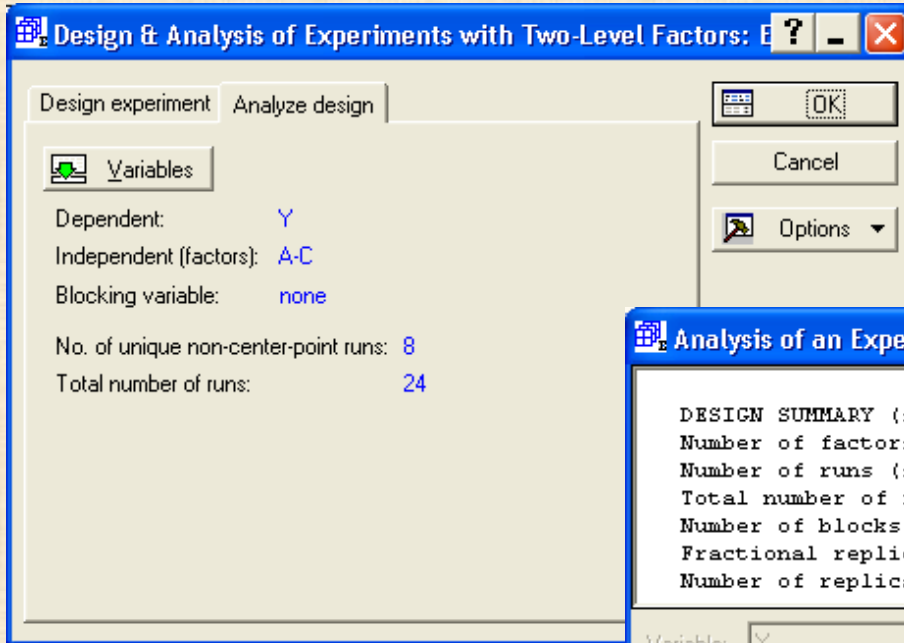


diagramme demi-normale des effets (t-Student)

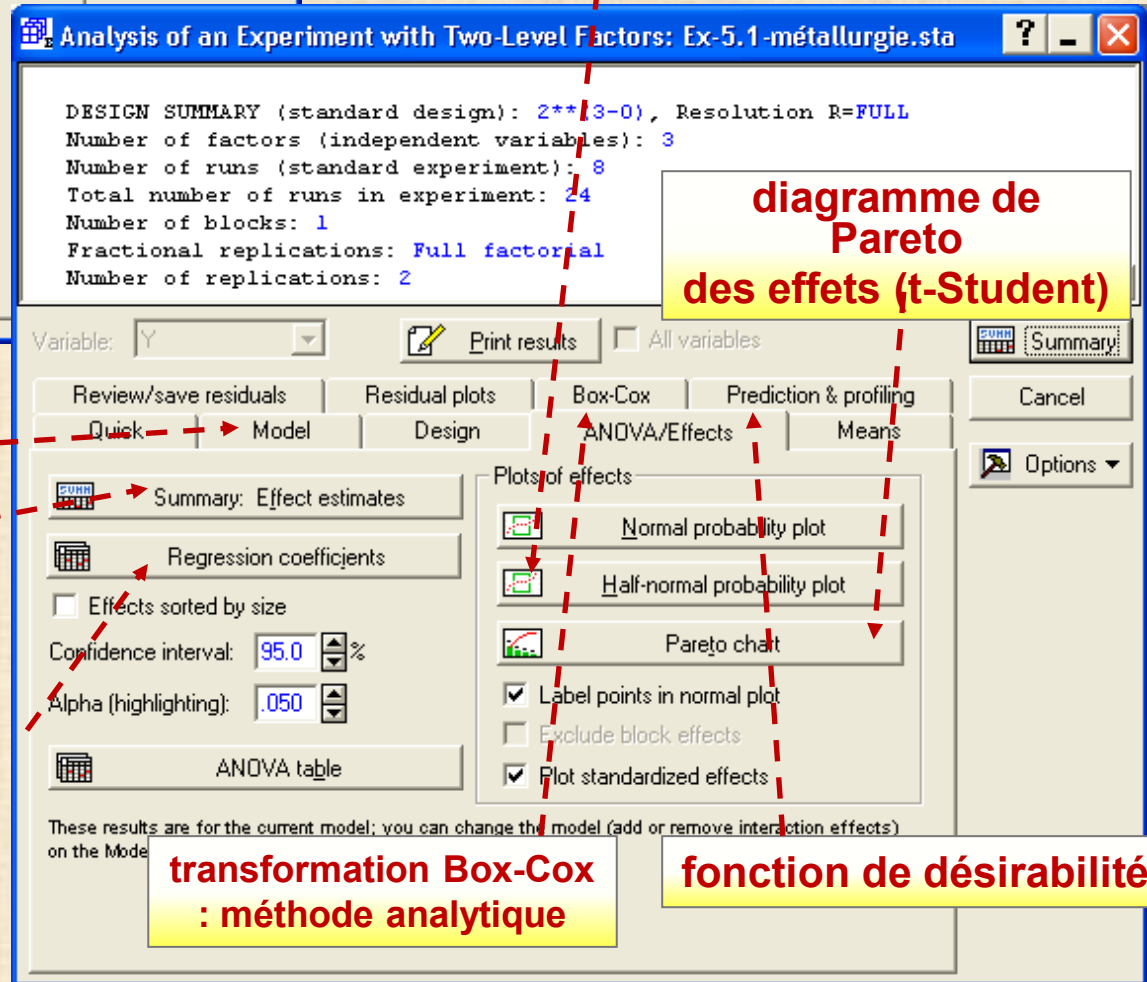


diagramme de Pareto des effets (t-Student)

spécification du modèle

tableau des effets (variables codées)

tableau des coefficients de régression (unités réelles)

transformation Box-Cox : méthode analytique

fonction de désirabilité

Exemple 5.1 métallurgie

ANOVA; Var.:Y; R²=0.03364; Aj.:0.00
(Ex-5.1-métallurgie.sta)
2**(3-0); MS Residual = 0.5879 VD: Y

	SS	dl	MS	F	p
(1)A	0.055	1	0.0551	0.0885	0.7699
(2)B	0.029	1	0.0287	0.0461	0.8327
(3)C	0.009	1	0.0092	0.0148	0.9047
1 * 2	0.001	1	0.0012	0.0019	0.9655
1 * 3	0.008	1	0.0077	0.0124	0.9128
2 * 3	0.246	1	0.2460	0.3952	0.5385
1*2*3	0.033	1	0.0330	0.0530	0.8208
Error	9.961	16	0.6226		
Total	10.342	23			

regressn = coefficients (beta) de l'équation de prédiction / variables dans leurs unités
attention : les variables catégoriques sont codées avec des valeurs 101, 102,...etc
équation de prédiction est utile seulement si toutes les variables sont continues

en variables de codage : -1 et +1

	Effect	Std.E rr.	t(16)	p	coeff. = Effect / 2	Std.Err.
Mean/Interc.	4.757	0.161	29.536	0.0000	4.757	0.161
(1)A	0.096	0.322	0.298	0.7699	0.048	0.161
(2)B	-0.069	0.322	-0.215	0.8327	-0.035	0.161
(3)C	-0.039	0.322	-0.122	0.9047	-0.020	0.161
1 by 2	-0.014	0.322	-0.044	0.9655	-0.007	0.161
1 by 3	0.036	0.322	0.111	0.9128	0.018	0.161
2 by 3	-0.202	0.322	-0.629	0.5385	-0.101	0.161
1*2*3	-0.074	0.322	-0.230	0.8208	-0.037	0.161

variables avec leurs unités

	Regressn	Std.Err.	t(16)	p
Mean/Interc.	4.757	0.161	29.536	0.0000
(1)A	0.048	0.161	0.298	0.7699
(2)B	-0.035	0.161	-0.215	0.8327
(3)C	-0.020	0.161	-0.122	0.9047
1 by 2	-0.007	0.161	-0.044	0.9655
1 by 3	0.018	0.161	0.111	0.9128
2 by 3	-0.101	0.161	-0.629	0.5385
1*2*3	-0.037	0.161	-0.230	0.8208

aucun effet significatif : les facteurs n'affectent pas la réponse Y

modèle retenu : $Y = 4.757$

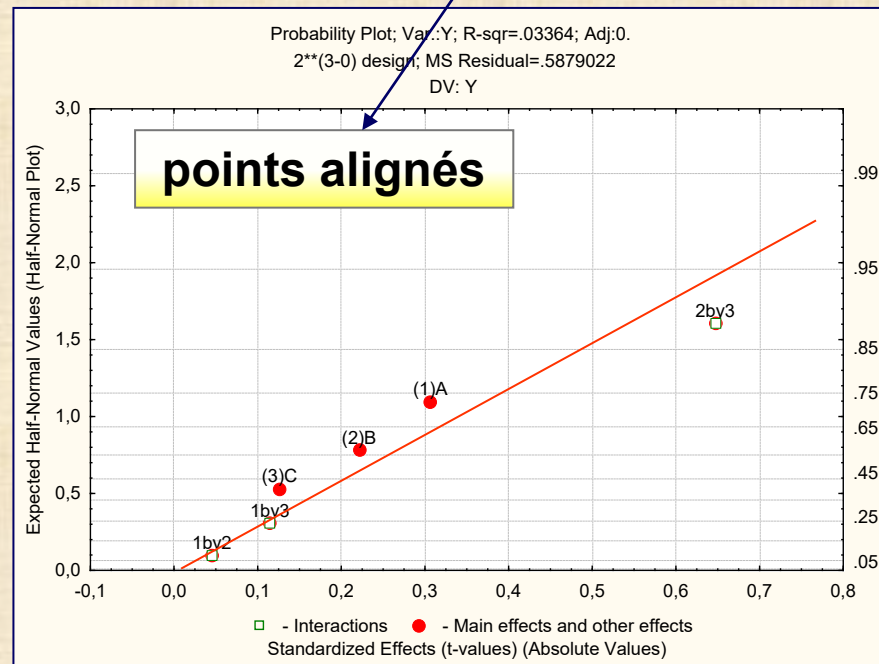
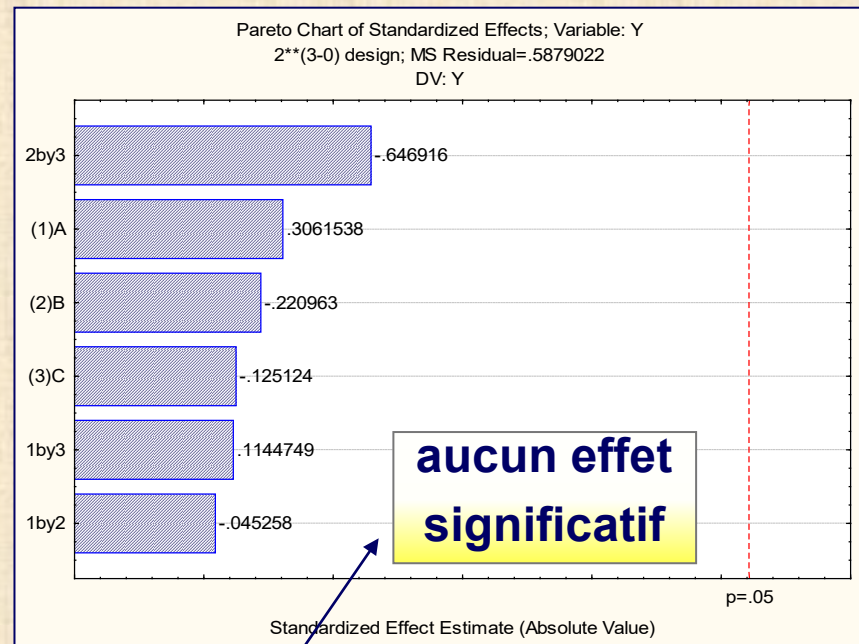
Exemple 5.1 métallurgie

l'analyse statistique et son interprétation est toujours faite avec les variables de codage (-1 +1) associées aux facteurs

graphique des effets en valeur absolue sur échelle de probabilité demi normale :

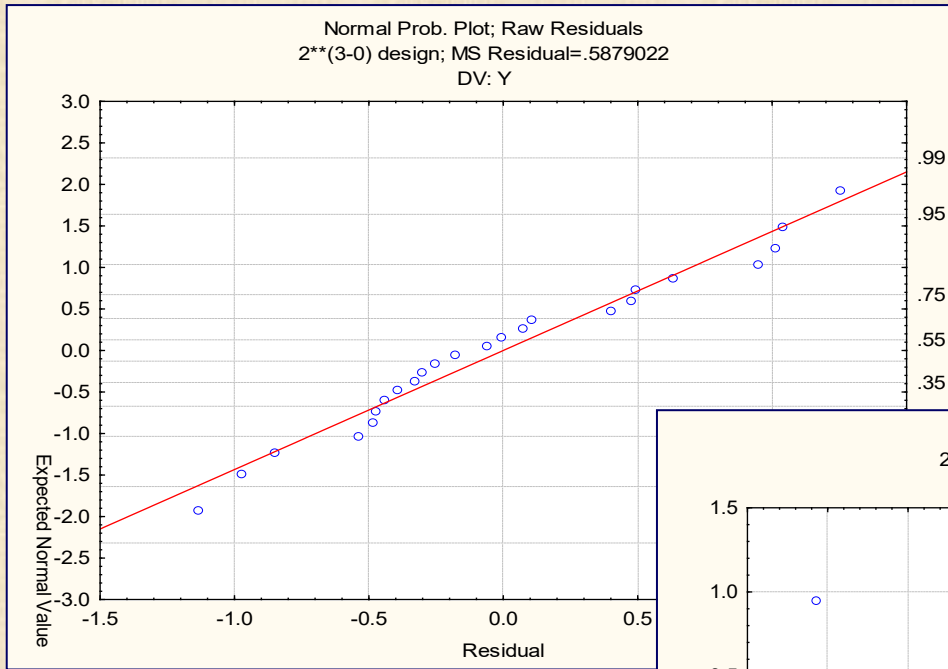
UTILISATION

- identifier les effets importants
- quand on ne peut pas faire de test: modèle saturé sans répétition

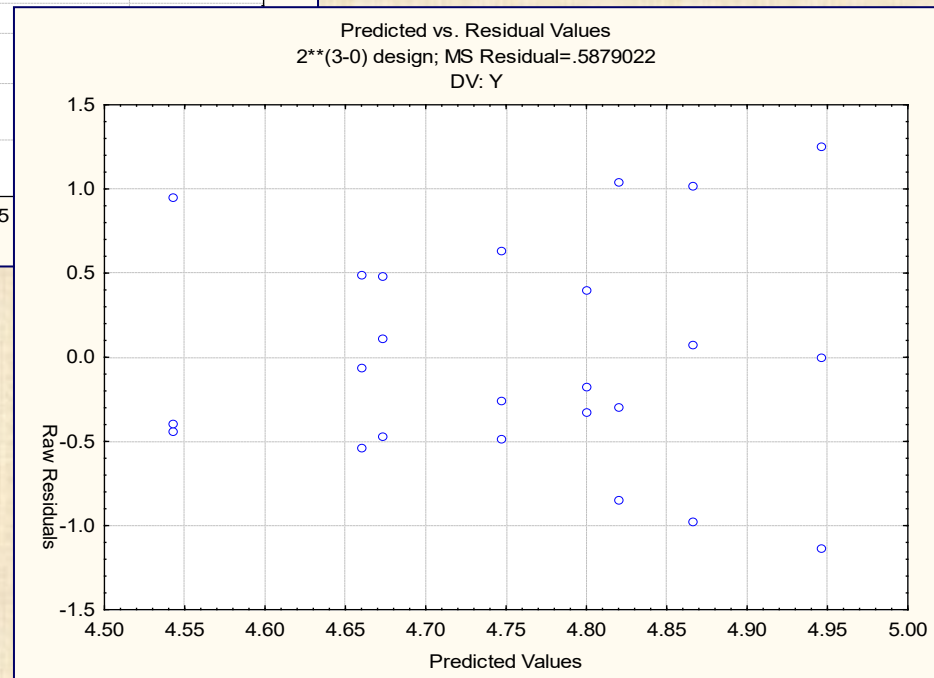


Exemple 5.1 métallurgie

résidus sur échelle gaussienne : OK



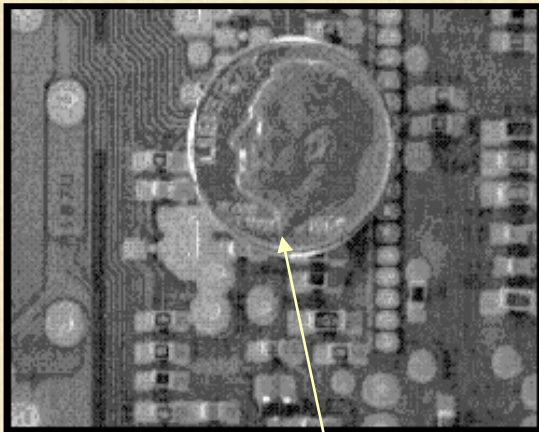
résidus vs prédictions : OK



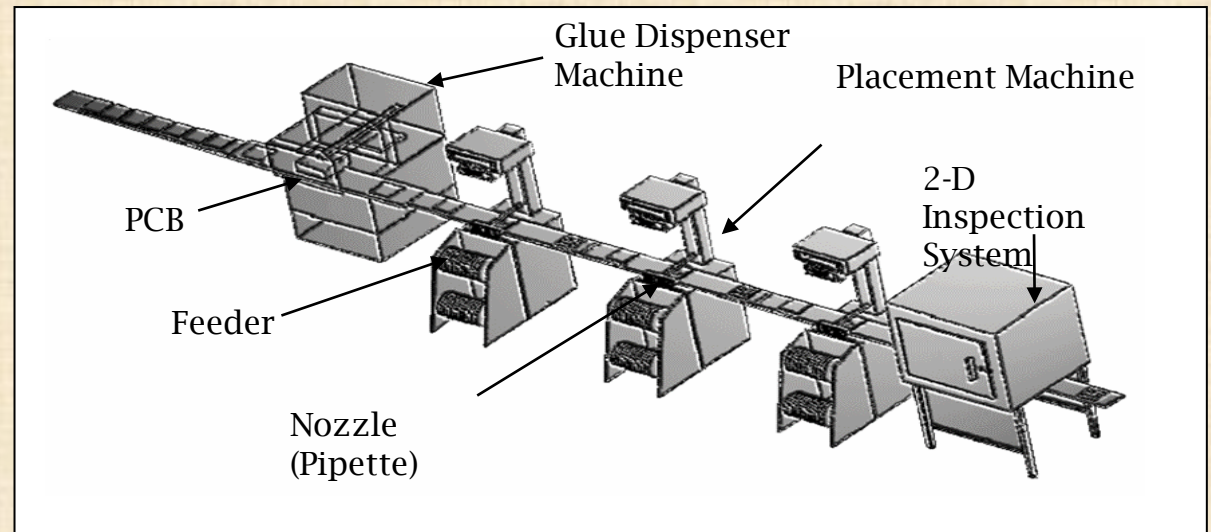
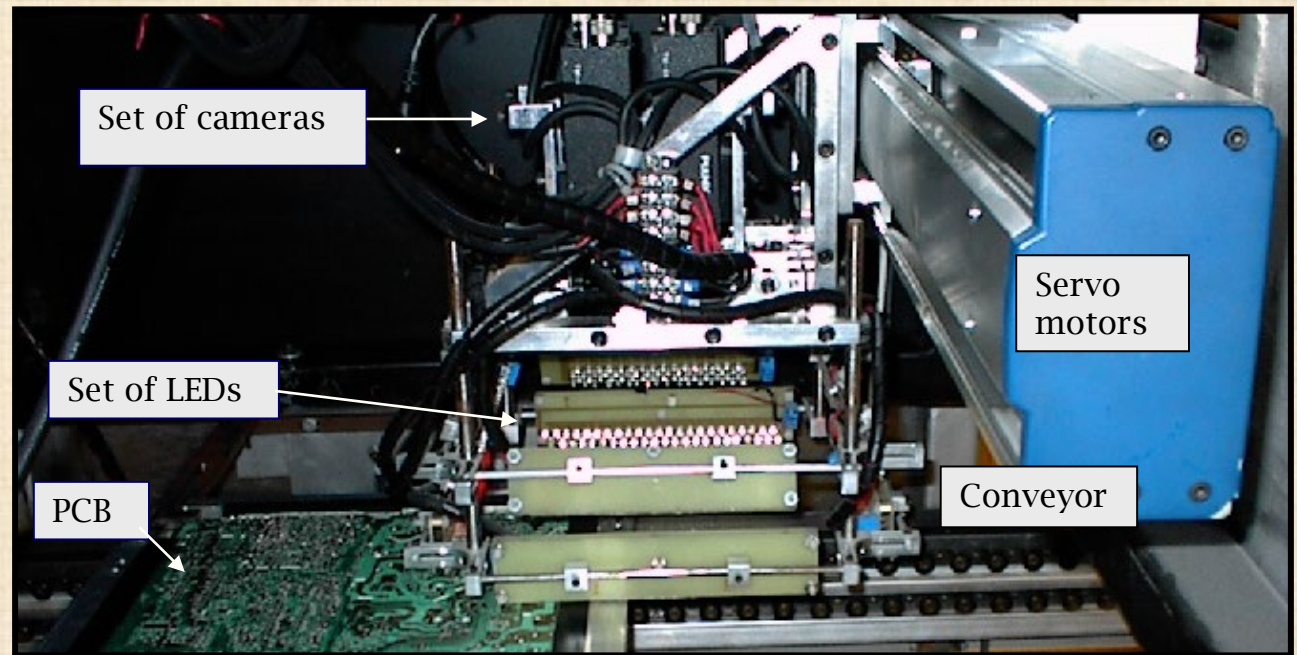
Exemple 5.2 Auto inspect

