

# Chapitre 1

## Introduction à la planification d'expériences

- **PROCESSUS**
- **DONNÉES**
- **EXPÉRIMENTATION**
- **ENTREPRENDRE UN PROJET**
- **DIAGRAMME D'ISHIKAWA**
- **SURVOL EXEMPLE**
- **MÉTHODES STATISTIQUES**
- **PLANS FACTORIELS**
- **TRAITEMENTS / ASSIGNATION**
- **EXPÉRIENCES SUR ORDINATEUR**
- **VARIER UN FACTEUR À LA FOIS**
- **UN PEU D'HISTOIRE**
- **TERMINOLOGIE**

# PROCESSUS et MÉTHODES STATISTIQUES

PROCESSUS → VARIABILITÉ → DONNÉES → AMÉLIORATION

PENSÉE STATISTIQUE → MÉTHODES STATISTIQUES

FOURNISSEURS → PROCESSUS 1 → PROCESSUS 2 → ..... → CLIENTS

- TRAVAIL EST UN SYSTÈME DE PROCESSUS INTERDÉPENDANTS
- LA VARIABILITÉ EXISTE DANS TOUS LES PROCESSUS
- COMPRENDRE / CONTROLER / RÉDUIRE VARIABILITÉ
- ÉTUDE VARIABILITÉ → MÉTHODES STATISTIQUES

**S****I****P****O****C****Suppliers****Input : X****Processus****Output : Y****Clients****FACTEURS**

Personnel →  
 Matériaux →  
 Équipement →  
 Politiques →  
 Procédures →  
 Méthodes →  
 Environnement →

**GÉNÉRAL**

mélange  
 d'inputs  
 qui  
 génèrent  
 un  
 output

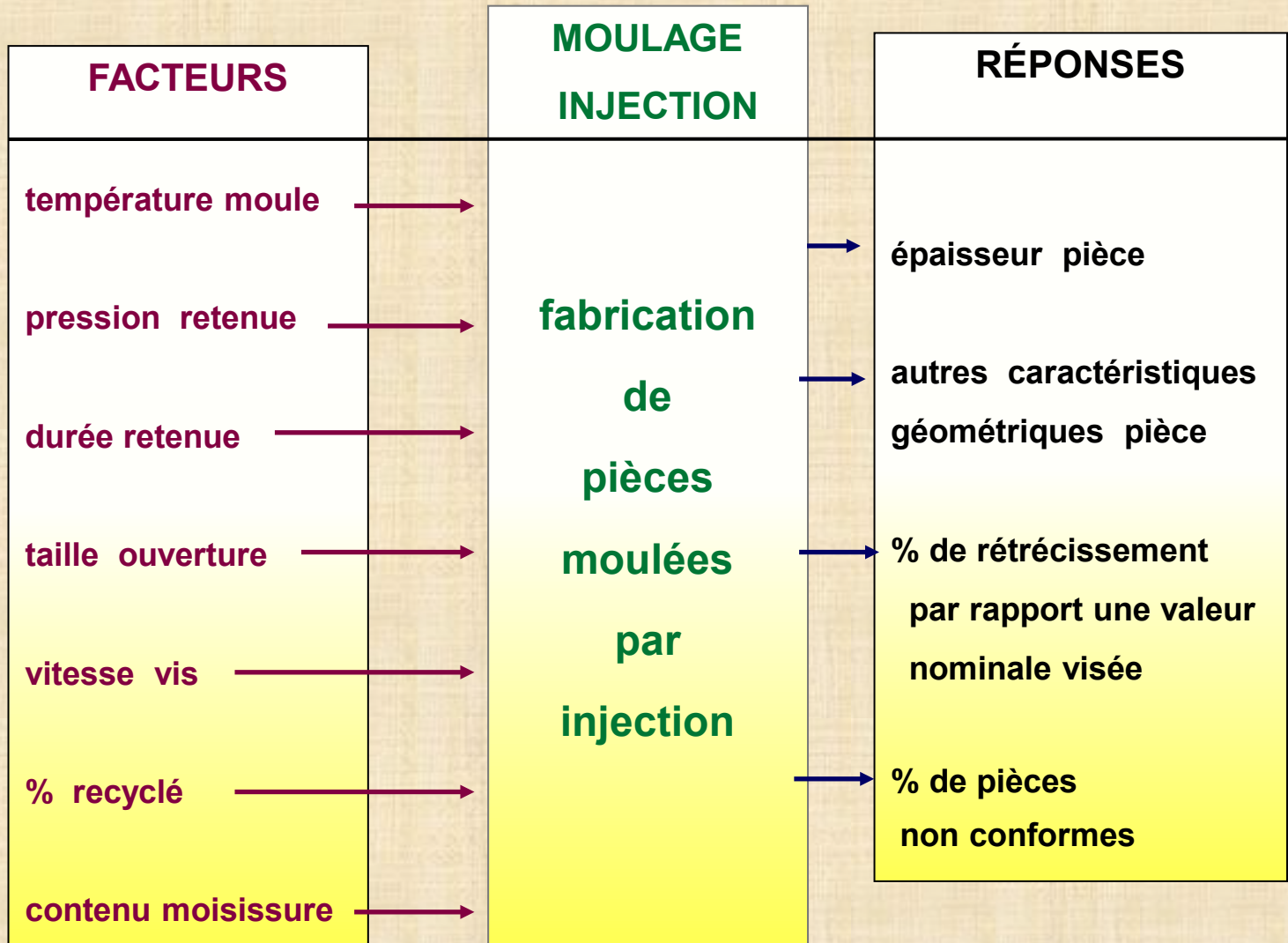
**RÉPONSES**

indicateurs en  
 relation avec  
 → qualité produit  
 → qualité service  
 → exécution tâche