AN EXPERIMENTAL
DESIGN FOR IMPROVING
THE ACCURATE
CLASSIFICATION OF THE
IMAGES OF PRESENT AND
ABSENT COMPONENTS IN
PRINTED CIRCUIT BOARDS
WHEN INSPECTED BY AN
AUTOMATED VISUAL
INSPECTION SYSTEM

P. BABU
S. R. KATHA
L. MAR
University of Arizona 2000
Cours de D.G. Montgomery



pièce 10 ¢



PRINTED CIRCUIT BOARDS (PCB) Assembly Line

Exemple 5.2 Auto inspect

Plan 2³
+ point centre

modalités			centre
facteur	- 1	+1	0
X1 sn	1.6	2.8	2,2
X2 deg.	45	90	67,5
X3 amp.	0,30	0,60	0,45

$$Y_{\text{overlap}} = \text{Mean (P)} - \text{Mean (A)}$$

Y= Mean distance of Present and Absent populations (capacitors, diodes, resistors)

P = Present components A = Absent components

aim : large positive value of Y « larger the better »

essai	A	B	C	Y	n = 3			essai	A	B	C	Y	n = 3		
1	-1	-1	-1	8,35	8,36	7,73	5	-1	-1	1	42,0	40,8	42,8		
2	1	-1	-1	0,37	0,28	0,28	6	1	-1	1	11,4	9,64	9,78		
3	-1	1	-1	7,76	8,37	7,58	7	-1	1	1	37,8	43,3	39,8		
4	1	1	-1	0,29	0,26	0,32	8	1	1	1	9,33	9,08	9,90		

point centre (2,2 67,5 0,45)

Y = 16,64 18,79 17,90 17,09

addition d'un point au centre avec un plan 2^k avec variables continues

- effet de courbure à l'intérieur de l'espace expérimental?
- modèle avec des termes quadratiques x² serait-il meilleur?
- test basé sur la décomposition

$$\begin{aligned}
 SS_{\text{TOT}} &= SS_{\text{MOD}} + SS_{\text{RESID}} \\
 &= SS_{\text{MOD}} + SS_{\text{INTRA}} + SS_{\text{LOF}} \quad \text{LOF} = \text{«Lack Of Fit»}
 \end{aligned}$$

SS_{INTRA} calculée avec les répétitions (erreur pure)

$$SS_{\text{RESID}} = SS_{\text{TOT}} - SS_{\text{MOD}}$$

$$SS_{\text{LOF}} = SS_{\text{RESID}} - SS_{\text{INTRA}}$$

modèle avec des termes quadratiques donne-il une meilleure représentation de la surface?

modèle 1 : linéaires + interactions

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \beta_{12} X_1 X_2 + \beta_{13} X_1 X_3 + \dots$$

modèle 2 : linéaires + interactions + quadratiques

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \beta_{12} X_1 X_2 + \beta_{13} X_1 X_3 + \dots \\ + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2 + \beta_{33} X_3^2 + \dots$$

$H_0 : \sum \beta_{jj} = 0$ VS $H_1 : \sum \beta_{jj} \neq 0$ modèle 1 VS modèle 2

rejet de H_0 si $SS_{\text{quad}} / MS_{\text{centre}} > F_{1, n_C - 1, \alpha}$

$$SS_{\text{quad}} = n_F n_C (\bar{y}_F - \bar{y}_C)^2 / (n_F + n_C)$$

$$MS_{\text{centre}} = \sum (y_{C,i} - \bar{y}_C)^2 / (n_C - 1)$$

$y_{C,i}$: observations au centre de l'espace $i = 1, 2, \dots, n_C$

\bar{y}_C : moyenne des observations au centre (0, 0, ..., 0)

\bar{y}_F : moyenne des observations aux extrémités cube (± 1)

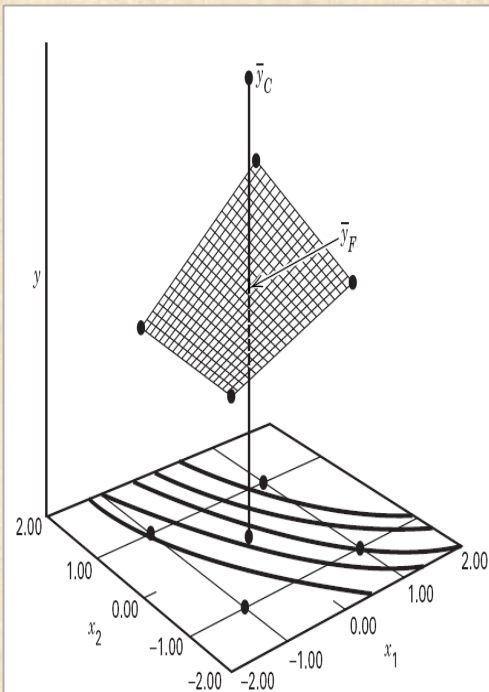
n_C : nombre de répétitions au centre

n_F : nombre de points aux extrémités du cube

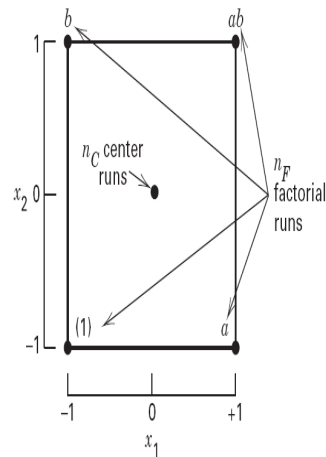
AJOUT du point au centre de l'espace expérimental : plans 2^k et plans 2^{k-p}

- Souvent : point au centre représente les conditions actuelles d'opération (SOP)
- Estimation de l'erreur expérimentale (pure error) directe
- Cas avec des facteurs catégoriques?

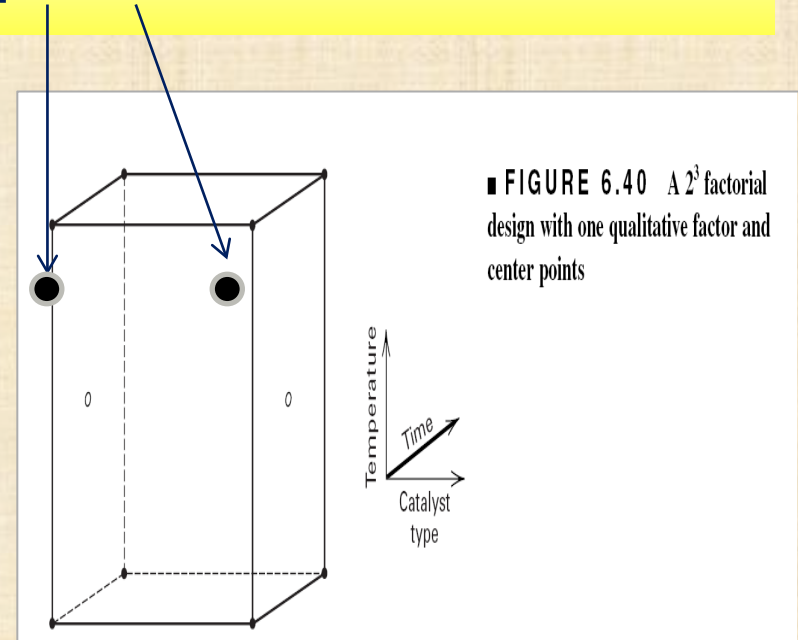
réponse: les facteurs continus sont placés au centre et on fait varier les facteurs catégoriques à 2 modalités



■ FIGURE 6.37 A 2^2 design with center points



■ FIGURE 6.38 A 2^2 design with center points



■ FIGURE 6.40 A 2^3 factorial design with one qualitative factor and center points

AJOUT du point au centre de l'espace expérimental : plans 2^k et plans 2^{k-p}

**Avec STATISTICA : ANOVA error term = Pure error
calcul avec les essais répétés**

Analysis of an Experiment with Two-Level Factors: Ex-5.2-auto inspect.sta

DESIGN SUMMARY (standard design): $2^{**}(3-0)$, Resolution R=FULL
Number of factors (independent variables): 3
Number of runs (standard experiment): 8
Total number of runs in experiment: 28 (4 center points)
Number of blocks: 1
Fractional replications: Full factorial
Number of replications: 2 - 3

Variable: Y-Overlap (pix) Print results All variables Summary

Review/save residuals Residual plots Box-Cox Prediction & profiling
Quick Model Design ANOVA/Effects Means Cancel

Options By Group

Include in model

- No interactions
- 2-way interactions
- 3-way interactions
- Curvature check
- Ignore some effects
- Effects to ignore

Specify the effects that are to be included in the model. All ANOVA results, effect estimates, predicted and residual values, etc. will be computed based on this model.

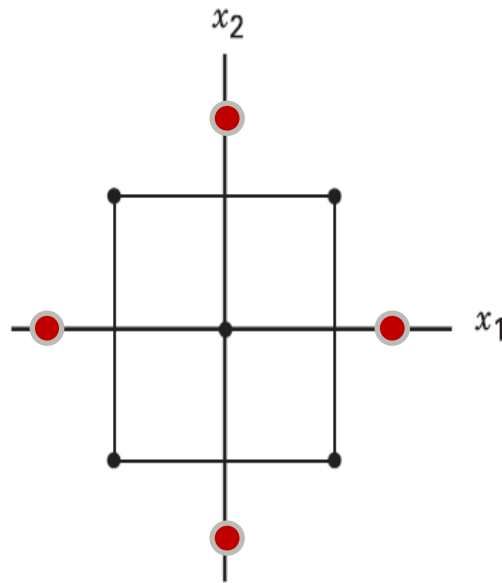
ANOVA error term

- SS residual
- Pure error

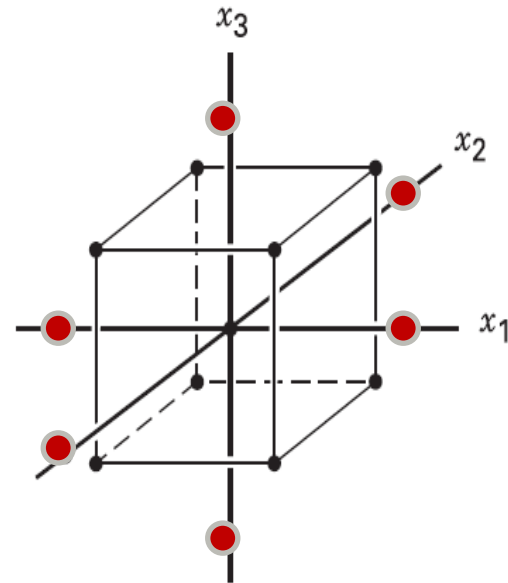
The error term will be used in all tests for statistical significance, and in the computation of standard errors.

AJOUT du point au centre de l'espace expérimental : plans 2^k et plans 2^{k-p}

Si la courbure est présente (rejet de $H_0 : \sum \beta_{jj} = 0$)
augmenter le plan (si possible) avec des essais axiaux :
plan central composite design (CCD)
ajuster un modèle du deuxième ordre



2 facteurs



3 facteurs

plan central composite

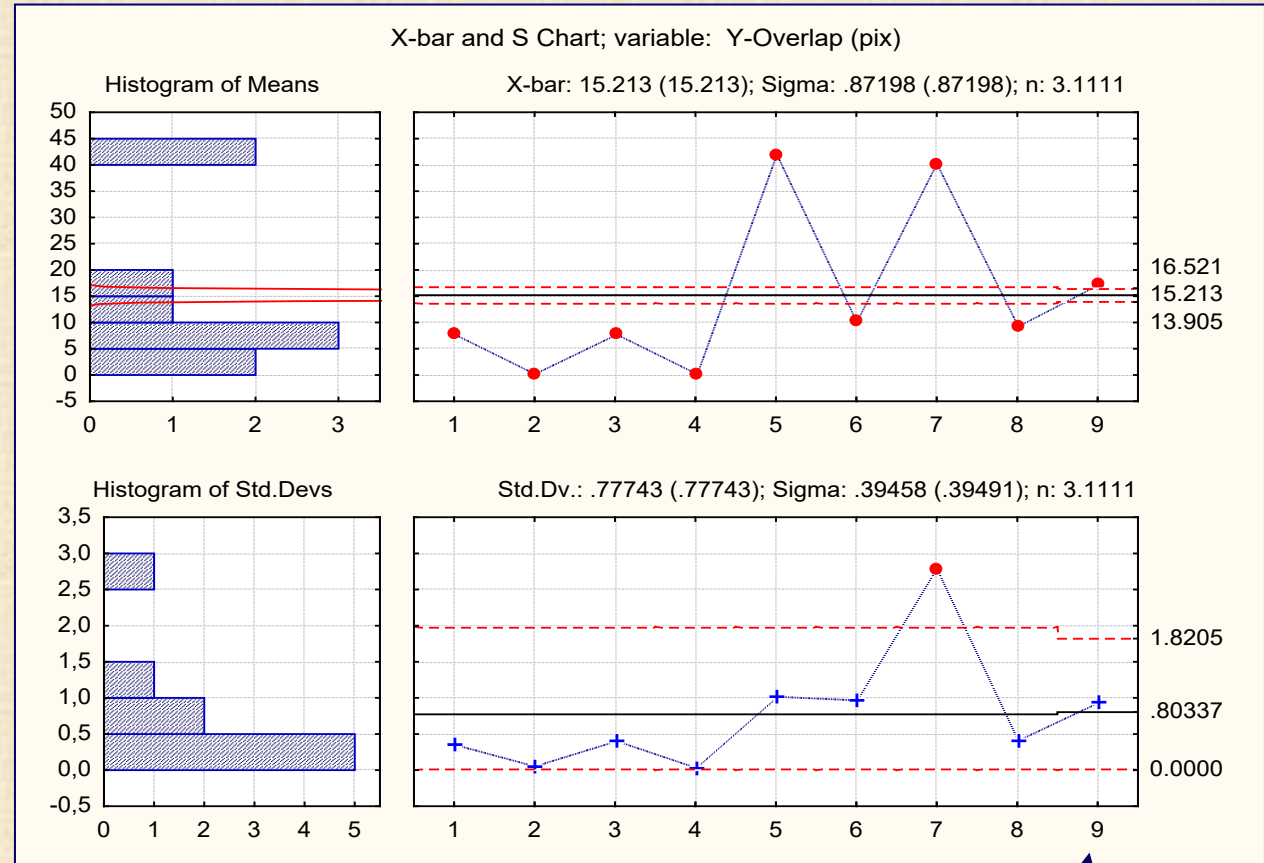
Exemple 5.2 Auto inspect

les facteurs
ont des effets
sur la réponse
lesquels?

mauvaise
répétition
à l'essai 7 :

37.8 43.3 39.8

carte Ybar & S



carte S (non montrée) sans 43.3 : en contrôle
suite des analyses avec cette donnée

point au
centre

Exemple 5.2 Auto inspect

Effect Estimates; Var.:Y-Overlap (pix);

R-sqr = 0.99154; Adj: 0.98857

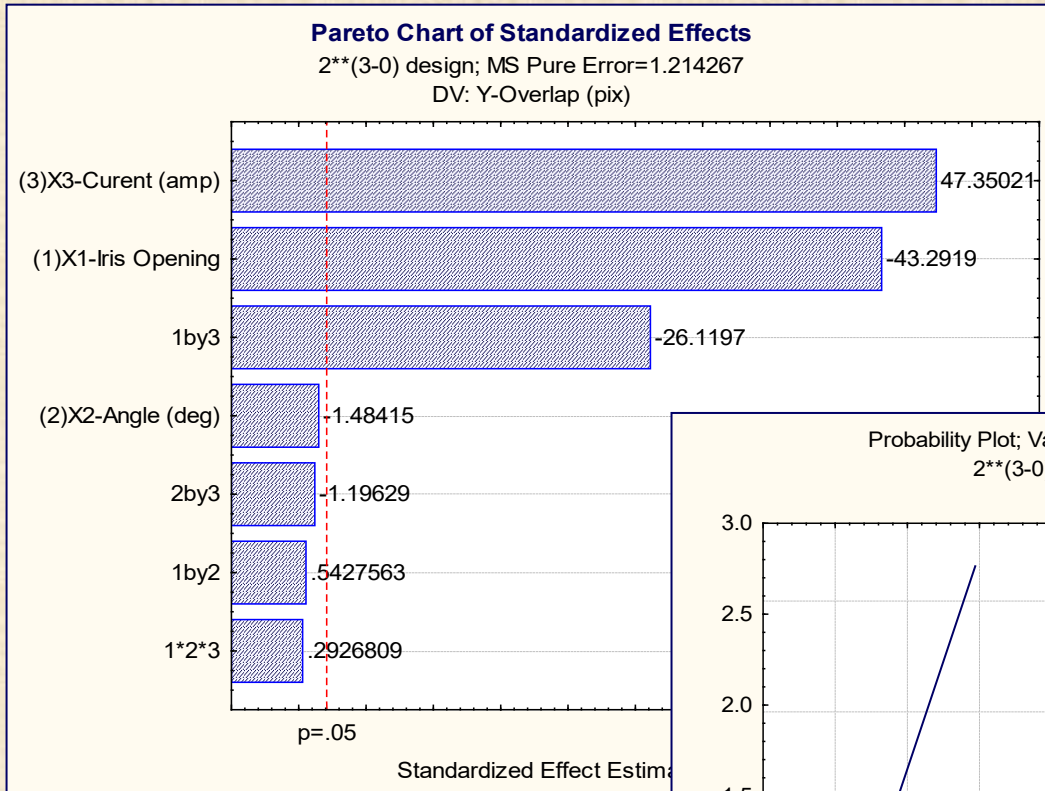
2**(3-0) design; MS Pure Error = 1.214267

Effets	Effect	Std.Err	t(19)	p
(3)X3-Curent (amp)	21.30	0.4499	47.35	0.0000
(1)X1-Iris Opening	-19.48	0.4499	-43.29	0.0000
Mean/Interc.	15.21	0.2082	73.05	0.0000
1 by 3	-11.75	0.4499	-26.12	0.0000
(2)X2-Angle (deg)	-0.67	0.4499	-1.48	0.1542
2 by 3	-0.54	0.4499	-1.20	0.2463
1 by 2	0.24	0.4499	0.54	0.5936
1*2*3	0.13	0.4499	0.29	0.7729