**TYPE**

- **DESIGN (CONCEPTION) : produit / procédé**
- **FABRICATION**
- **MESURAGE**
- **TRANSACTIONNEL ou ADMINISTRATIF**

# PROCÉDÉ FABRICATION : exemple

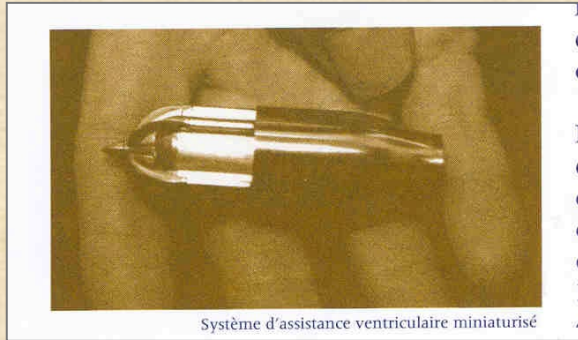




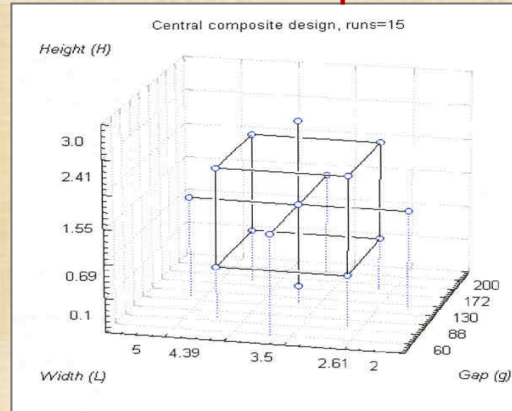
# PROCESSUS DESIGN : exemple

pompe d'assistance ventriculaire

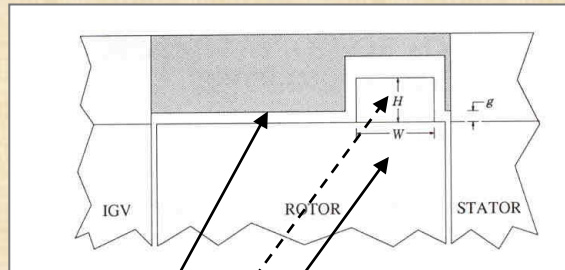
design expérimental : 15 essais  
central composite



d : diamètre : 22 mm



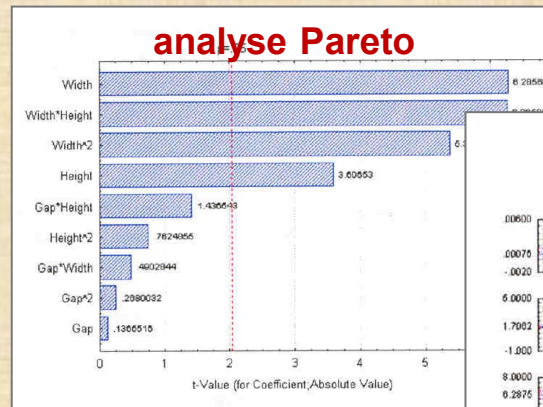
essai	X1	X2	X3	Y1	Y2	Y3	Y4
1							
2							
3							
...							
15							



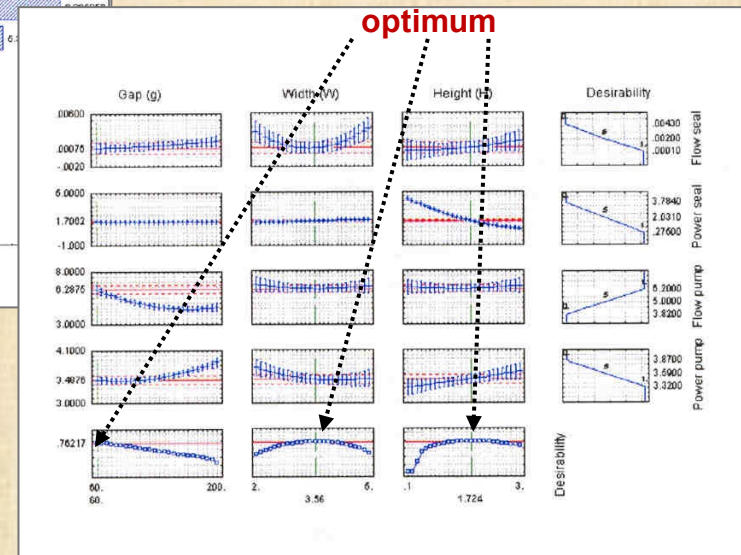
X1 : g = gap 60 à 200

X2 : W = width 2 à 6

X3 : H = height 1 à 3



optimisation simultanée:



valeurs optimales de X1 - X2 - X3 ?

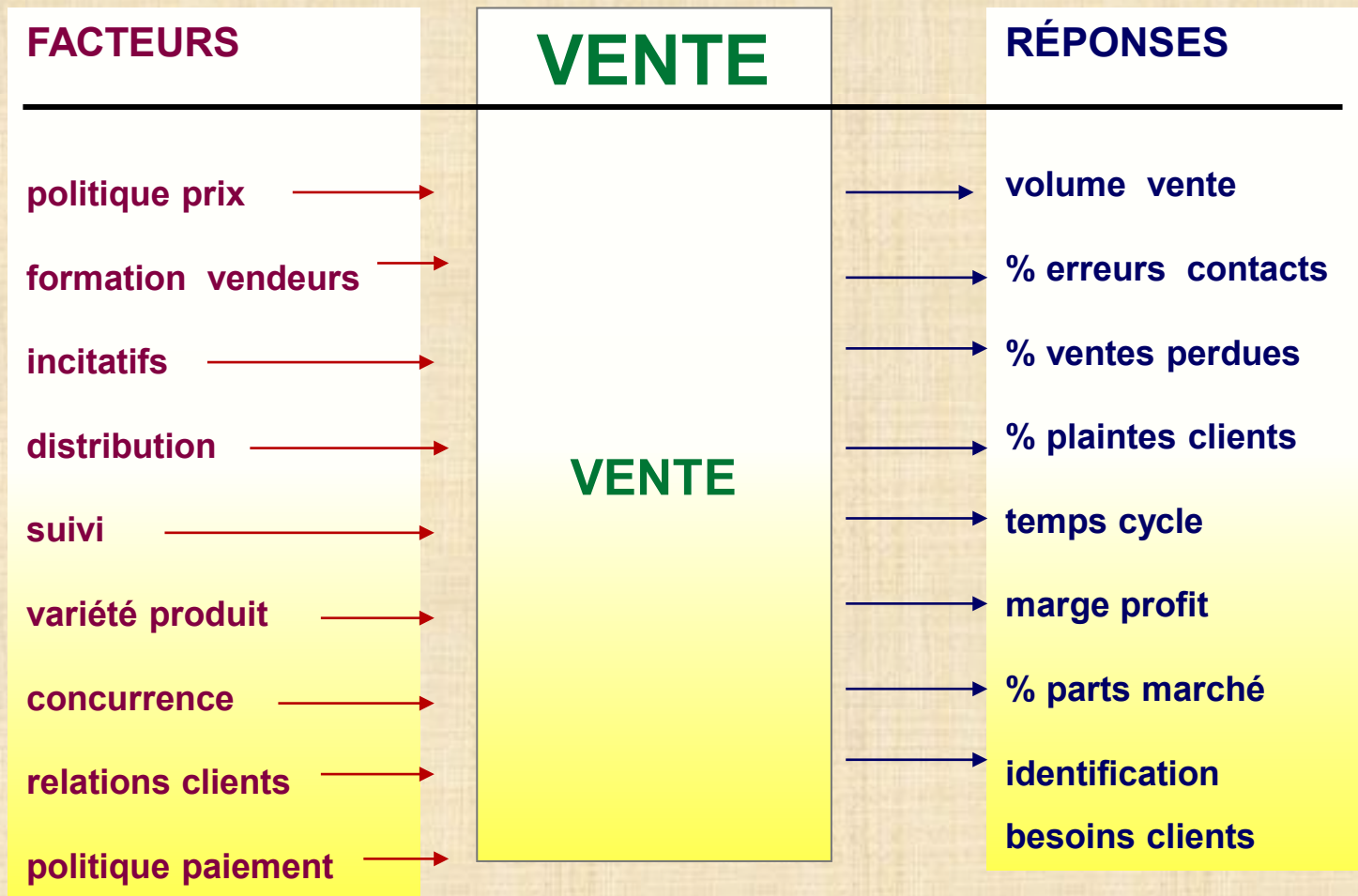
Min Y1 étanchéité flux

Max Y2 puissance enveloppe

Max Y3 flux pompe

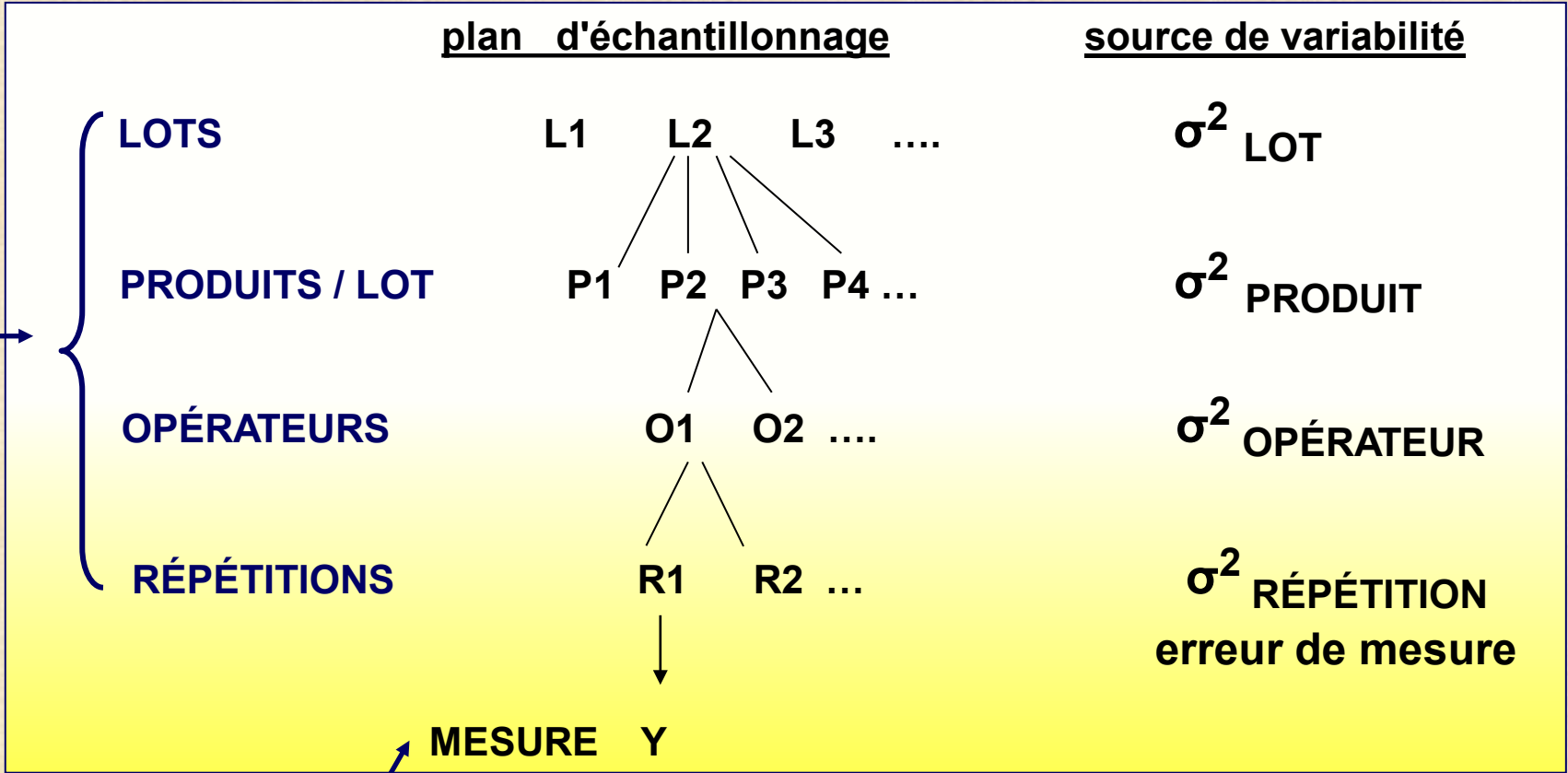
Min Y4 puissance pompe

# PROCESSUS ADMINISTRATIF : exemple



# PROCESSUS MESURAGE : exemple

FACTEURS



RÉPONSE

# ENTREPRENDRE UN PROJET D'EXPÉRIMENTATION

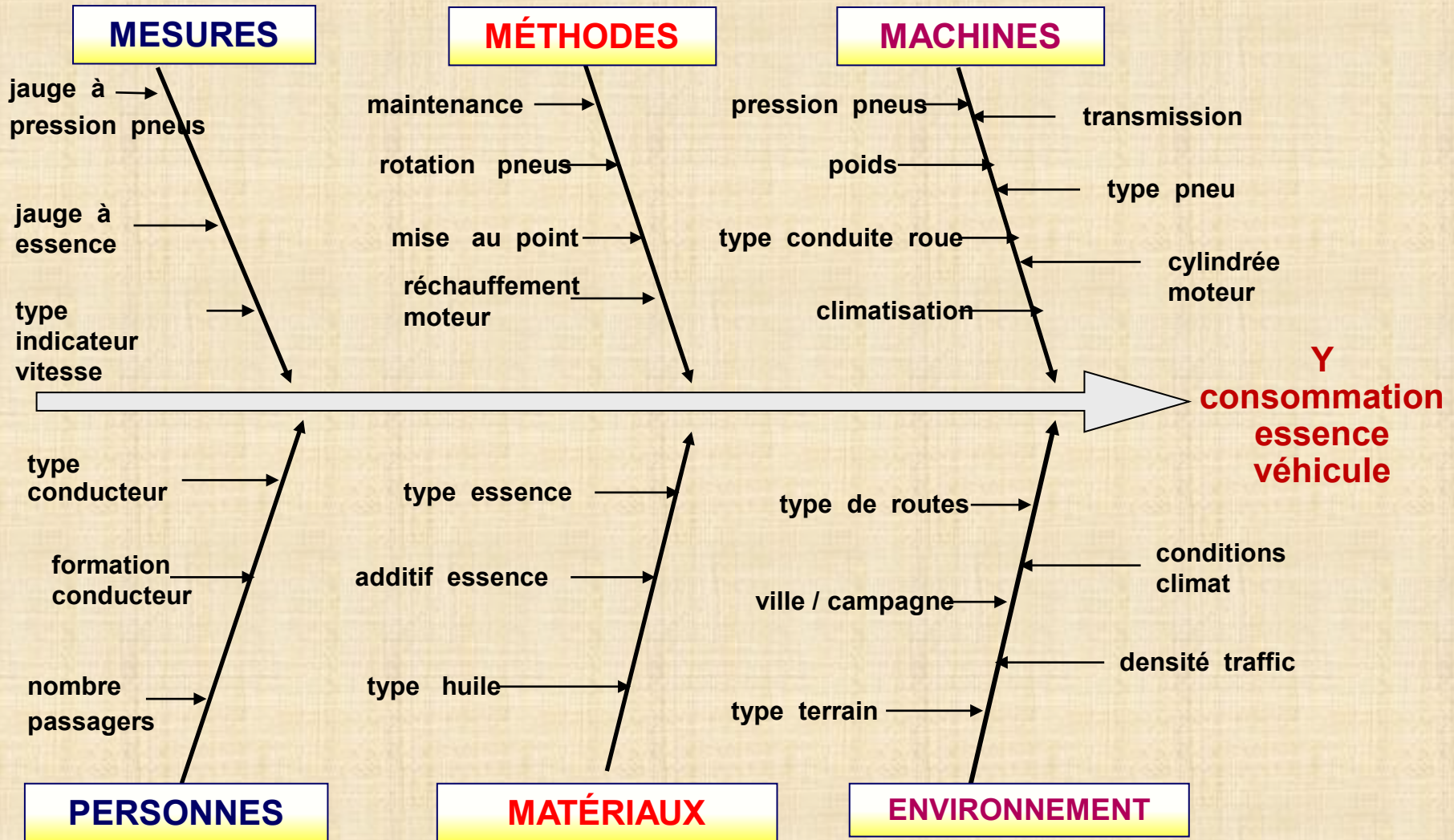
## approche TOP DOWN

1. Décrire sommairement (diagramme de flux) du processus (produit ou procédé de fabrication) qui fera l'objet du projet d'expérimentation.  
produit : conception / re conception / modification  
procédé fabrication : conception / modification
2. Définir le but principal de l'expérience (penser aux réponses) et les objectifs associés.
3. Identifier la ou les variables de réponse (variables output du processus).
4. Identifier l'ensemble de tous les facteurs pouvant affecter la (les) variables de réponse.  
suggestion : faire un diagramme d'Ishikawa (causes à effet)
5. identifier les facteurs qui seront maintenus constants au cours des essais.
6. Identifier les facteurs (variables primaires) que l'on fera varier au cours des essais.