ANOVA	SS	df	MS	F	p
(1)X1-Iris Opening	2275.77	1	2275.77	1874.19	0.0000
(2)X2-Angle (deg)	2.67	1	2.67	2.20	0.1542
(3)X3-Curent (amp)	2722.44	1	2722.44	2242.04	0.0000
1 by 2	0.36	1	0.36	0.29	0.5936
1 by 3	828.42	1	828.42	682.24	0.0000
2 by 3	1.74	1	1.74	1.43	0.2463
1*2*3	0.10	1	0.10	0.09	0.7729
Lack of Fit	26.71	1	26.71	21.99	0.0002
Pure Error	23.07	19	1.21		
Total SS	5881.28	27			

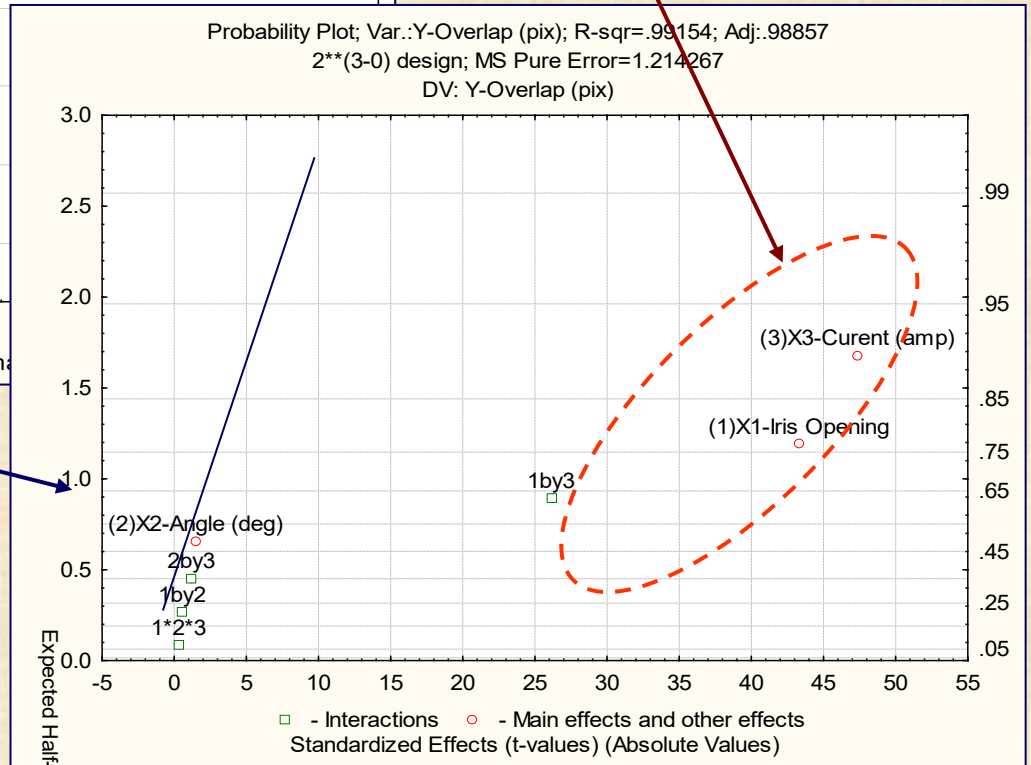
effets significatifs : X1 - X3 - X1X3 - manque d'ajustement

Exemple 5.2 Auto inspect



effets importants

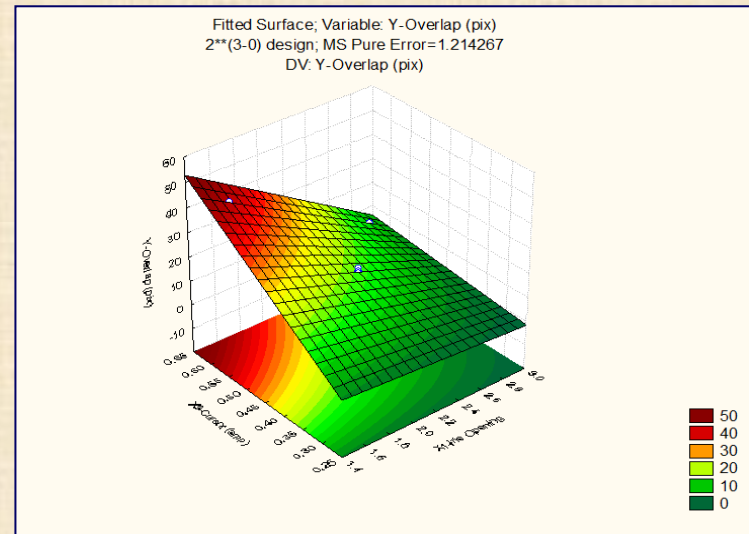
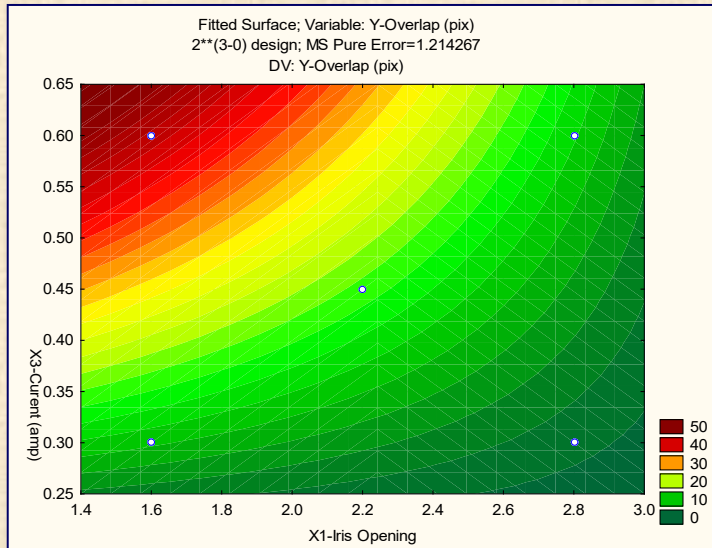
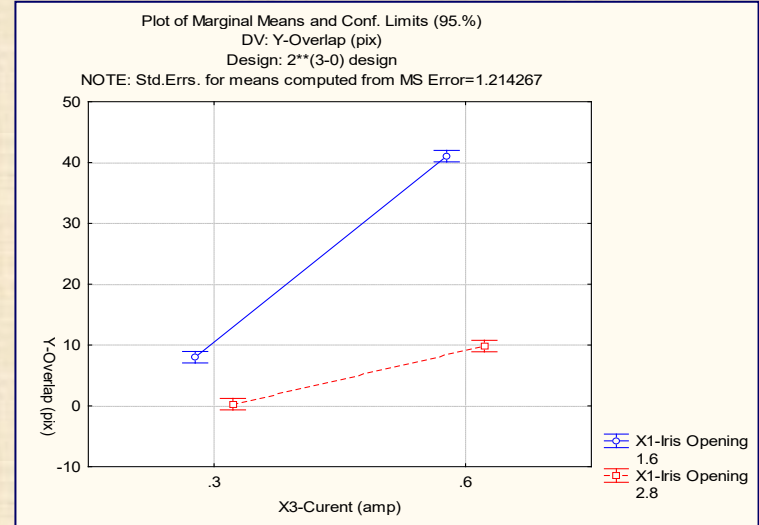
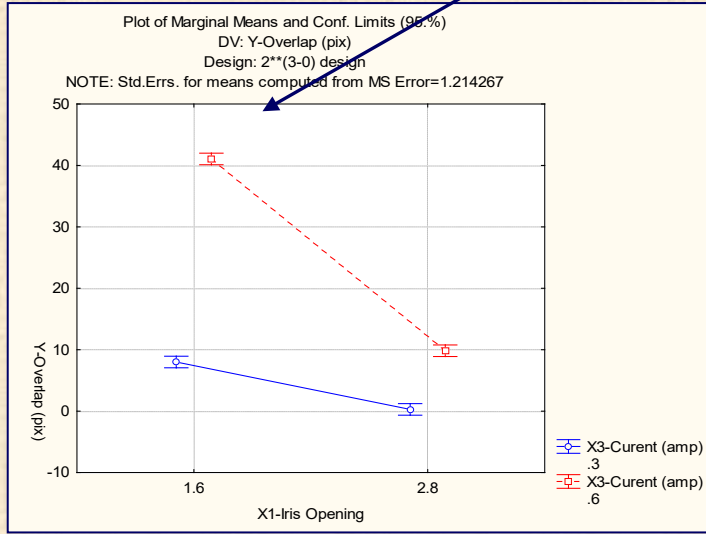
effets peu importants



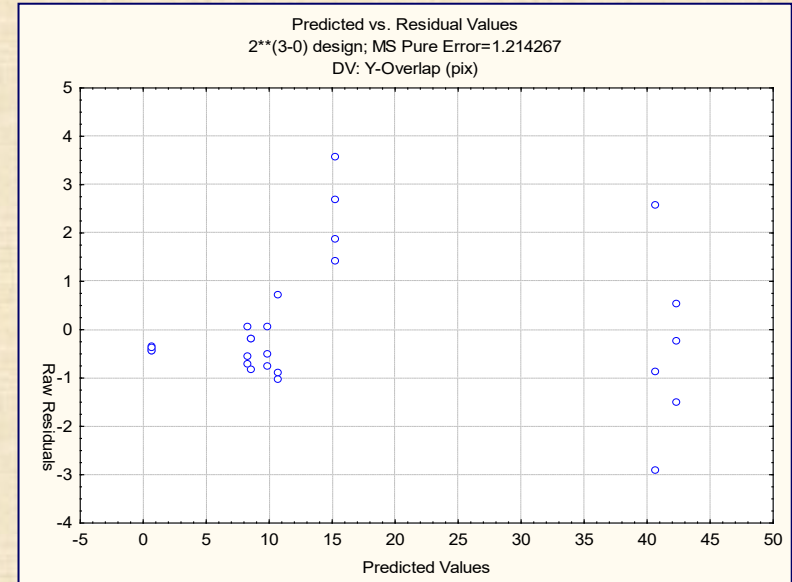
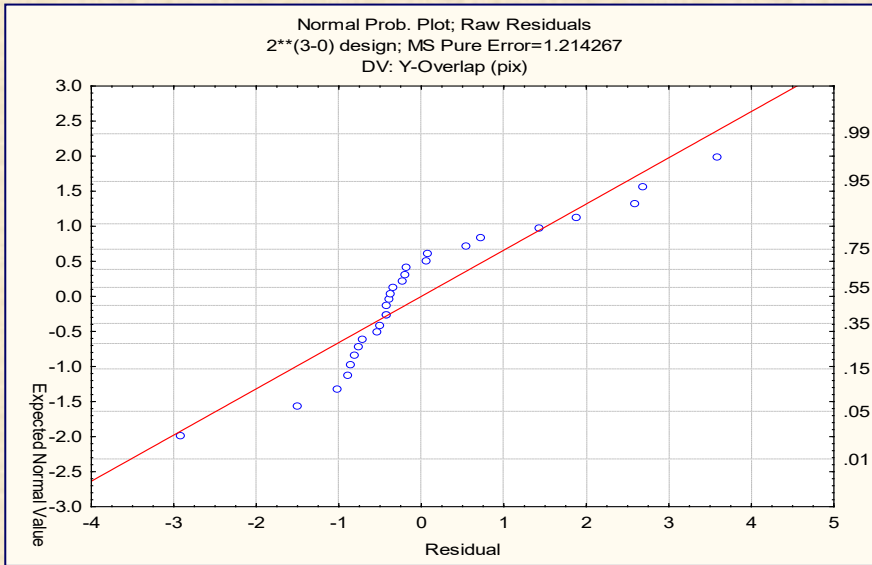
Exemple 5.2

Auto inspect

maximum Y



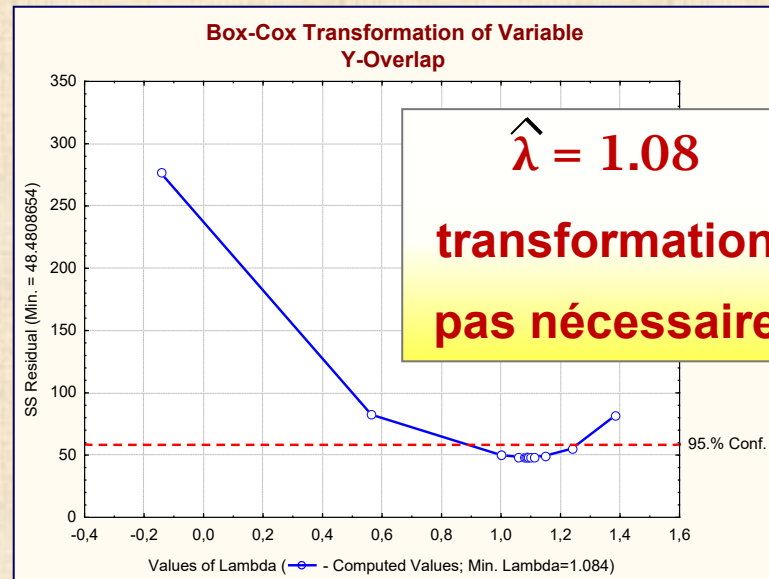
Exemple 5.2 Auto inspect



transformation Box-Cox :
méthode analytique

$$Y \rightarrow Y^\lambda \quad -2 < \lambda < 2$$

$$\min_{\lambda} SS(\lambda) = \sum (y_i^\lambda - \hat{y}_i^\lambda)^2$$



Optimisation de Y : fonctions de désirabilité

transformer Y en fonction de désirabilité d

$Y \longrightarrow d \quad 0 \leq d \leq 1$ sans unité

cas 1 : maximiser Y « larger the better »

cas 2 : minimiser Y « lower the better »

cas 3 : cibler Y « nominal is best »

avantages fonctions de désirabilité

- optimiser Y (min, max, nom) \longrightarrow maximiser d (viser 1)
- possibilité de traiter plusieurs Y : Y_1, Y_2, \dots, Y_m conjointement

transformation $Y_j \longrightarrow d_j$: désirabilité $j = 1, 2, \dots, m$

désirabilité globale $D = (d_1 d_2 \dots d_m)^{1/m} \quad 0 \leq D \leq 1$

optimisation simultanée : maximiser la seule fonction D

équivalence : $\log(D) = (1/m) \sum \log(d_j)$

généralisation : pondération des fonctions de désirabilité

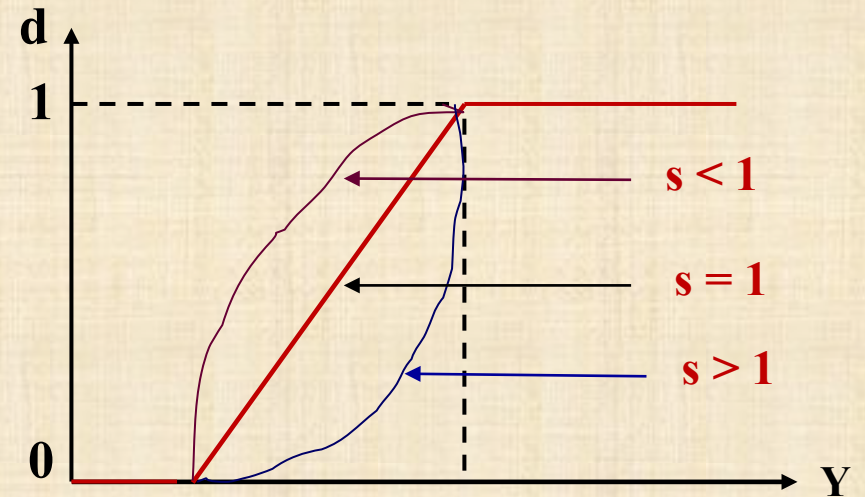
$$D = (d_1^\alpha d_2^\beta \dots d_m^\lambda) \quad \alpha + \beta + \dots + \lambda = 1$$

cas particulier : $\alpha = \beta = \dots = \lambda = 1/m$

Optimisation de Y : fonctions de désirabilité

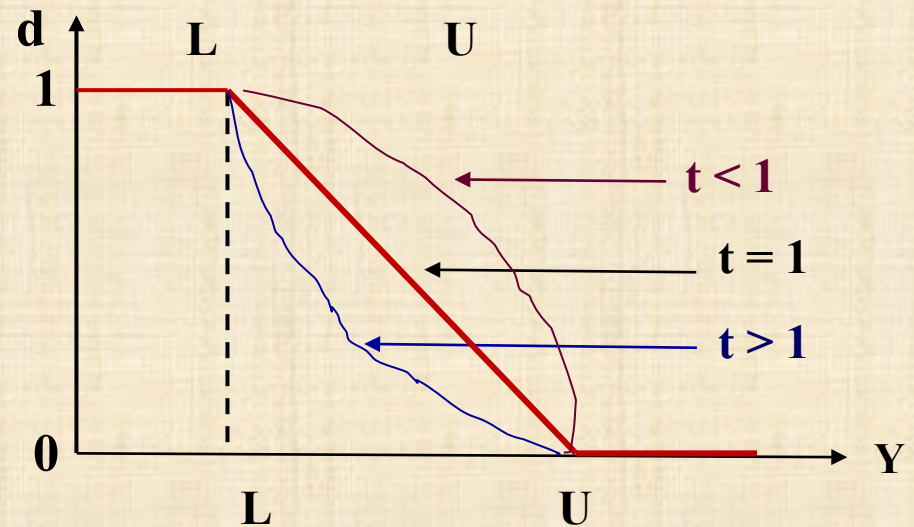
cas 1 : max Y

$$d = \begin{cases} 0 & \text{si } Y \leq L \\ \frac{(Y-L)^s}{(U-L)^s} & \\ 1 & \text{si } Y \geq U \end{cases}$$



cas 2 : min Y

$$d = \begin{cases} 1 & \text{si } Y \leq L \\ \frac{(U-Y)^t}{(U-L)^t} & \\ 0 & \text{si } Y \geq U \end{cases}$$