# ENTREPRENDRE UN PROJET D'EXPÉRIMENTATION (suite)

## Identification / représentation des FACTEURS : diagramme d'Ishikawa



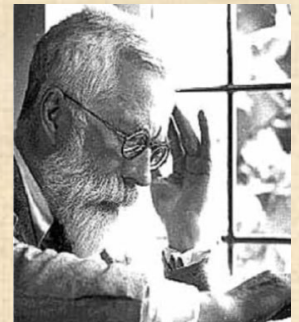
7. Préciser s'il y a des facteurs (variables) secondaires nuisibles connus qui seront contrôlés. **remarque : différence entre 6 et 7 ?**  
**Facteurs primaires** : ceux qui sont à l'origine du projet  
**Facteurs secondaires nuisibles** : ceux qui varient en cours d'expérimentation et que l'on ne peut pas maintenir constants.  
Si on peut les contrôler (fixer) alors on peut construire un **plan en blocs** qui permet de neutraliser leurs effets réels ou non sur la réponse.
8. Identifier les **variables (facteurs) non contrôlées mais que l'on peut mesurer**. Ils sont tenu en compte à titre de covariables lors de l'analyse des données de l'expérience.
9. Préciser la **valeur minimale** et la **valeur maximale** (intervalle de variation) de chaque facteur primaire quantitatif que l'on fera varier au cours des essais.  
**remarque** : explorer le plus grand espace possible mais éviter les régions problématiques
10. Préciser la liste des modalités de chaque facteur primaire qualitatif.  
**remarque** : 9 et 10 constitue l'espace d'expérimentation qui sera explorer avec les essais

# ENTREPRENDRE UN PROJET D'EXPÉRIMENTATION (suite)

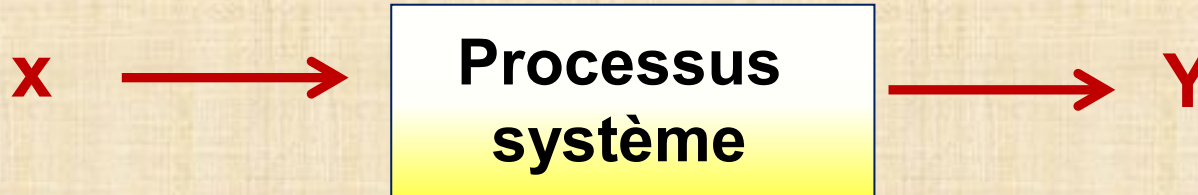
11. Anticiper la relation (augmentation / diminution) de la réponse avec chaque facteur
12. **Préciser comment seront mesurés les variables de réponse.**  
**remarque** : une étude du processus de mesurage est-elle nécessaire?
13. Selon l'état des connaissances sur le processus, proposer un ou plusieurs plans :  
**plan de tamisage** pour séparer les facteurs importants et ceux qui ne le sont pas  
séparation claire et nette des effets principaux et des effets d'interaction  
**plan pour l'optimisation** des réponses
14. **Déterminer le nombre de répétition (n) de chaque essai.**
15. Considérer l'ajout d'essais au centre de l'espace expérimental.
16. **Existe-t-il des relations mathématiques connues entre la réponse et les facteurs?**
17. Y a t-il des **RESTRICTIONS À LA RANDOMISATION** complète (**ordre au hasard**) des essais?  
**remarque** : certains facteurs sont-ils difficiles à changer?
18. **Préciser tous les détails (protocole expérimental) pour l'exécution des essais.**
19. Prévoir un budget et un échéancier pour le projet.  
Inclure des tests pour valider la ou les solutions résultant du projet.

*« To consult the statistician after an experiment is finished is often merely to ask him to conduct a post mortem examination. He can perhaps say what the experiment died of. »*

Sir Ronald Fisher (1890-1962)



# ENTREPRENDRE UN PROJET D'EXPÉRIMENTATION (suite)



Identifier le RÔLE (entrée / sortie) des variables

**RÔLE** Y : variables dépendantes (sortie) qui seront mesurées

X : variables contrôlées que l'on fera varier selon un plan d'expérimentation

Préciser le TYPE (continues / catégoriques) des variables impliquées

Synonymes ingénieurs et scientifiques emploie le terme PARAMÈTRE plutôt que VARIABLE

Y : variables dépendantes = variables à expliquer  
= variables de réponse = variable de sortie

X : variables indépendantes = variables explicatives  
= variables d'input = facteurs d'expérimentation

Remarque: en statistique, terme PARAMÈTRE est réservé pour les constantes inconnues dans les modèles



# Design of Experiments Application, Concepts, Examples: State of the Art

B. Durakovic

PEN Vol. 5, No. 3, December 2017, pp.421–439

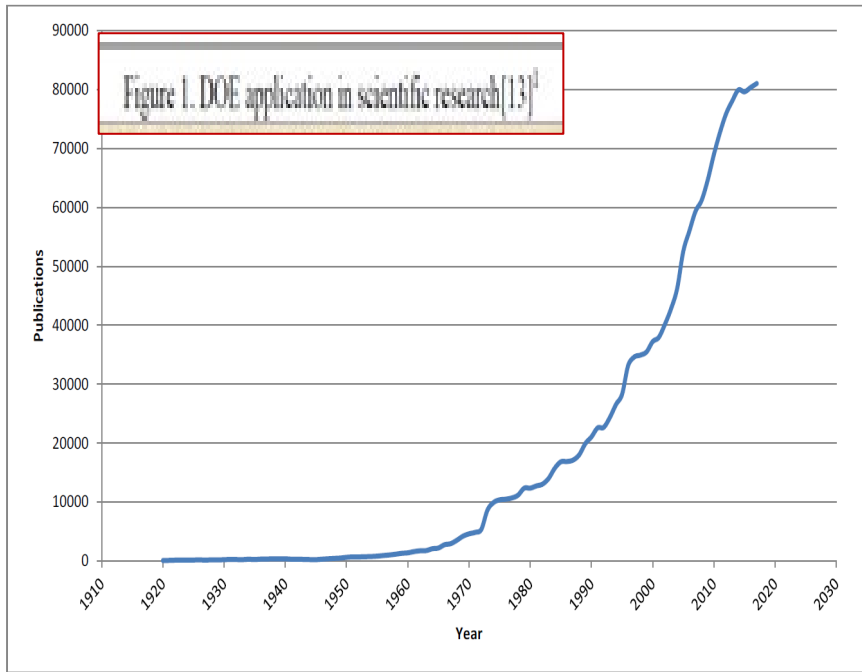


Figure 1. DOE application in scientific research[13]<sup>1</sup>

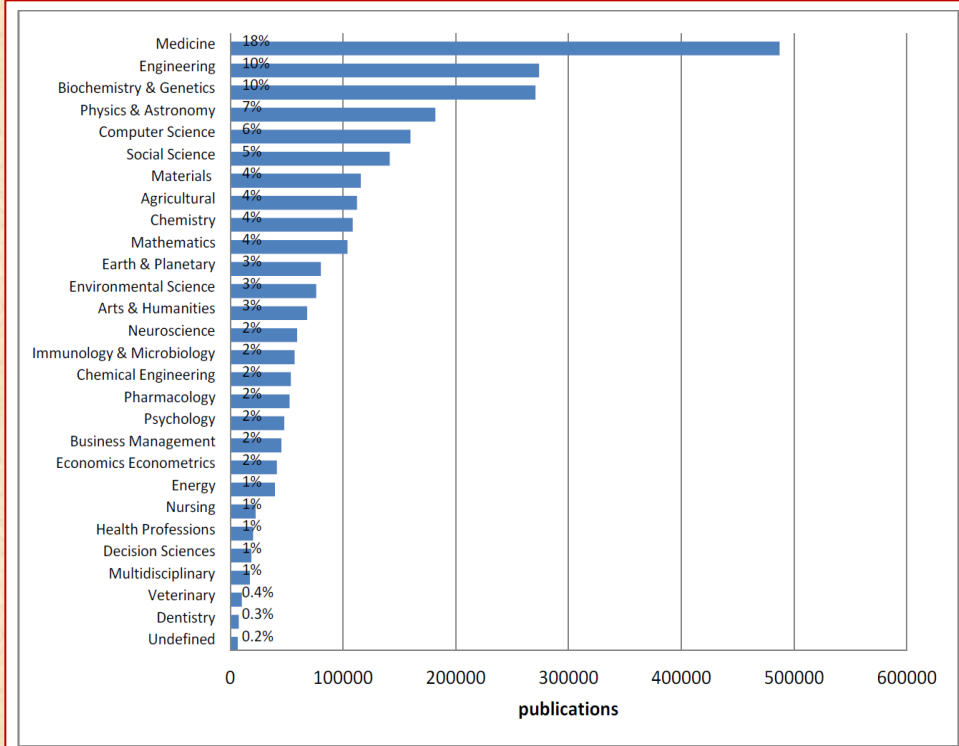


Figure 3. DOE application per scientific area[13]<sup>3</sup>

## ABSTRACT

Design of Experiments (DOE) is statistical tool deployed in various types of system, process and product design, development and optimization. It is multipurpose tool that can be used in various situations such as design for comparisons, variable screening, transfer function identification, optimization and robust design. This paper explores historical aspects of DOE and provides state of the art of its application, guides researchers how to conceptualize, plan and conduct experiments, and how to analyze and interpret data including examples. In addition, this paper reveals that in past 20 years application of DOE have been growing rapidly in manufacturing as well as non-manufacturing industries. It was most popular tool in scientific areas of medicine, engineering, biochemistry, physics, computer science and counts about 50% of its applications compared to all other scientific areas.