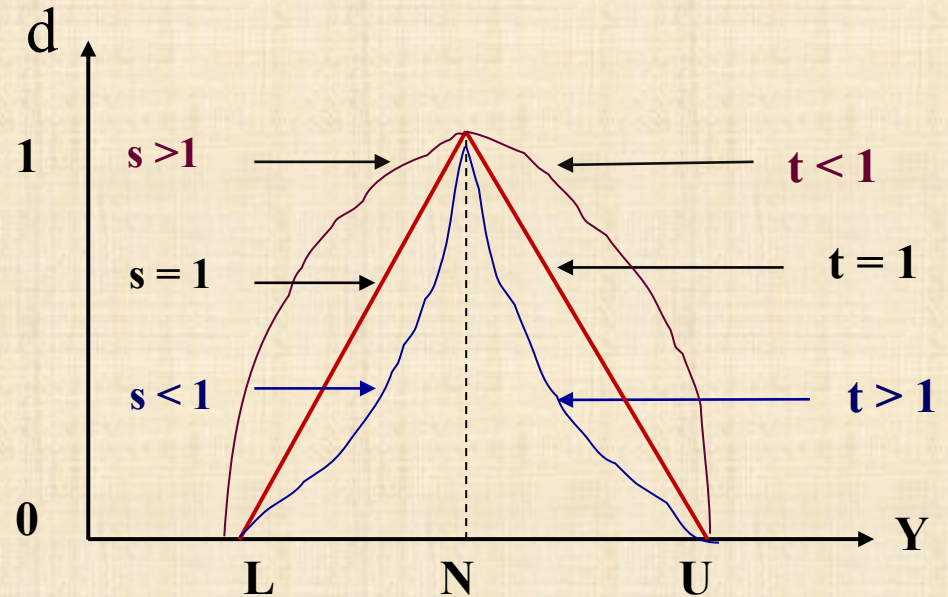


L et U : à spécifier par l'utilisateur

Optimisation de Y : fonctions de désirabilité

cas 3 : nominaliser Y - viser valeur cible N

$$d = \begin{cases} 0 & \text{si } Y \leq L \\ \frac{(Y-L)^s}{(U-L)^s} & L < Y < N \\ \frac{(U-Y)^t}{(U-L)^t} & N < Y < U \\ 0 & \text{si } Y \geq U \end{cases}$$



$$N = (U+L) / 2$$

L et U : à spécifier par l'utilisateur

Exemple 5.2 Auto inspect

Fonctions de désirabilité : STATISTICA

Profiler: Ex-5.2-auto insp

Dep. vars: 8

View 1 2

Quick Save/Open Options

Set factors at

Mean values User specified

At optimum value

Block: 1

Factor grid: X1-Iris Opening

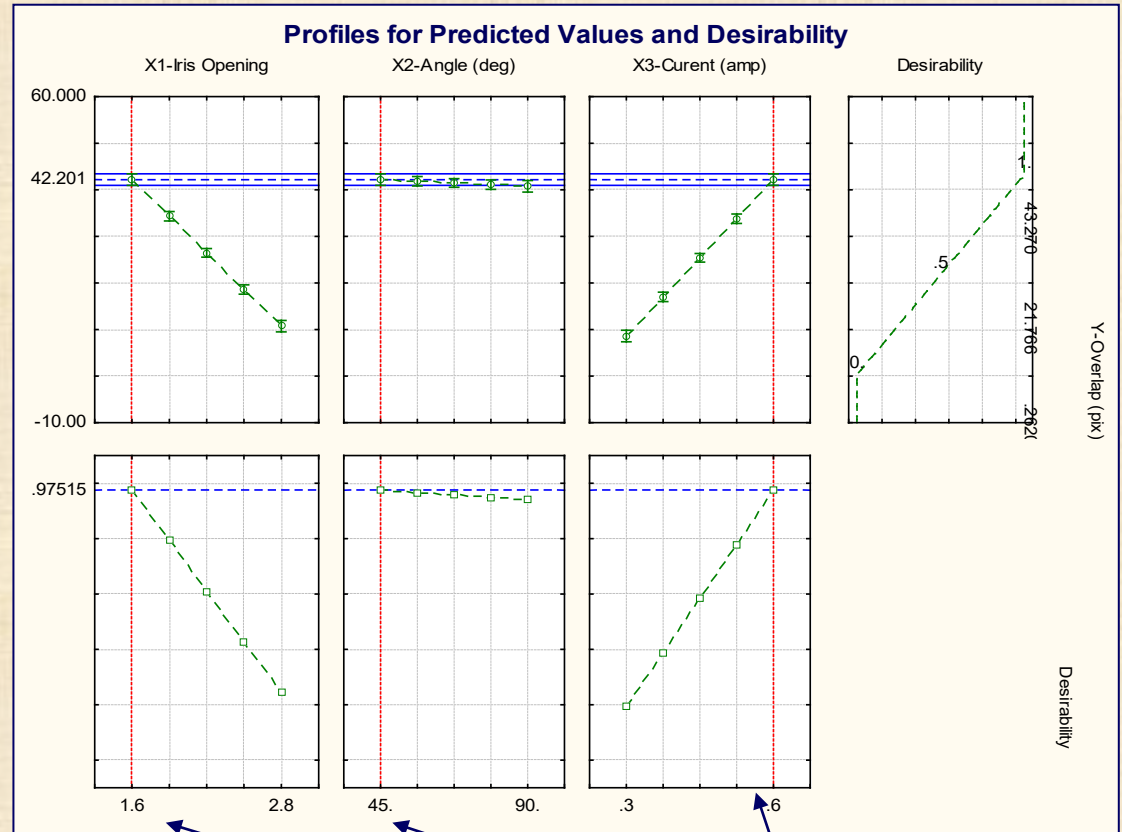
Desirability function

Show desirability function

Variable>> Y-Overlap (pix)

	Value	Desirability
Low:	.262	0.00
Medium:	21.766	.50
High:	43.27	1.00
s (curvature, low):	1.00	
t (curvature, high):	1.00	

Apply to all vars Reset specs for all vars



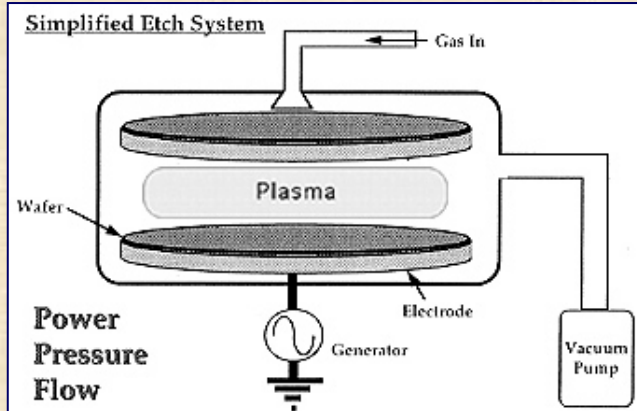
max Y : X1 = 1.6 X2 = 45 X3 = 6

spécification du type : min / max / nominal

valeur de s / t

Exemple 5.3 Plasma etch

Plasma Etch Tool Gap Distance, D. Purvis, M. L. Gallagher, Arizona State University



Establish new Power, Pressure, and Gas Ratio set points that are acceptable for use with a **new gap setting of 1.2 cm**. This will characterize a **more robust process** for the Lam 4526 Oxide etch system that will **decrease tool maintenance downtime**. *The current process is very sensitive to minimal variation in the gap setting, which can occur over time in a high volume semiconductor manufacturing environment.*

but visé : qualification des conditions d'opérations et robustesse

plan : 2^3 + point au centre + facteur bloc

facteurs	-1	0	1
A Power	600	750	900
B Pressure	300	385	470
C CF4:CHF3	1,8	2,2	2,6

5 variables de réponse

- Y1** Etch Rate ("nominal best")
5700 ± 300 Ang /min (nominal)
- Y2** Polysilicon Etch Rate
- Y3** Photo Resist Etch Rate
- Y4** Oxide Polysilicon selectivity
- Y5** Oxide Photo Resist selectivity
"larger the better" (max)

#	BLOC	A	B	C	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5
1	1	600	300	1.8	4051	581	1040	7	3.90
2	2	900	300	1.8	5303	728	1360	7	3.90
3	2	600	470	1.8	6227	739	1280	8	4.86
4	1	900	470	1.8	7015	889	1708	8	4.11
5	2	600	300	2.6	4466	617	1197	7	3.73
6	1	900	300	2.6	5204	773	1580	7	3.29
7	1	600	470	2.6	6359	761	1407	8	4.52
8	2	900	470	2.6	7241	902	1905	8	3.80
9: centre	1	750	385	2.2	5758	755	1473	8	3.90
10: centre	2	750	385	2.2	5810	749	1484	8	3.91

Exemple 5.3 Plasma etch

analyse : Y1 et Y5 seulement / sans le facteur bloc
 autre analyse : chapitre 7 (plans en blocs)

Effect Estimates; Var.:Y1-Oxide Etch;
 R-sqr= 0.99986; Adj: 0.99871

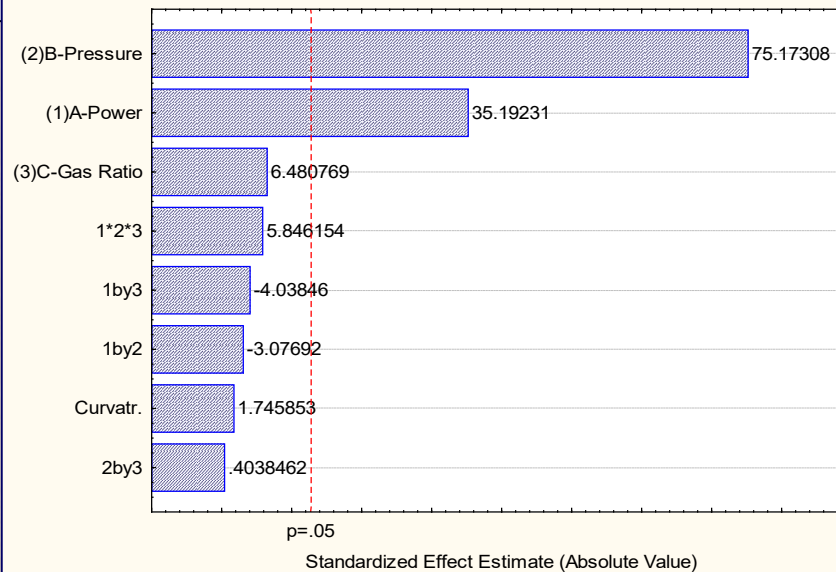
analyse de Y1

ANOVA	SS	df	MS	F	p
(2)B-Pressure	7640141	1	7640141	5650.99	0.0085
(1)A-Power	1674450	1	1674450	1238.50	0.0181
(3)C-Gas Ratio	56785	1	56785	42.00	0.0975
1*2*3	46208	1	46208	34.18	0.1079
1 by 3	22050	1	22050	16.31	0.1545
1 by 2	12800	1	12800	9.47	0.2000
Curvatr.	4121	1	4121	3.05	0.3311
2 by 3	220	1	220	0.16	0.7557
Pure Error	1352	1	1352		
Total SS	9458126	9			

EFFETS	Effect	Std.Err.	t(1)	p	Coeff.
Mean/Interc.	5733.25	13.00	441.02	0.0014	5733.2
(2)B-Pressure	1954.50	26.00	75.17	0.0085	977.25
(1)A-Power	915.00	26.00	35.19	0.0181	457.50
(3)C-Gas Ratio	168.50	26.00	6.48	0.0975	84.25
1*2*3	152.00	26.00	5.85	0.1079	76.00
1 by 3	-105.00	26.00	-4.04	0.1545	-52.50
Curvatr.	101.50	58.14	1.75	0.3311	50.75
1 by 2	-80.00	26.00	-3.08	0.2000	-40.00
2 by 3	10.50	26.00	0.40	0.7557	5.25

Curvatr.
pas effet de courbure
pour Y1

Pareto Chart of Standardized Effects;
 Variable: Y1-Oxide Etch



Exemple 5.3 Plasma etch

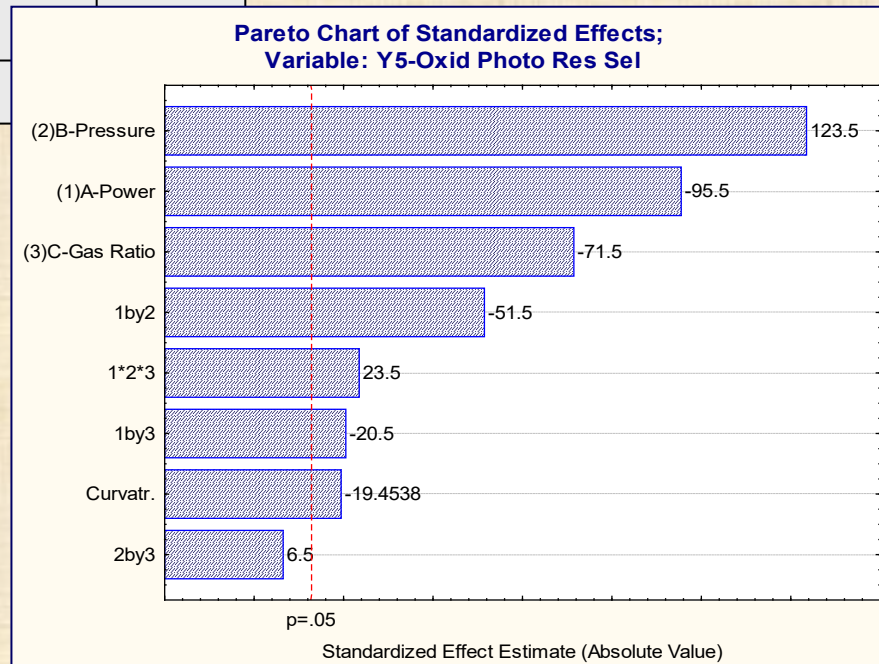
analyse de Y5

ANOVA; Var.:Y5-Oxid Photo Res Sel;
R-sqr=0.99997; Adj:0.99973;

ANOVA	SS	df	MS	F	p
(2)B-Pressure	0.76261	1	0.76261	15252.25	0.0052
(1)A-Power	0.45601	1	0.45601	9120.25	0.0067
(3)C-Gas Ratio	0.25561	1	0.25561	5112.25	0.0089
1 by 2	0.13261	1	0.13261	2652.25	0.0124
1*2*3	0.02761	1	0.02761	552.25	0.0271
1 by 3	0.02101	1	0.02101	420.25	0.0310
Curvatr.	0.01892	1	0.01892	378.45	0.0327
2 by 3	0.00211	1	0.00211	42.25	0.0972
Pure Error	0.00005	1	0.00005		
Total SS	1.67656	9			

EFFETS	Effect	Std.Err.	t(1)	p	Coeff.
Mean/Interc.	4.0137	0.0025	1605.50	0.0004	4.01
(2)B-Pressure	0.6175	0.0050	123.50	0.0052	0.31
(1)A-Power	-0.4775	0.0050	-95.50	0.0067	-0.24
(3)C-Gas Ratio	-0.3575	0.0050	-71.50	0.0089	-0.18
1 by 2	-0.2575	0.0050	-51.50	0.0124	-0.13
Curvatr.	-0.2175	0.0112	-19.45	0.0327	-0.11
1*2*3	0.1175	0.0050	23.50	0.0271	0.06
1 by 3	-0.1025	0.0050	-20.50	0.0310	-0.05
2 by 3	0.0325	0.0050	6.50	0.0972	0.02

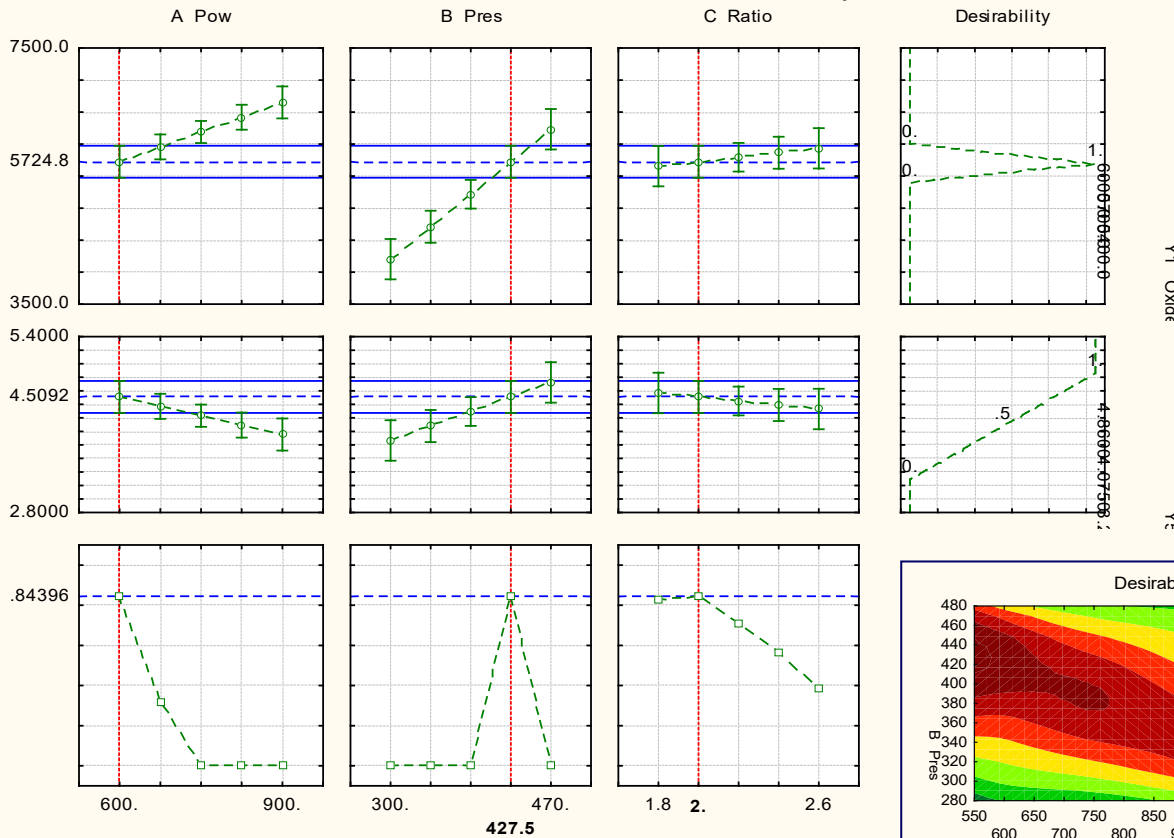
Curvatr.
effet de courbure
pour Y5



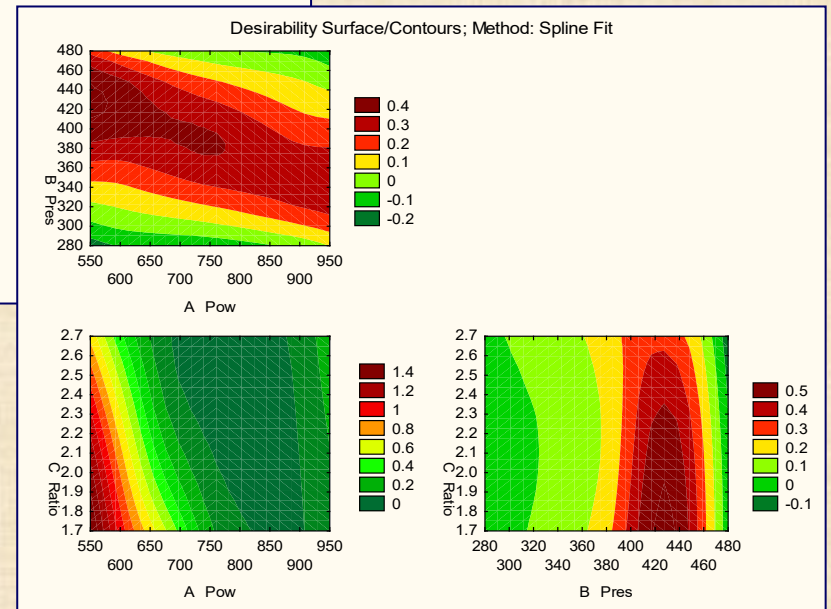
Exemple 5.3 Plasma etch

optimisation simultanée de Y1 et Y5

Profiles for Predicted Values and Desirability



point central
Power = 750
Pressure = 385
Gaz ratio = 2.2
est OK
Y1 = 5734
dans 5700 ± 300
Y5 = 4.74
maximum



Exemple 5.4 filtration

Filtration rate of a chemical produced in a pressure vessel
Montgomery 7th ed. p. 231

objectif : maximiser Y aussi opérer avec C min

A : temp (deg C) B: pression (psig) C: concentration formaldéhyde (%)

D : taux rotation (rpm)

Y : taux de filtration (g/h)

id	A	B	C	D	Y
1	24	10	2	15	45
2	35	10	2	15	71
3	24	15	2	15	48
4	35	15	2	15	65
5	24	10	4	15	68
6	35	10	4	15	60
7	24	15	4	15	80
8	35	15	4	15	65
9	24	10	2	30	43
10	35	10	2	30	100
11	24	15	2	30	45
12	35	15	2	30	104
13	24	10	4	30	75
14	35	10	4	30	86
15	24	15	4	30	70
16	35	15	4	30	96

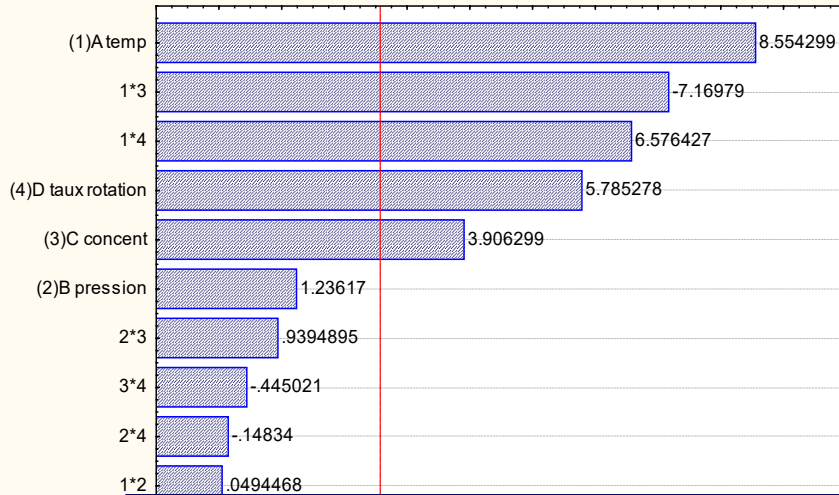
Y taux filtration; $R^2 = 0.9777$; $A_j.:0.93309$
MS Residual = 25.5625

	Effet	Err-Type	t(5)	p
Moy/Ord.Orig	70.06	1.2640	55.430	0.0000
(1)A temp	21.63	2.5280	8.554	0.0004
1 * 3	-18.13	2.5280	-7.170	0.0008
1 * 4	16.63	2.5280	6.576	0.0012
(4)D taux rotation	14.63	2.5280	5.785	0.0022
(3)C concent	9.87	2.5280	3.906	0.0113
(2)B pression	3.12	2.5280	1.236	0.2713
2 * 3	2.37	2.5280	0.939	0.3906
3 * 4	-1.13	2.5280	-0.445	0.6749
2 * 4	-0.38	2.5280	-0.148	0.8879
1 * 2	0.13	2.5280	0.049	0.9625

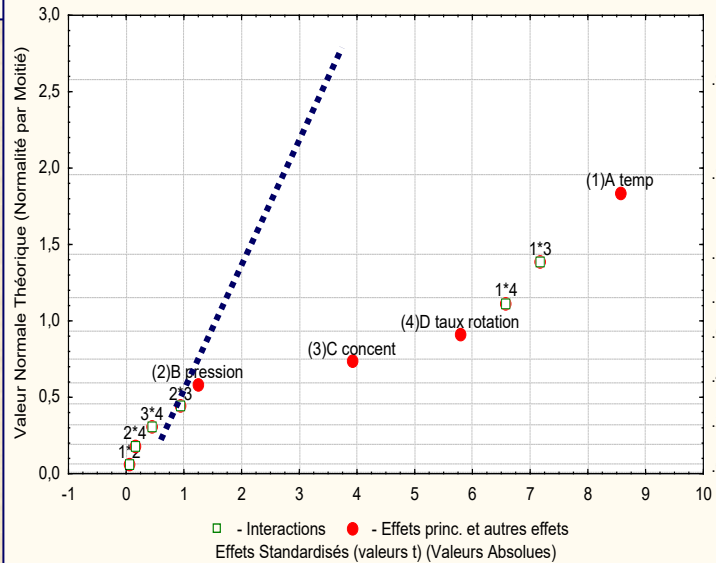
effets importants : A, AC, AD, D, C
facteur B pas influent

Exemple 5.4 filtration

Diagramme de Pareto des Effets Standardisés ; Variable: □00000
VD: Y taux filtration



Tracé de Probabilité ; Var.:Y taux filtration; R²=.9777; Aj.:.93309
2**(4-0); MC Résidus=25.5625
VD: Y taux filtration



**ANOVA; Var.:Y-filtration rate (g/h);
R-sqr=.9777; Adj:.93309**

	SS	df	MS	F	p
(1)A-temp	1870.56	1	1870.56	73.17	0.00036
(2)B-pression	39.06	1	39.06	1.53	0.27130
(3)C-concentration	390.06	1	390.06	15.26	0.01134
(4)D-taux rotation	855.56	1	855.56	33.47	0.00217
1 by 2	0.06	1	0.06	0.002	0.96248
1 by 3	1314.06	1	1314.06	51.41	0.00082
1 by 4	1105.56	1	1105.56	43.25	0.00122
2 by 3	22.56	1	22.56	0.88	0.39061
2 by 4	0.56	1	0.56	0.022	0.88787
3 by 4	5.06	1	5.06	0.198	0.67491
Error	127.81	5	25.56		
Total SS	5730.94	15			

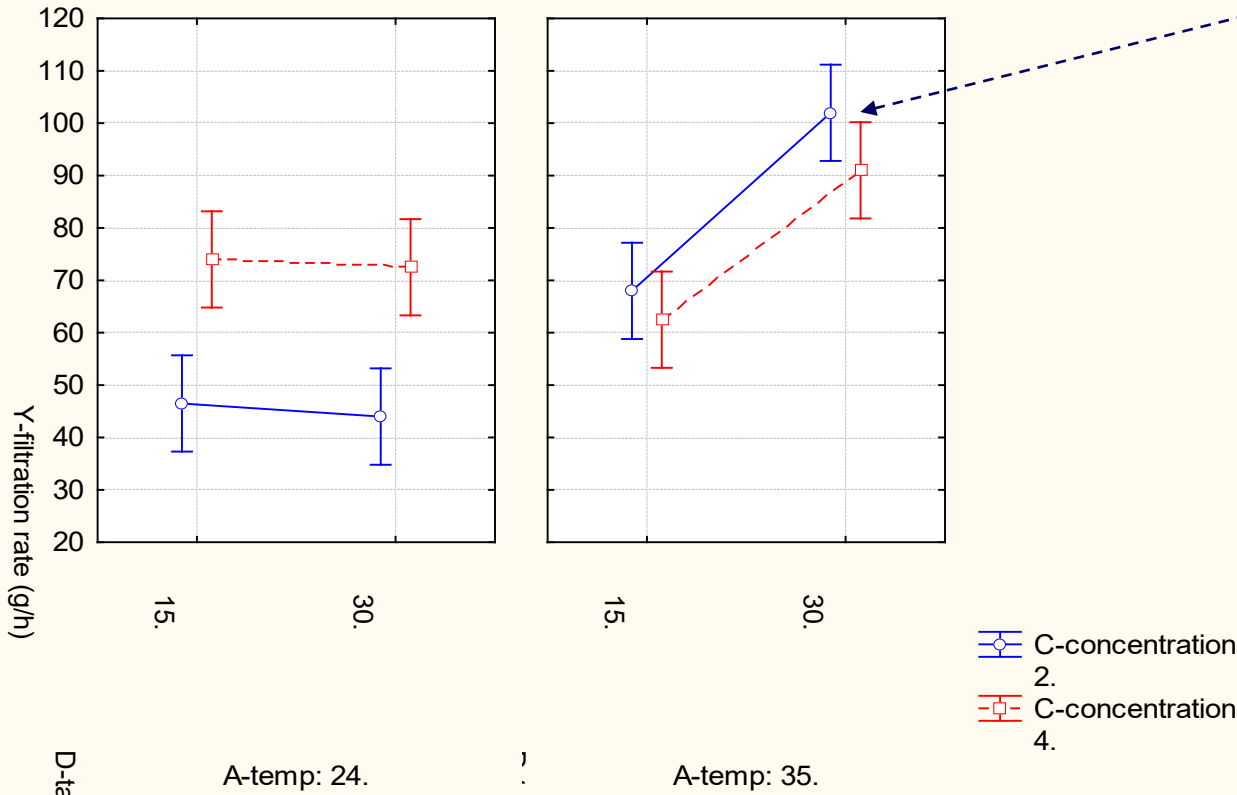
Exemple 5.4 filtration

Plot of Marginal Means and Conf. Limits (95.%)

DV: Y-filtration rate (g/h)

Design: 2**(4-0) design

NOTE: Std.Errs. for means computed from MS Error=25.5625



Maximum Y

A temp = + = 35

**C conc = - = 2
valeur minimale**

D taux rot = + = 30

**B = - ou +
valeur économique**

Exemple 5.5 fissures

plan 2^4 n = 2

Y1 : première série

Y2 : deuxième série

<u>A</u>	<u>B</u>	<u>C</u>	<u>D</u>	<u>Y1</u>	<u>Y2</u>
-1	-1	-1	-1	1.71	1.91
1	-1	-1	-1	1.42	1.48
-1	1	-1	-1	1.35	1.53
1	1	-1	-1	1.67	1.55
-1	-1	1	-1	1.23	1.38
1	-1	1	-1	1.25	1.26
-1	1	1	-1	1.46	1.42
1	1	1	-1	1.29	1.27
-1	-1	-1	1	2.04	2.19
1	-1	-1	1	1.86	1.85
-1	1	-1	1	1.79	1.95
1	1	-1	1	1.42	1.59
-1	-1	1	1	1.81	1.92
1	-1	1	1	1.34	1.29
-1	1	1	1	1.46	1.53
1	1	1	1	1.38	1.35

Response Surface Methodology, R. Myers, D.C. Montgomery p. 127

Y : longueur de fissures (mm) pièces alliage nickel-titanium
à minimiser

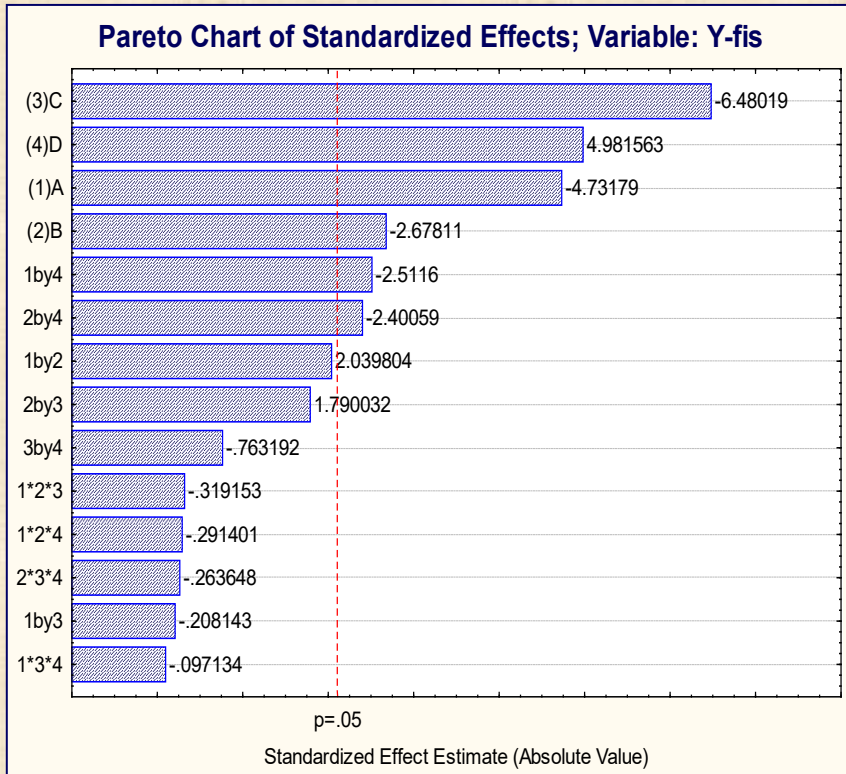
A : temp B: contenu titanium C : traitement chaleur D: quantité raffineur

ANOVA; Var.:Y-fis;
R-sqr = 0.873; Adj: 0.768

	SS	df	MS	F	p
(1)A	0.3634	1	0.3634	22.390	0.0002
(2)B	0.1164	1	0.1164	7.172	0.0159
(3)C	0.6815	1	0.6815	41.993	0.0000
(4)D	0.4028	1	0.4028	24.816	0.0001
1 by 2	0.0675	1	0.0675	4.161	0.0572
1 by 3	0.0007	1	0.0007	0.043	0.8376
1 by 4	0.1024	1	0.1024	6.308	0.0224
2 by 3	0.0520	1	0.0520	3.204	0.0913
2 by 4	0.0935	1	0.0935	5.763	0.0281
3 by 4	0.0095	1	0.0095	0.582	0.4558
1*2*3	0.0017	1	0.0017	0.102	0.7535
1*2*4	0.0014	1	0.0014	0.085	0.7743
1*3*4	0.0002	1	0.0002	0.009	0.9238
2*3*4	0.0011	1	0.0011	0.070	0.7952
Error	0.2759	17	0.0162		
Total SS	2.1699	31			

Exemple 5.5 fissures

Effect Estimates; Var.:Y-fis;
R-sqr 0.873 Adj: 0.768



	Effect	Std.Err.	t(17)	p	Coeff
Mean/Interc.	1.5609	0.0225	69.312	0.0000	1.56
(3)C	-0.2919	0.0450	-6.480	0.0000	-0.15
(4)D	0.2244	0.0450	4.982	0.0001	0.11
(1)A	-0.2131	0.0450	-4.732	0.0002	-0.11
(2)B	-0.1206	0.0450	-2.678	0.0159	-0.06
1 by 4	-0.1131	0.0450	-2.512	0.0224	-0.06
2 by 4	-0.1081	0.0450	-2.401	0.0281	-0.05
1 by 2	0.0919	0.0450	2.040	0.0572	0.05
2 by 3	0.0806	0.0450	1.790	0.0913	0.04
3 by 4	-0.0344	0.0450	-0.763	0.4558	-0.02
1*2*3	-0.0144	0.0450	-0.319	0.7535	-0.01
1*2*4	-0.0131	0.0450	-0.291	0.7743	-0.01
2*3*4	-0.0119	0.0450	-0.264	0.7952	-0.01
1 by 3	-0.0094	0.0450	-0.208	0.8376	-0.00
1*3*4	-0.0044	0.0450	-0.097	0.9238	-0.00

modèle de prédiction de Y

$$\hat{Y} = 1.56 - 0.15*C + 0.11*D - 0.11*A - 0.06*B - 0.06*A*D - 0.06*B*D - 0.05*A*B$$

A, B, C, D : variables de codage
varient entre -1 et 1

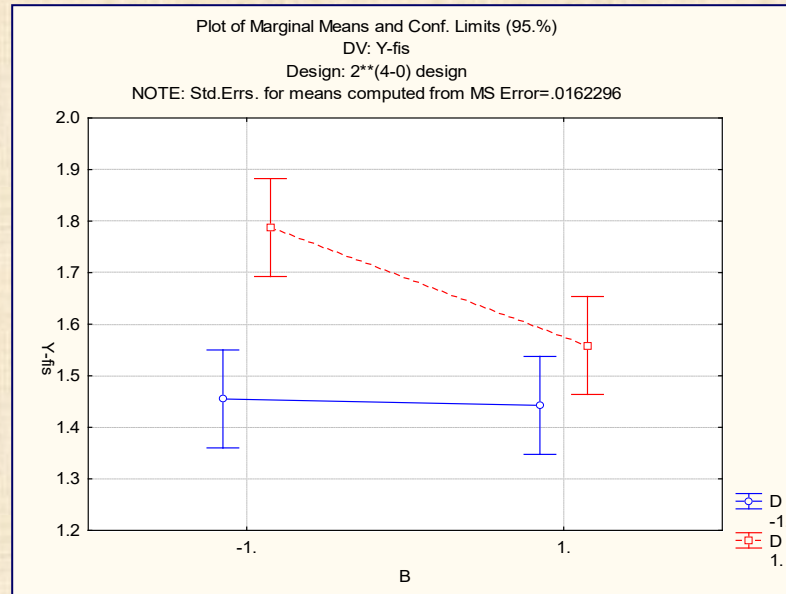
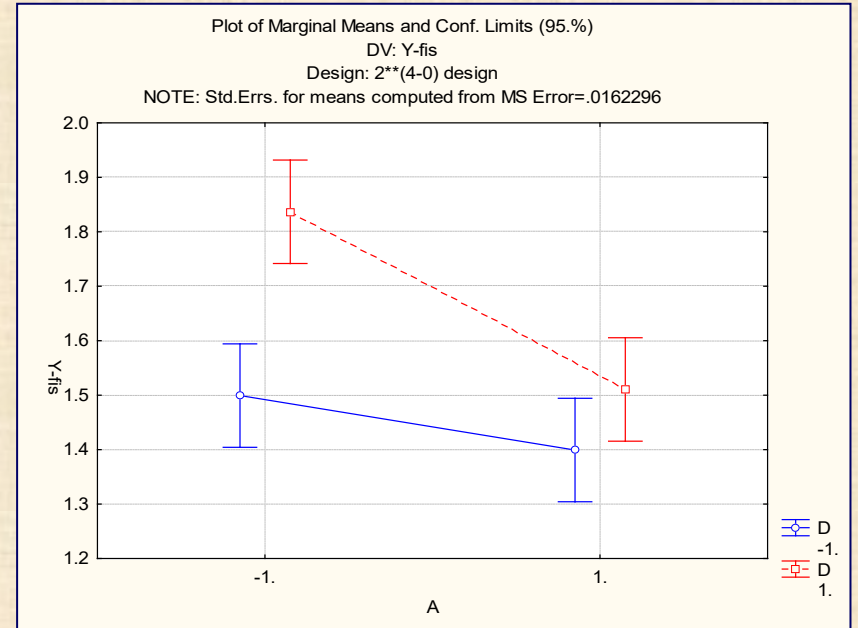
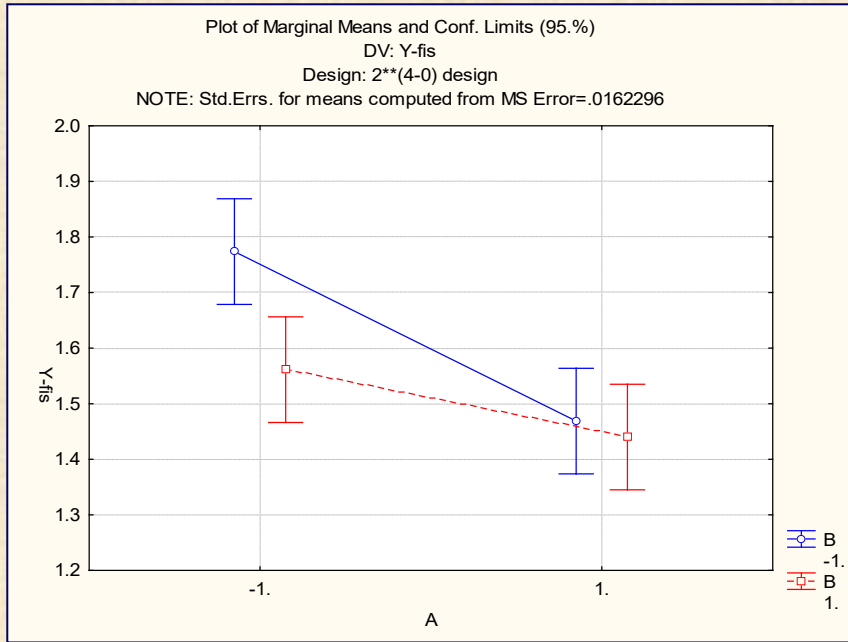
Coeff = β

l'équation de prédiction
en variables codées

$\beta = \text{Effect} / 2$

$\beta_0 = \text{Mean/Interc.}$

Exemple 5.5 fissures



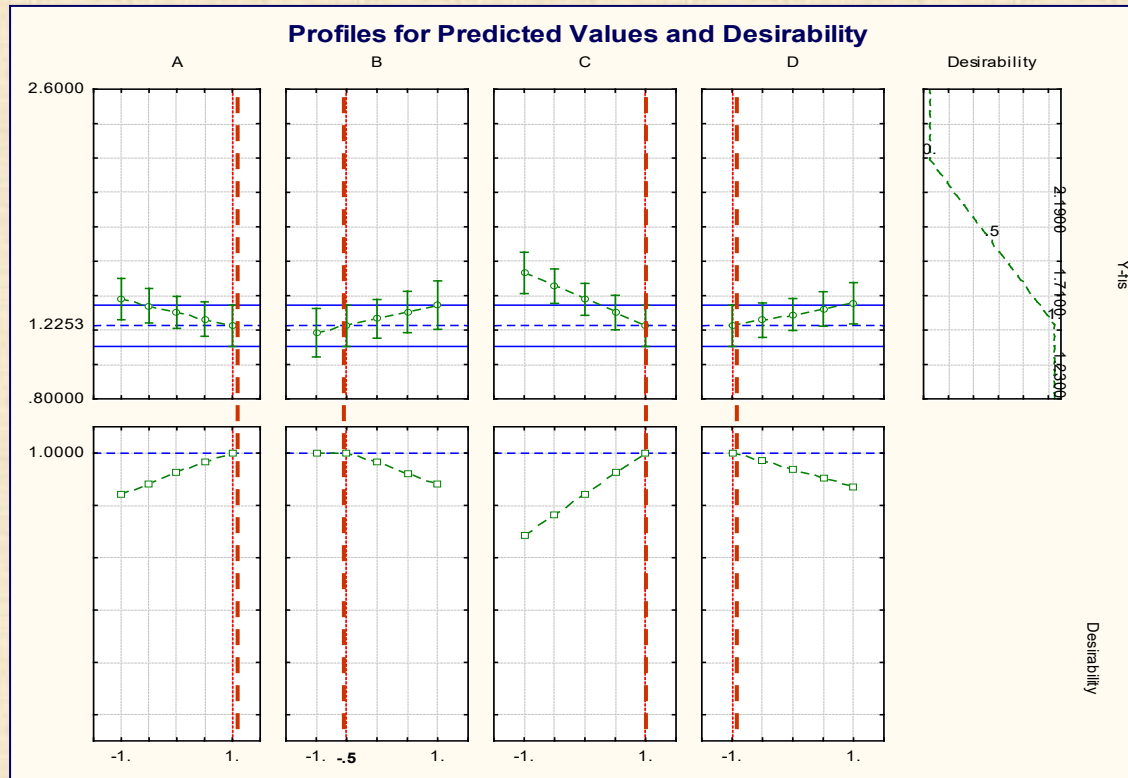
Exemple 5.5 fissures

minimum de Y?