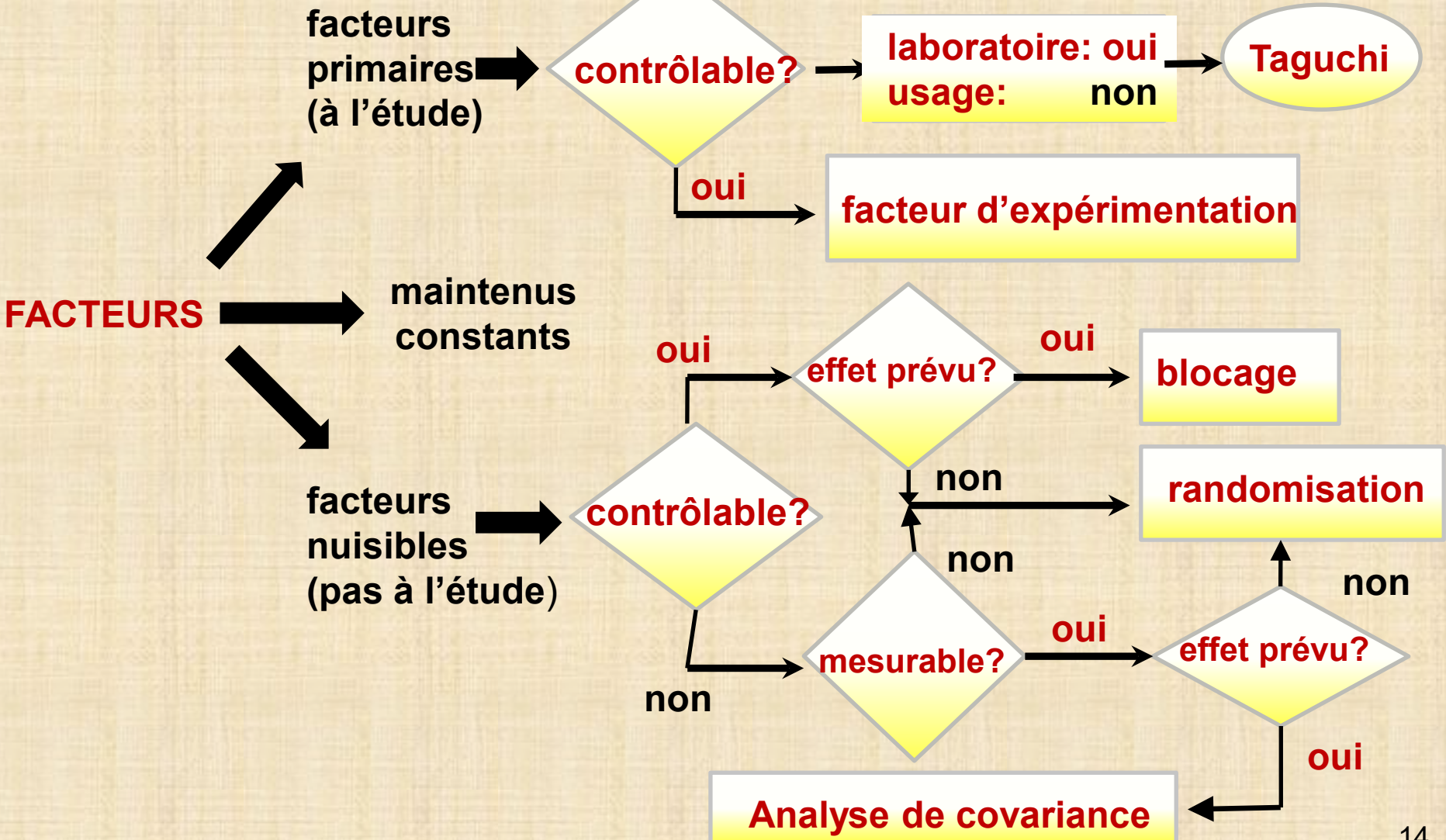
examples. In addition, this paper reveals that in past 20 years application of DOE have been growing rapidly in manufacturing as well as non-manufacturing industries. It was most popular tool in scientific areas of medicine, engineering, biochemistry, physics, computer science and counts about 50% of its applications compared to all other scientific areas.

**Periodicals of Engineering and Natural Sciences**  
Vol 5, No 3, December 2017, pp. 421–439  
Available online at: <http://pen.ius.edu.ba>