choix optimal des
modalités de
A B C D ?

fonction de désirabilité de Y

$$d(Y) = \begin{cases} 1 & \text{si } y \leq 1.23 & \text{min observé} \\ \text{linéaire} & \text{entre 1.23 et 2.17} \\ 0 & \text{si } y \geq 2.17 & \text{max observé} \end{cases}$$



solution : A = 1 B = - 0.5 C = 1 D = -1

Exemple 5.6 oxyde

Montgomery 7 ed. p 248
oxide thickness experiment

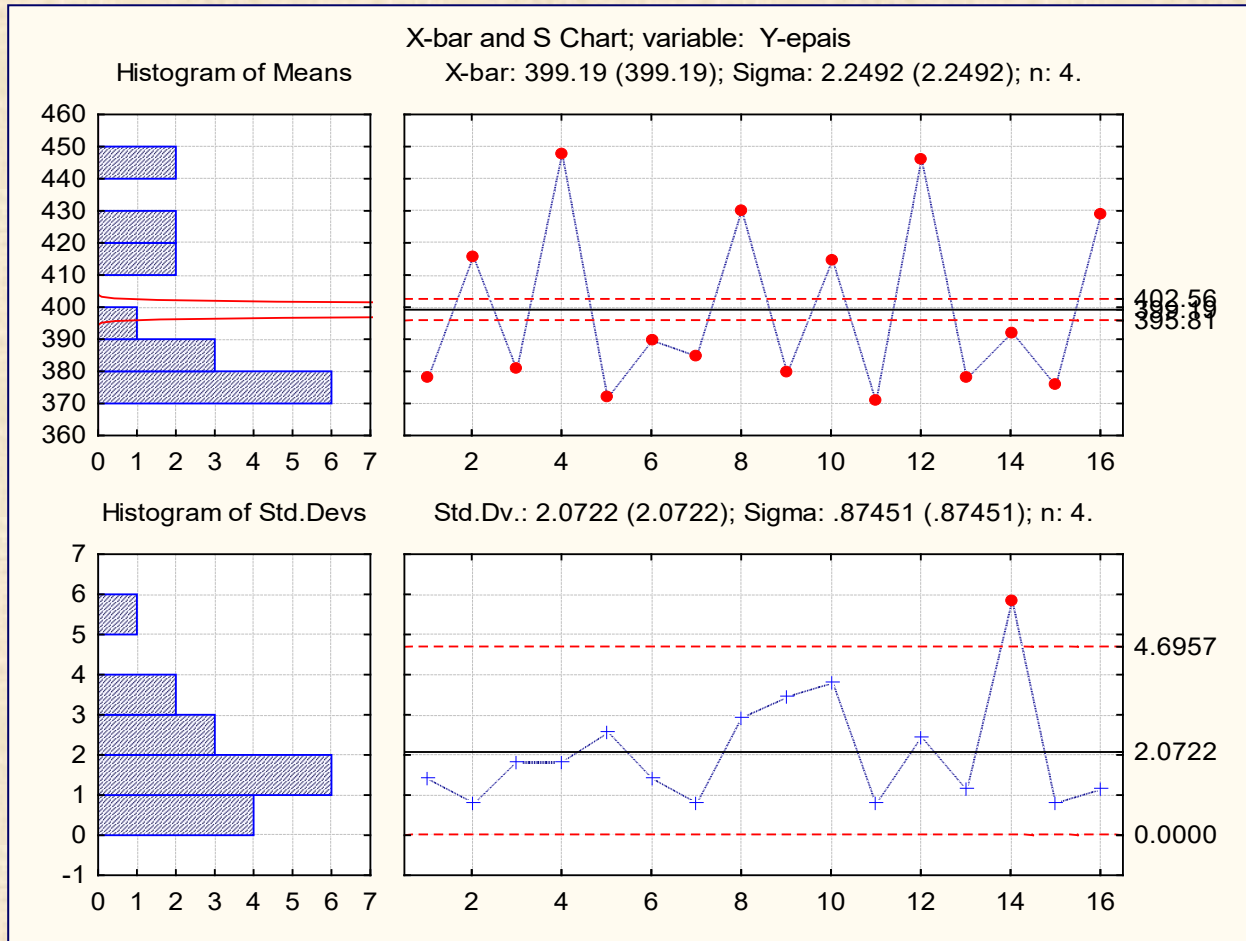
4 wafers stacked oxidation furnace

Facteur	-1	+1
A : temp (deg F)	295	325
B : durée (min)	7	9
C : pression (psi)	25	35
D : flux gas (---)	5	15
Y : épaisseur oxyde wafer		

← lot de 4 pièces produites →

gr	A	B	C	D	Y1	Y2	Y3	Y4	Ybar	s ²
1	-1	-1	-1	-1	378	376	379	379	378	2.00
2	1	-1	-1	-1	415	416	416	417	416	0.67
3	-1	1	-1	-1	380	379	382	383	381	3.33
4	1	1	-1	-1	450	446	449	447	448	3.33
5	-1	-1	1	-1	375	371	373	369	372	6.67
6	1	-1	1	-1	391	390	388	391	390	2.00
7	-1	1	1	-1	384	385	386	385	385	0.67
8	1	1	1	-1	426	433	430	431	430	8.67
9	-1	-1	-1	1	381	381	375	383	380	12.00
10	1	-1	-1	1	416	420	412	412	415	14.67
11	-1	1	-1	1	371	372	371	370	371	0.67
12	1	1	-1	1	445	448	443	448	446	6.00
13	-1	-1	1	1	377	377	379	379	378	1.33
14	1	-1	1	1	391	391	386	400	392	34.00
15	-1	1	1	1	375	376	376	377	376	0.67
16	1	1	1	1	430	430	428	428	429	1.33

Exemple 5.6 oxyde

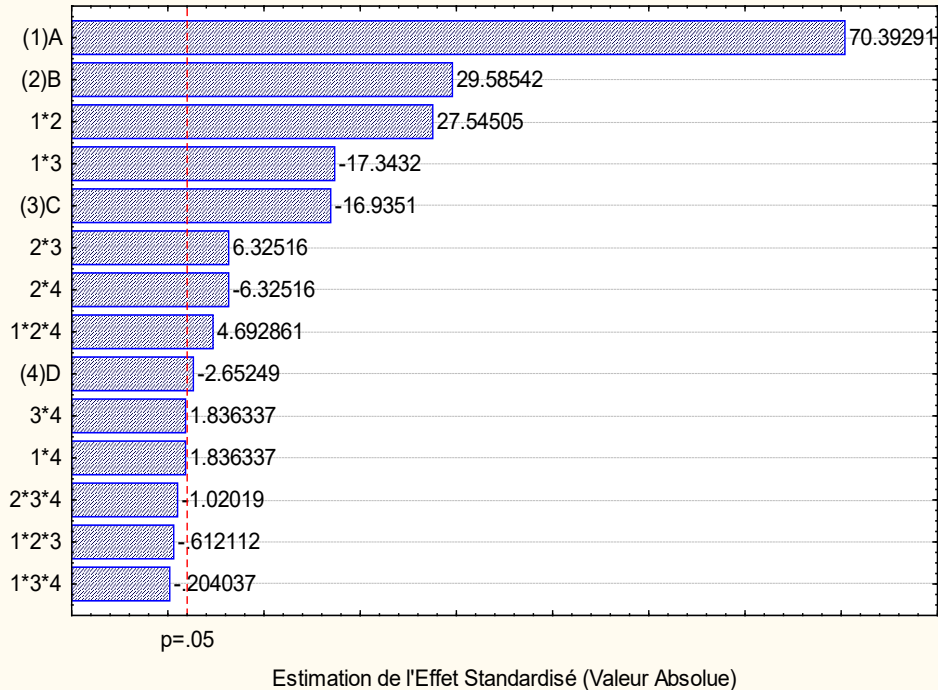


erreur expérimentale très petite - explication?

Exemple 5.6 oxyde

Diagramme de Pareto des Effets Standardisés

VD: Y-epais



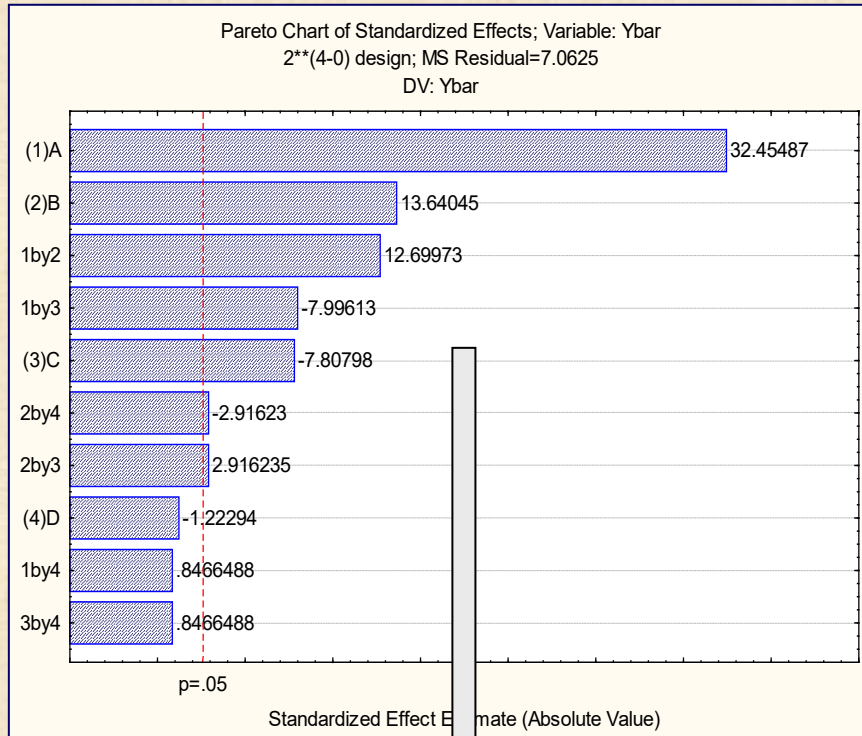
- beaucoup d'effets significatifs
- erreur expérimentale **sous estimée**
- les 4 tranches produites ne **sont pas de véritables répétitions** de l'expérience
- réponse à analyse : **Ybar**

ANOVA; Var.:Y-epais; $R^2=0.993$; $Aj.:0.991$

MS Residual =6.00 VD: Y-epais

	SS	dl	MS	F	p
(1)A	29756	1	29756	4955.2	0.0000
(2)B	5256	1	5256	875.3	0.0000
(3)C	1722	1	1722	286.8	0.0000
(4)D	42	1	42	7.0	0.0107
1 * 2	4556	1	4556	758.7	0.0000
1 * 3	1806	1	1806	300.8	0.0000
1 * 4	20	1	20	3.4	0.0724
2 * 3	240	1	240	40.0	0.0000
2 * 4	240	1	240	40.0	0.0000
3 * 4	20	1	20	3.4	0.0724
1*2*3	2	1	2	0.4	0.5433
1*2*4	132	1	132	22.0	0.0000
1*3*4	0	1	0	0.0	0.8392
2*3*4	6	1	6	1.0	0.3127
Error	294	49	6		

Exemple 5.6 oxyde



effets importants

A, B, C, AB, AC

Analyse de Ybar

modèle basé sur A, B, C, AB, AC

Effect Estimates; Var.:Ybar;

R-sqr = 0.984 Adj:0.976

MS Residual = 17.6125

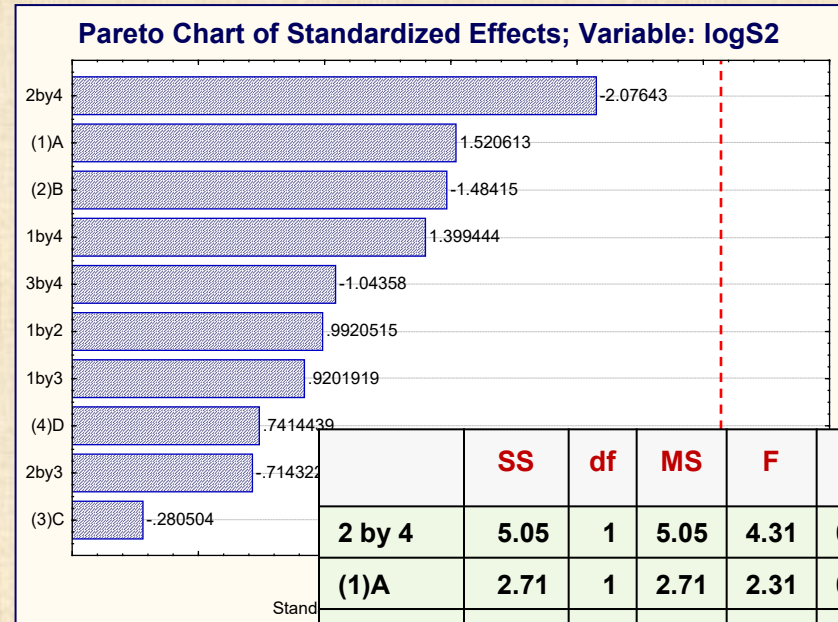
	Effect	Std.Err.	t(10)	p	Coeff
Mean/Interc	399.19	1.0492	380.48	0.0000	399.19
(1)A	43.13	2.0984	20.55	0.0000	21.56
(2)B	18.12	2.0984	8.64	0.0000	9.06
(3)C	-10.38	2.0984	-4.94	0.0006	-5.19
1 by 2	16.87	2.0984	8.04	0.0000	8.44
1 by 3	-10.62	2.0984	-5.06	0.0005	-5.31

Exemple 5.6 oxyde

analyse de S^2 comme deuxième réponse
on utilise l'échelle logarithmique : $\log(S^2)$

Effect Estimates; Var.:logS2; R-sqr= 0.748; Adj:0.244
MS Residual=1.171 DV: logS2: =log(v9);

	Effec	Std.Err	t(5)	p	Coeff.
2 by 4	-1.124	0.5411	-2.076	0.0925	-0.5618
Mean/Interc.	1.082	0.2705	3.998	0.0103	1.0817
(1)A	0.823	0.5411	1.521	0.1888	0.4114
(2)B	-0.803	0.5411	-1.484	0.1979	-0.4015
1 by 4	0.757	0.5411	1.399	0.2206	0.3786
3 by 4	-0.565	0.5411	-1.044	0.3445	-0.2823
1 by 2	0.537	0.5411	0.992	0.3667	0.2684
1 by 3	0.498	0.5411	0.920	0.3997	0.2490
(4)D	0.401	0.5411	0.741	0.4918	0.2006
2 by 3	-0.387	0.5411	-0.714	0.5070	-0.1933
(3)C	-0.152	0.5411	-0.281	0.7903	-0.0759



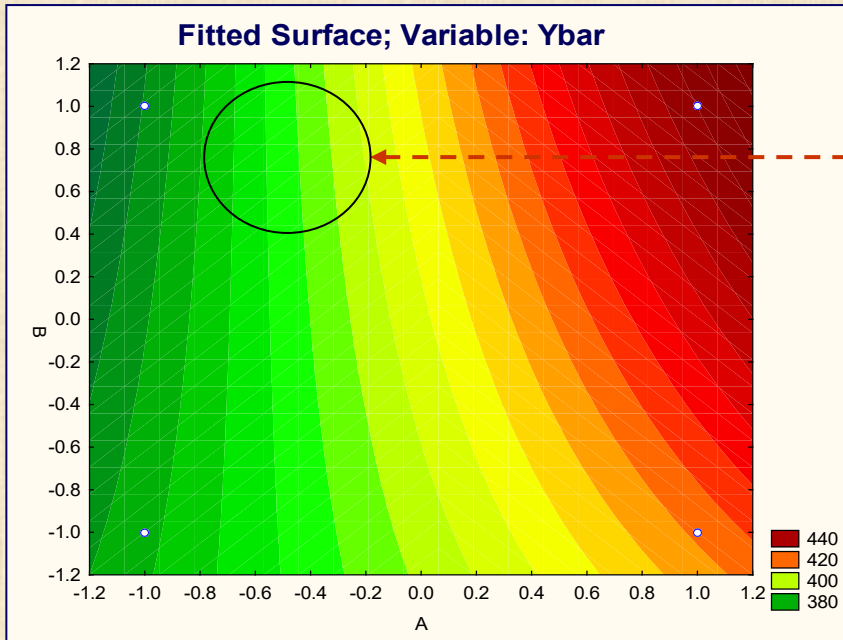
	SS	df	MS	F	p
2 by 4	5.05	1	5.05	4.31	0.092
(1)A	2.71	1	2.71	2.31	0.189
(2)B	2.58	1	2.58	2.20	0.198
1 by 4	2.29	1	2.29	1.96	0.221
3 by 4	1.28	1	1.28	1.09	0.344
1 by 2	1.15	1	1.15	0.98	0.367
1 by 3	0.99	1	0.99	0.85	0.400
(4)D	0.64	1	0.64	0.55	0.492
2 by 3	0.60	1	0.60	0.51	0.507
(3)C	0.09	1	0.09	0.08	0.790
Error	5.86	5	1.17		
Total SS	23.24	15			

aucun effet significatif mais A, B, BD sont les plus importants effets : on ajoute D à cause de BD dans le modèle

$$\widehat{\log(s^2)} = 1.08 + 0.41 \cdot A - 0.40 \cdot B + 0.20 \cdot D - 0.56 \cdot B \cdot D$$

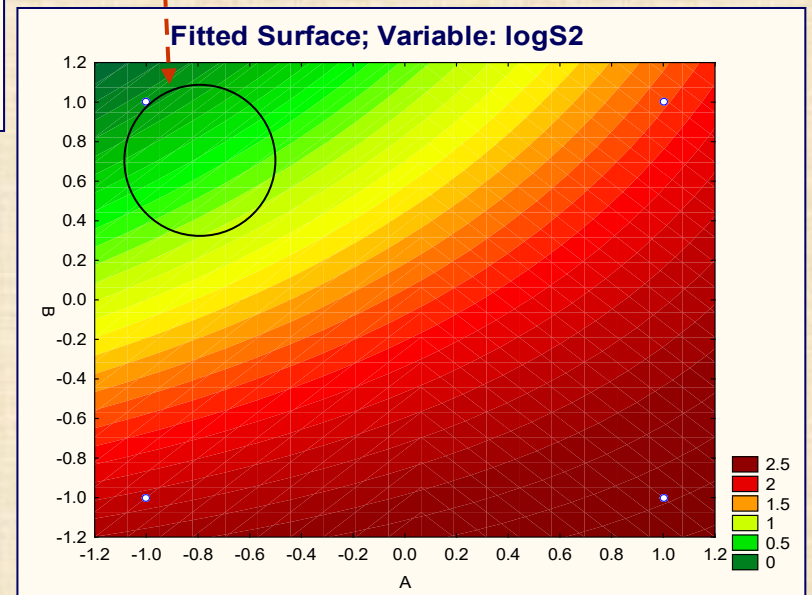
Exemple 5.6 oxyde

Courbes contours de \bar{Y} et S^2



**objectif : $Y = 400$
 S minimum**

**avec conditions
 $C = -1$ $D = 1$**



Exemple 5.7 colorant tissu

Empirical Models Building and Response Surface Analysis, G. Box, N. Draper (1987) p.115 : plan 2**6

Factoriel complet : 6 facteurs 3 réponses - 64 essais dyestuff = colorant pour tissu

Y1= STREN (résistance) Y2= HUE = teinte (nuance) Y3 = BRIGH (brillance)

X1: 6-7 X2: 150-170 X3: 1.8-2.4 X4 (min): 24-36 X5 (cm³): 30-42 X6 (deg C): 120-130

Objectif (X1, X2, X3, X4, X5, X6) pour **max Y1** avec **Y2 = 20 (nominal)** et **Y3 = 26 (nominal)**

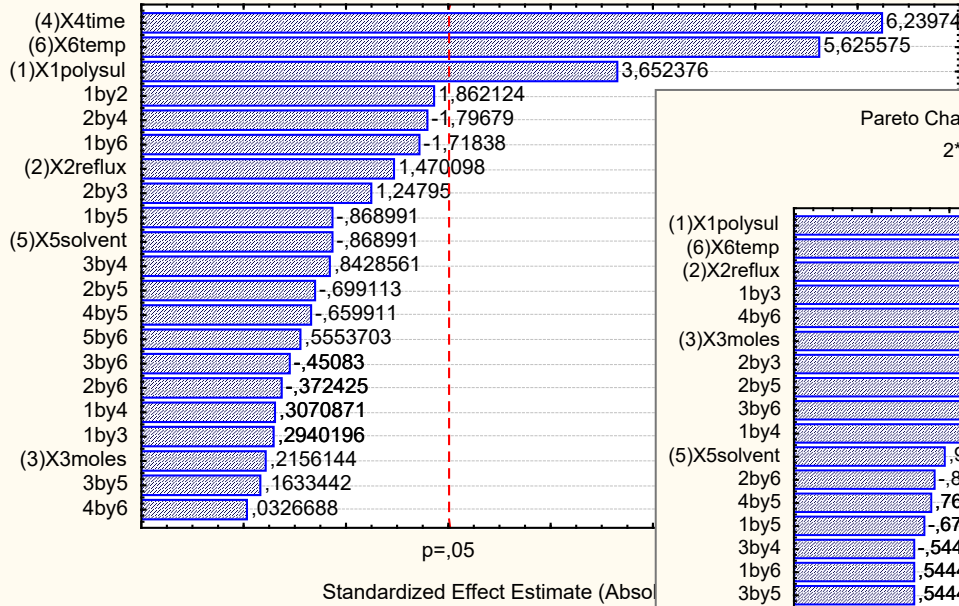
ordre std	ordre exec	X1 polysul	X2 reflux	X3 moles	X4 time	X5 solvant	X6 temp	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Y1 STREN	Y2 HUE	Y3 BRIGH
1	26	6	150	1,8	24	30	120	-1	-1	-1	-1	-1	-1	3,4	15	36
2	3	7	150	1,8	24	30	120	1	-1	-1	-1	-1	-1	9,7	5	35
3	11	6	170	1,8	24	30	120	-1	1	-1	-1	-1	-1	7,4	23	37
4	5	7	170	1,8	24	30	120	1	1	-1	-1	-1	-1	10,6	8	34
5	42	6	150	2,4	24	30	120	-1	-1	1	-1	-1	-1	6,5	20	30
6	18	7	150	2,4	24	30	120	1	-1	1	-1	-1	-1	7,9	9	32
7	41	6	170	2,4	24	30	120	-1	1	1	-1	-1	-1	10,3	13	28
8	14	7	170	2,4	24	30	120	1	1	1	-1	-1	-1	9,5	5	38
9	17	6	150	1,8	36	30	120	-1	-1	-1	1	-1	-1	14,3	23	40
10	27	7	150	1,8	36	30	120	1	-1	-1	1	-1	-1	10,5	1	32
11	19	6	170	1,8	36	30	120	-1	1	-1	1	-1	-1	7,8	11	32
12	56	7	170	1,8	36	30	120	1	1	-1	1	-1	-1	17,2	5	28

54	31	7	150	2,4	24	42	130	1	-1	1	-1	1	1	8,6	20	20
55	28	6	170	2,4	24	42	130	-1	1	1	-1	1	1	11,8	18	20
56	49	7	170	2,4	24	42	130	1	1	1	-1	1	1	12,4	11	36
57	52	6	150	1,8	36	42	130	-1	-1	-1	1	1	1	13,4	39	20
58	15	7	150	1,8	36	42	130	1	-1	-1	1	1	1	14,6	30	11
59	34	6	170	1,8	36	42	130	-1	1	-1	1	1	1	14,9	31	20
60	53	7	170	1,8	36	42	130	1	1	-1	1	1	1	11,8	6	35
61	2	6	150	2,4	36	42	130	-1	-1	1	1	1	1	15,6	33	16
62	12	7	150	2,4	36	42	130	1	-1	1	1	1	1	12,8	23	32
63	45	6	170	2,4	36	42	130	-1	1	1	1	1	1	13,5	31	20
64	54	7	170	2,4	36	42	130	1	1	1	1	1	1	15,8	11	20
													moyenne	11,1	17,0	28,3
													écart type	2,9	9,8	7,1
													min	3,4	1,0	11,0
													max	17,2	39,0	40,0

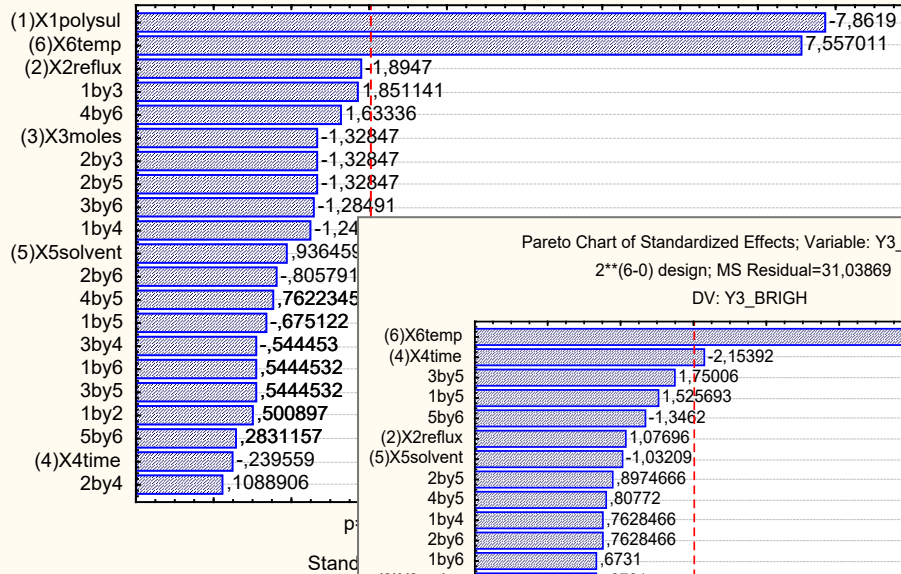
Exemple 5.7 colorant

**variables critiques: X1 X4 X6
ajustement modèle ordre 1**

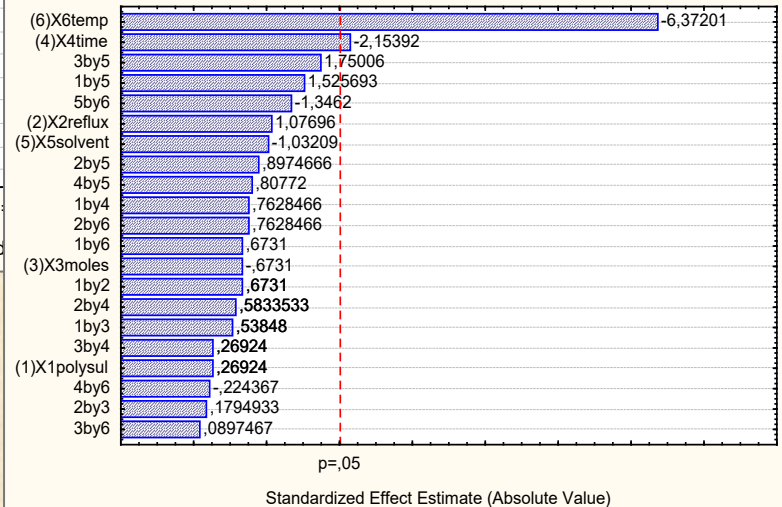
Pareto Chart of Standardized Effects; Variable: Y1_STREN
2**(6-0) design; MS Residual=3,660097
DV: Y1_STREN



Pareto Chart of Standardized Effects; Variable: Y2_HUE
2**(6-0) design; MS Residual=32,9442
DV: Y2_HUE



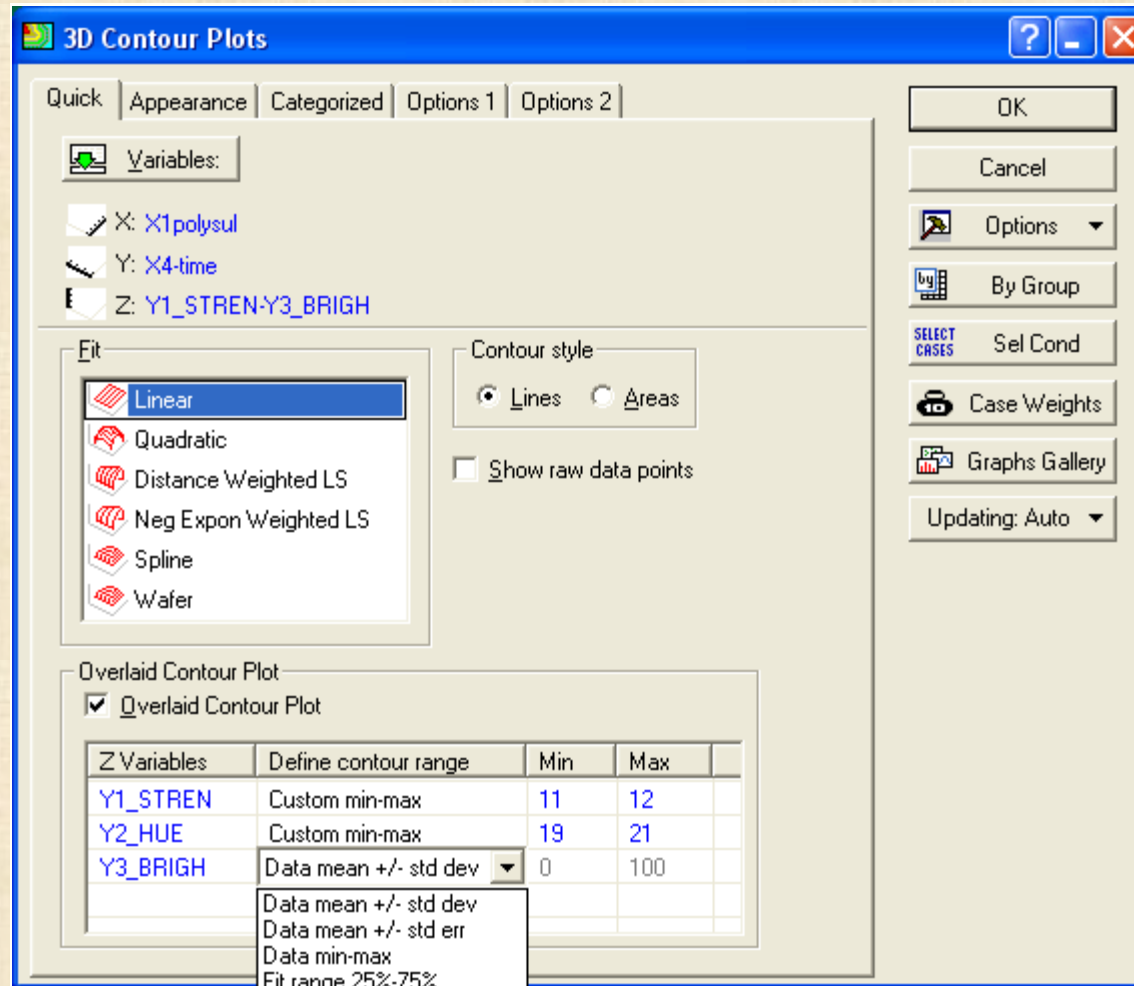
Pareto Chart of Standardized Effects; Variable: Y3_BRIGH
2**(6-0) design; MS Residual=31,03869
DV: Y3_BRIGH



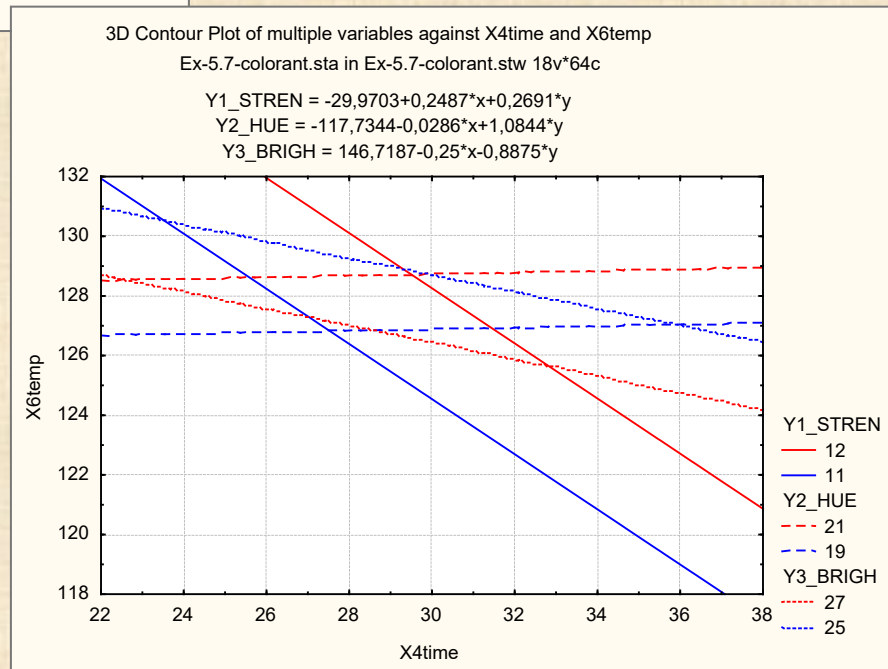
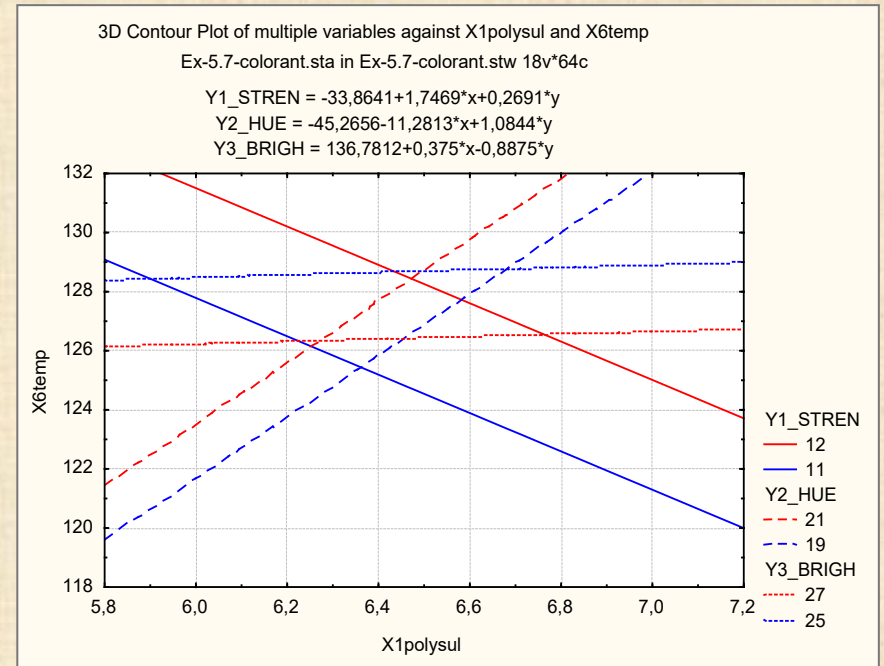
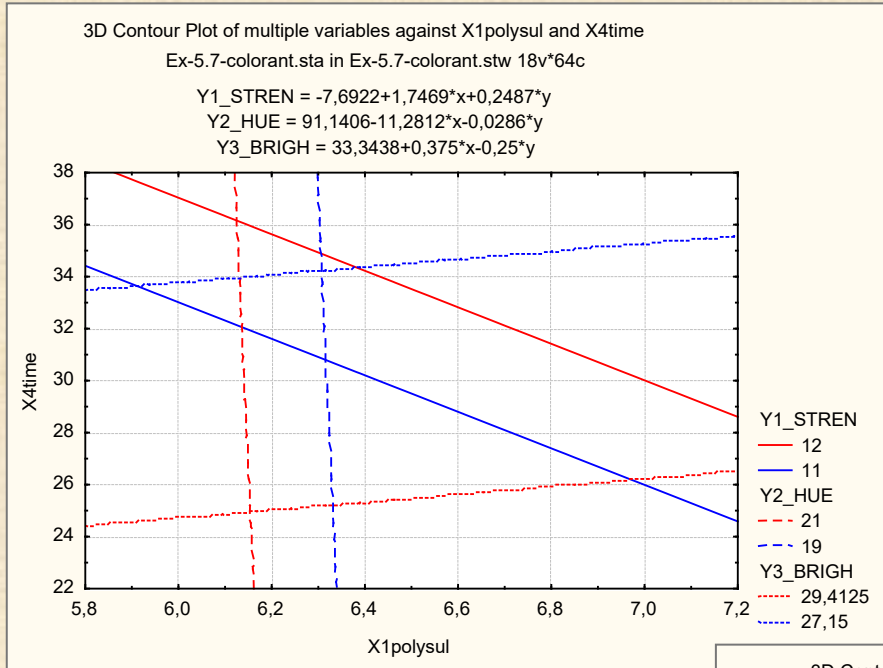
	Y1	Y2	Y3
Mean/Interc	- 46,06	- 20,02	139,88
X1polysul	1,75	- 11,28	0,38
X2reflux	0,04	- 0,14	0,07
X3moles	0,17	- 3,18	- 1,56
X4time	0,25	- 0,03	- 0,25
X5solvent	- 0,03	0,11	- 0,12
X6temp	0,27	1,08	- 0,89

méthode des courbes contour
superposées

Graphs 3D XYZ ... Contour Plots ...

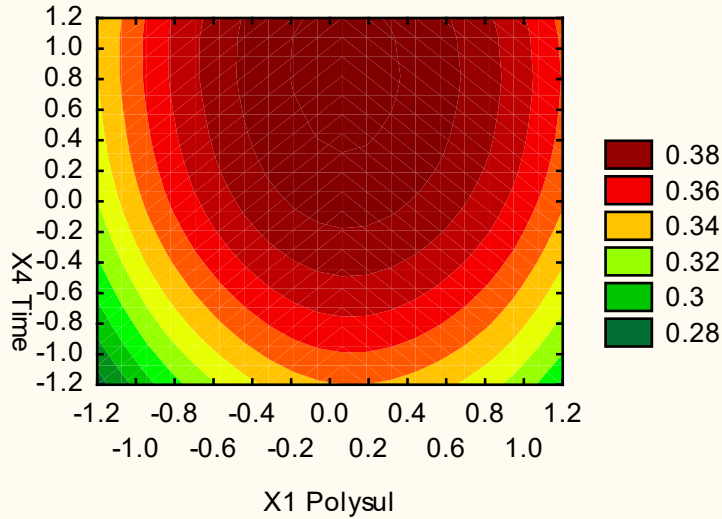


Exemple 5.7 colorant

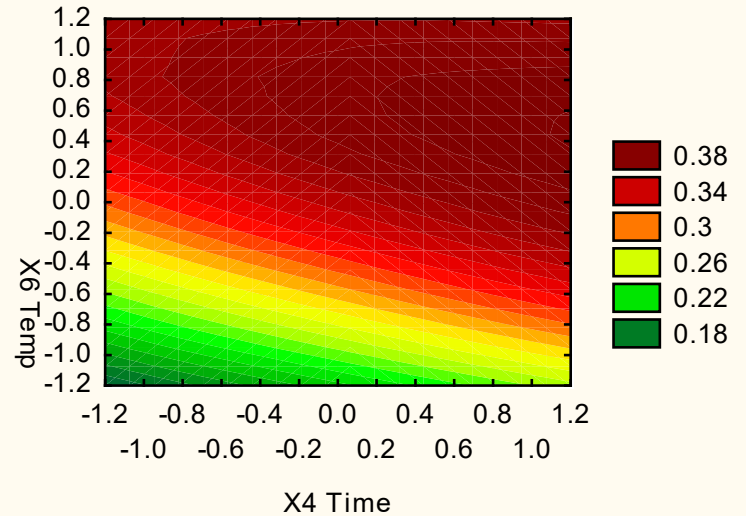
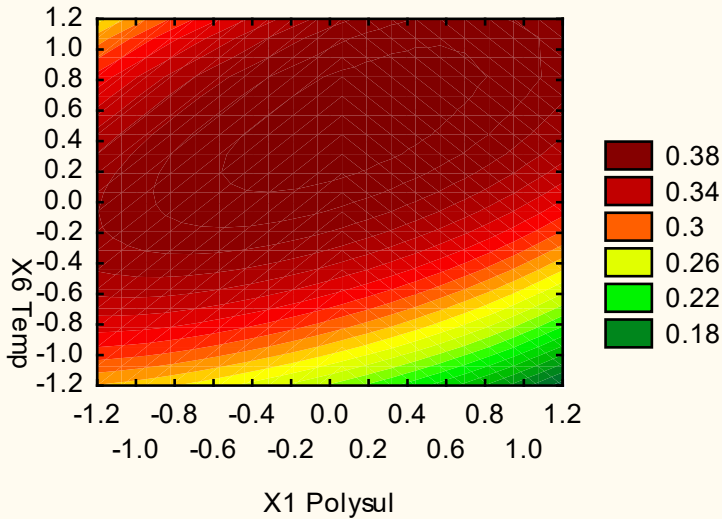


	Y1	Y2	Y3
Intercept	- 41,32	- 44,41	144,28
X1polysul	1,75	- 11,28	0,38
X4time	0,25	- 0,03	- 0,25
X6temp	0,27	1,08	- 0,89

Surface & Contours Désirabilité ; Ajustement Spline



méthode des fonctions
de désirabilités



Ex-5.8-hybride : 2¹ 3¹ 4¹ (hybride)

Structure des données : Facteurs (modalités) et réponse Y

A : température (s , t) B : période (1 , 2 , 3) C : machine (a , b , c , d)

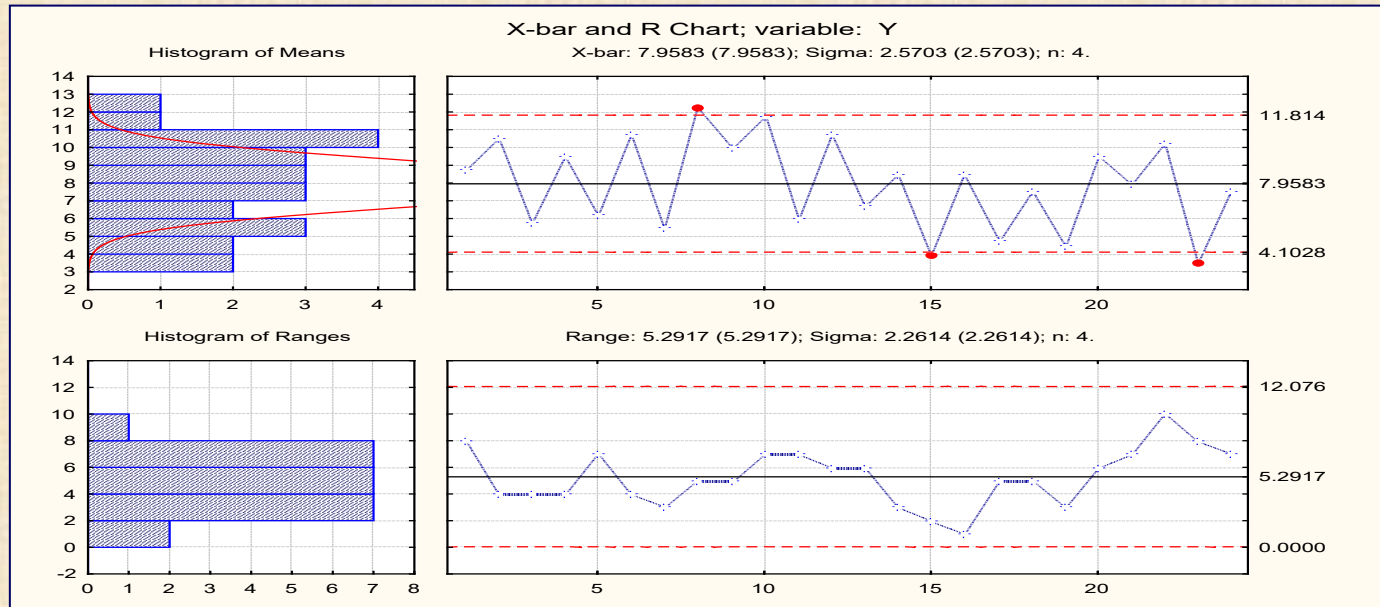
Y : longueur de pièce (valeurs codées = y_réelles*100 + min) n = 4 pièces (lot)

gr	ABC	Y			
1	s1a	10	13	5	7
2	s1b	11	13	9	9
3	s1c	6	5	4	8
4	s1d	10	10	11	7
5	s2a	7	10	5	3
6	s2b	11	12	8	12
7	s2c	6	7	5	4
8	s2d	13	11	15	10

gr	ABC	Y			
9	s3a	10	8	13	9
10	s3b	10	15	14	8
11	s3c	6	3	10	5
12	s3d	12	9	8	14
13	t1a	5	10	4	8
14	t1b	8	9	7	10
15	t1c	4	3	4	5
16	t1d	8	9	9	8

gr	ABC	Y			
17	t2a	5	7	5	2
18	t2b	8	10	5	7
19	t2c	4	6	3	5
20	t2d	10	8	13	7
21	t3a	7	4	10	11
22	t3b	11	12	14	4
23	t3c	4	2	8	0
24	t3d	7	8	11	4

carte
Ybar
et
R



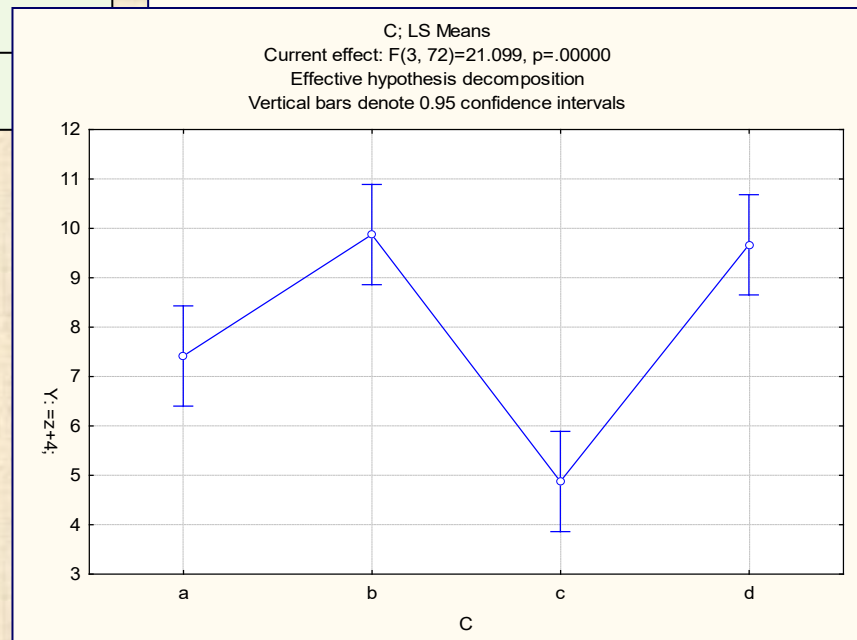
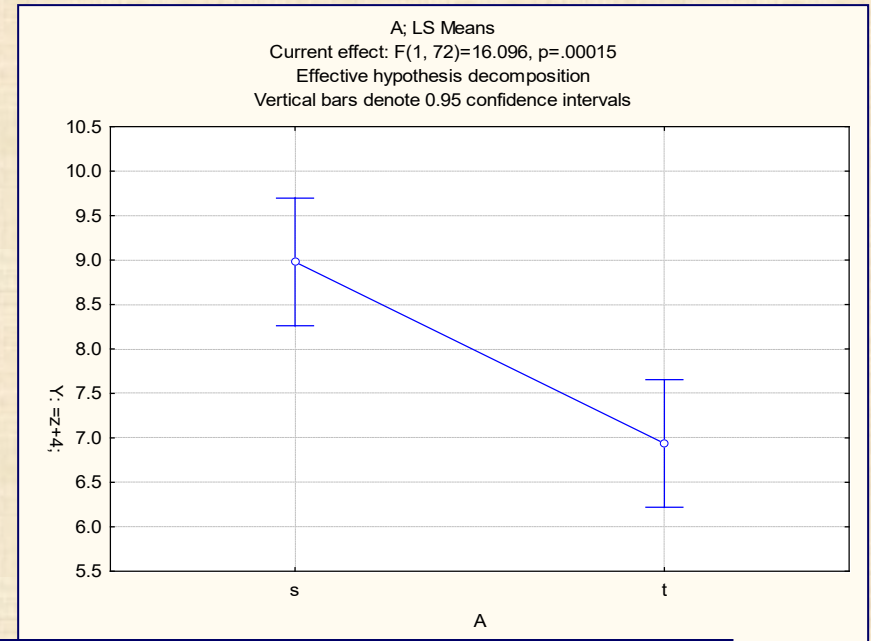
Ex-5.8-hybride : 2¹ 3¹ 4¹ (hybride)

	Degr. Of freedom	Y SS	Y MS	Y F	Y P
Intercept	1	6080.167	6080.167	978.2615	0.000000
A	1	100.042	100.042	16.0961	0.000146
B	2	12.896	6.448	1.0374	0.359600
C	3	393.417	131.139	21.0994	0.000000
A*B	2	1.646	0.823	0.1324	0.876201
A*C	3	1.542	0.514	0.0827	0.969259
B*C	6	71.021	11.837	1.9045	0.091702
A*B*C	6	9.771	1.628	0.2620	0.952730
Error	72	447.500	6.215		
Total	95	1037.833			

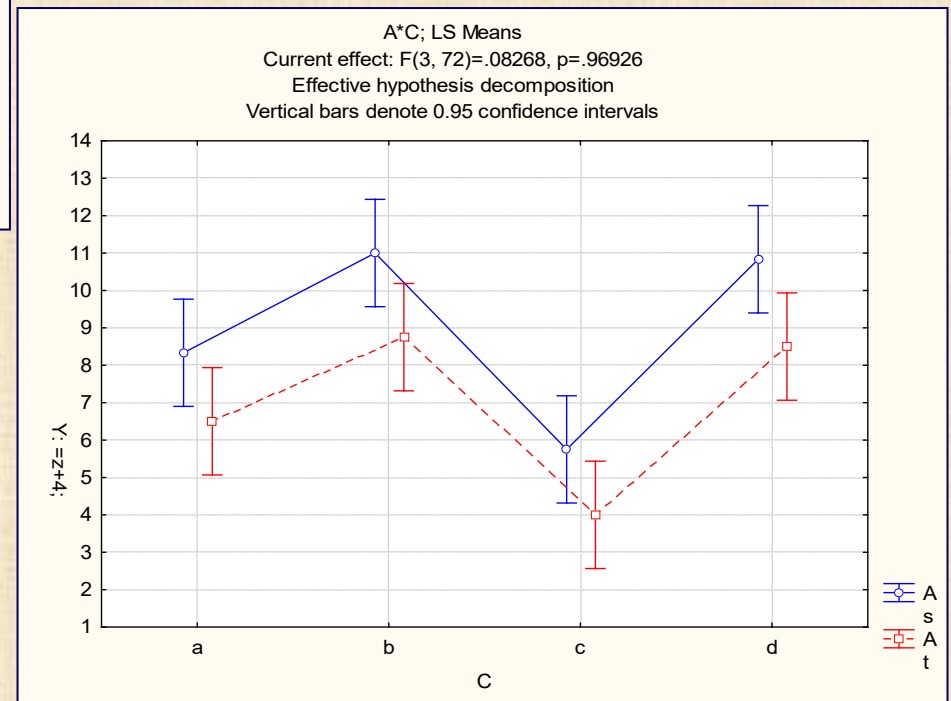
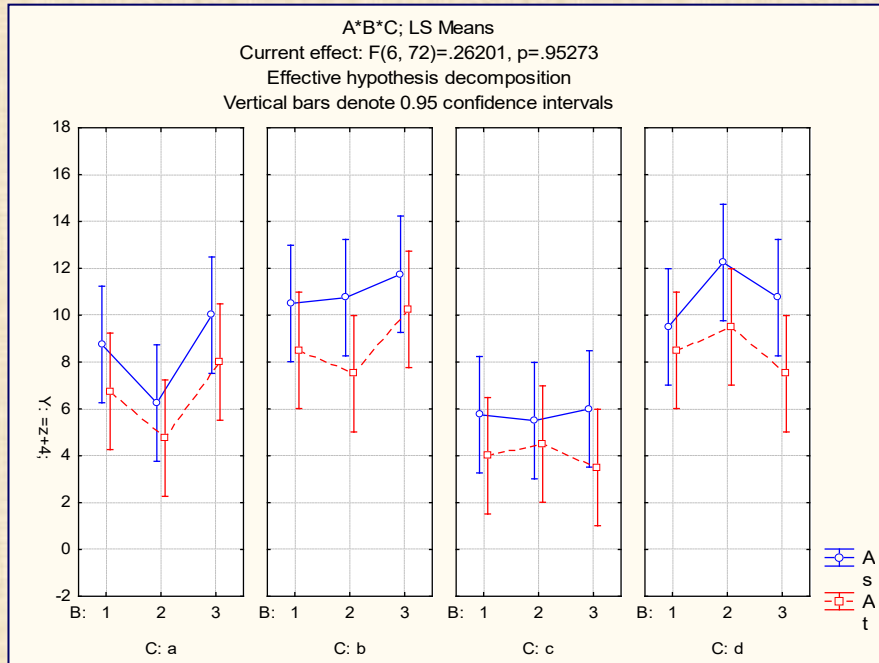
**analyse faite
module ANOVA**

interprétation

**effet principal de A et de C
seulement**

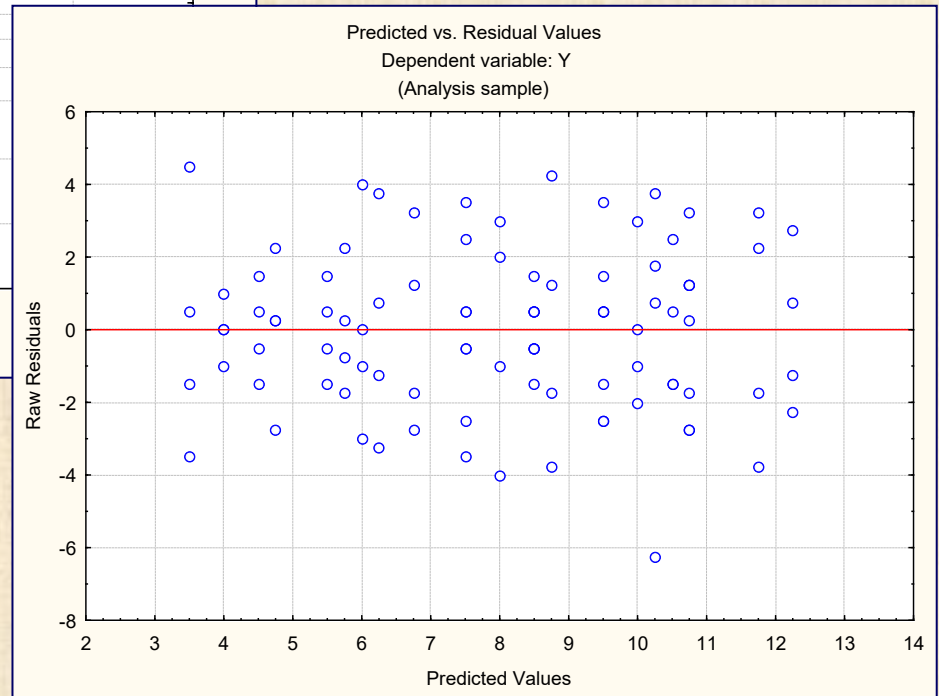
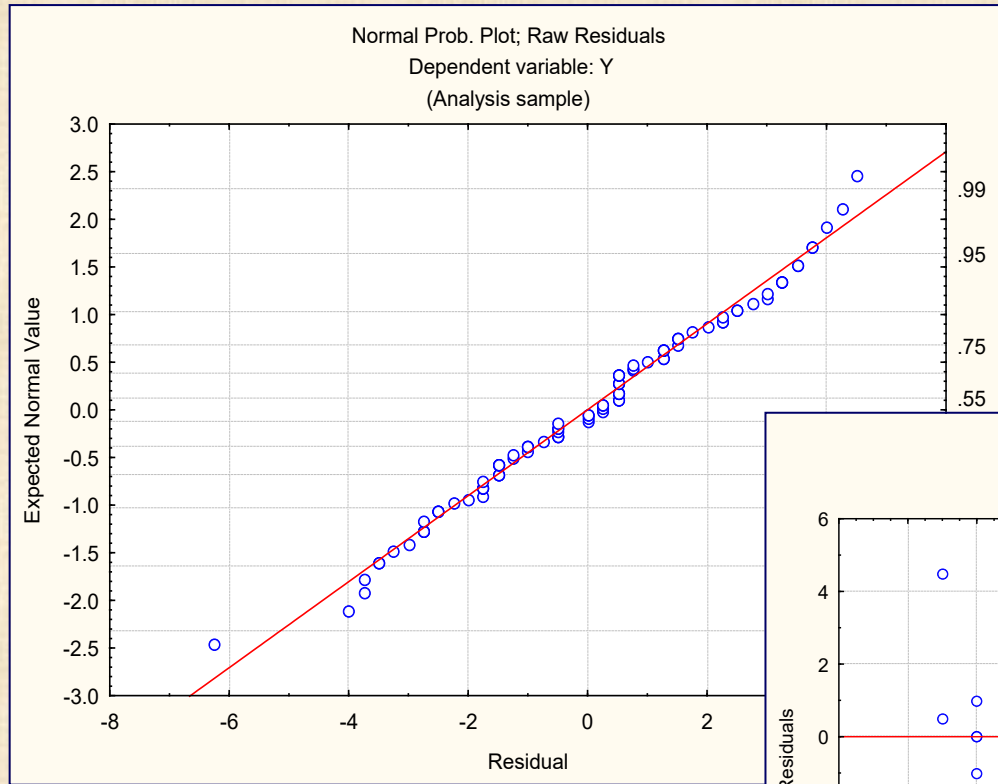


Ex-5.8-hybride : 2¹ 3¹ 4¹ (hybride)



Ex-5.8-hybride : 2¹ 3¹ 4¹ (hybride)

analyse résidus



- avantages des plans 2^k : orthogonalité, équilibre, calculs simplifiés
- **3 principes pour les effets factoriels**
 - **hiérarchie** : les effets d'ordre inférieur (simples, doubles) sont susceptibles d'être plus importants que les effets d'ordre supérieur (triples,..)
 - **rareté** : petit nombre d'effets relativement importants (loi de Pareto)
 - **hérédité** : interaction importante ... au moins un des facteurs est important
- **expériences sans répétition**
 - jugement des effets sur échelle demi gaussienne
 - les plans de 32 essais sont rarement répétés - voir principe rareté
- **expériences avec répétition**
 - A les s_i^2 devraient être quasi égaux - tests de signification avec SS_{resid}
optimisation de Y : modèle Y avec les effets importants et résoudre
 - B si les s_i^2 sont très différents
 1. jugement des effets de location sur échelle demi gaussienne
 2. modélisation de la dispersion $\ln(s_i^2)$ sur échelle demi gaussienne
 3. si on veut nominaliser Y : $Y = N$ à spécifier
 - 3a. choisir les effets pour minimiser $\ln(s_i^2)$
 - 3b. Choisir un facteur pas utilisé en 3a et déplacer Y vers N
- **fonction de désirabilité** : unification de l'optimisation / optimisation simultanée