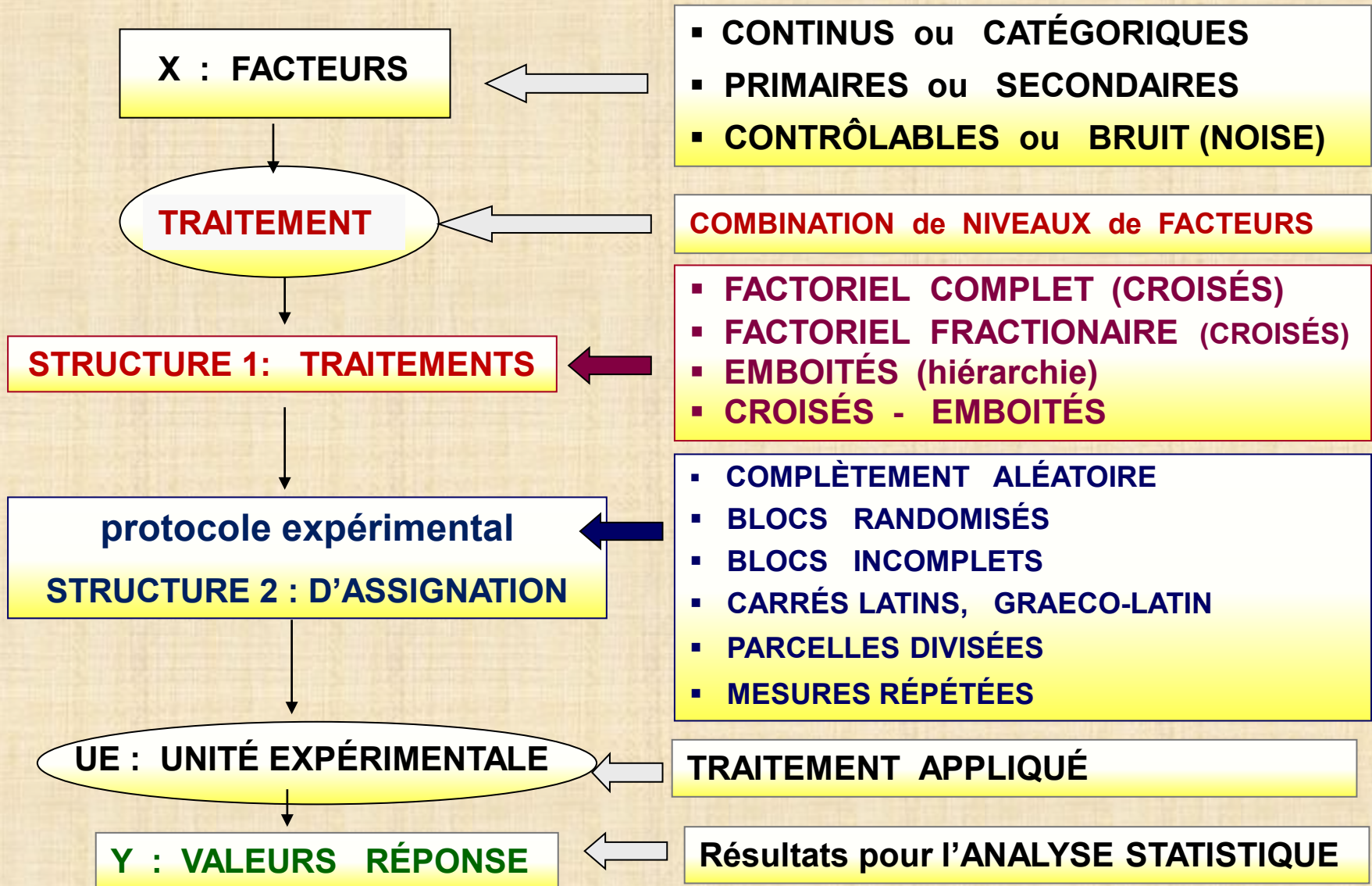


# ENTREPRENDRE UN PROJET D'EXPÉRIMENTATION (suite)

## Rôle des facteurs (variables, paramètres)

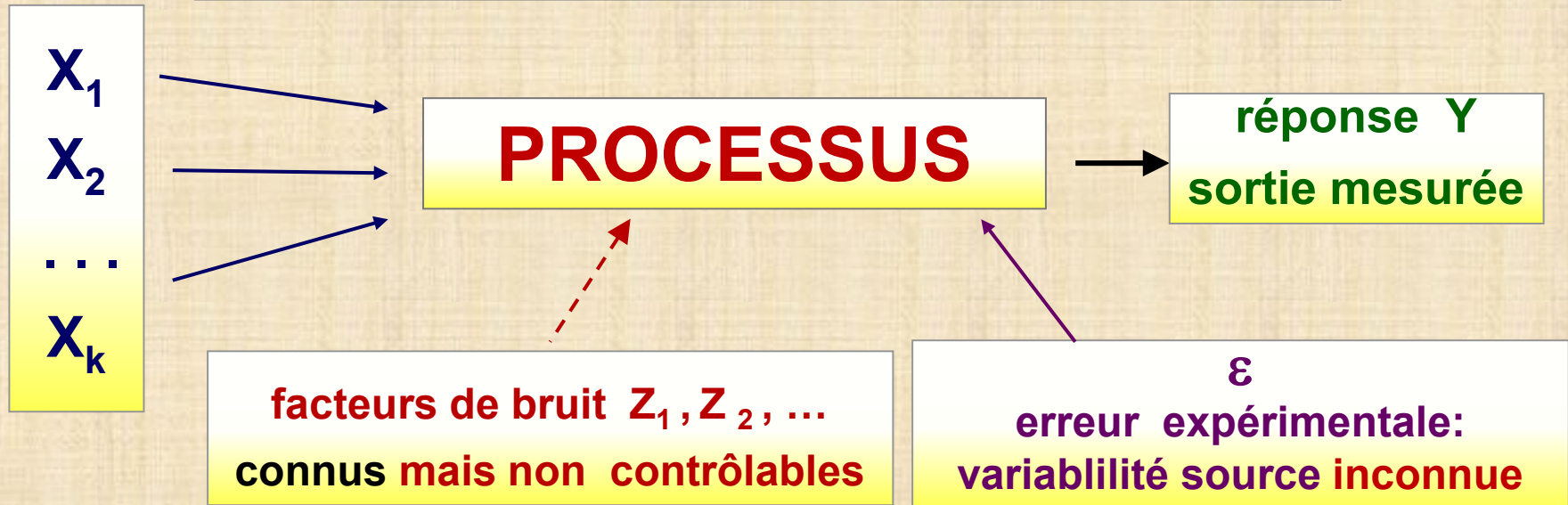


# EXPÉRIMENTATION : 2 structures



# PROCESSUS : approche statistique

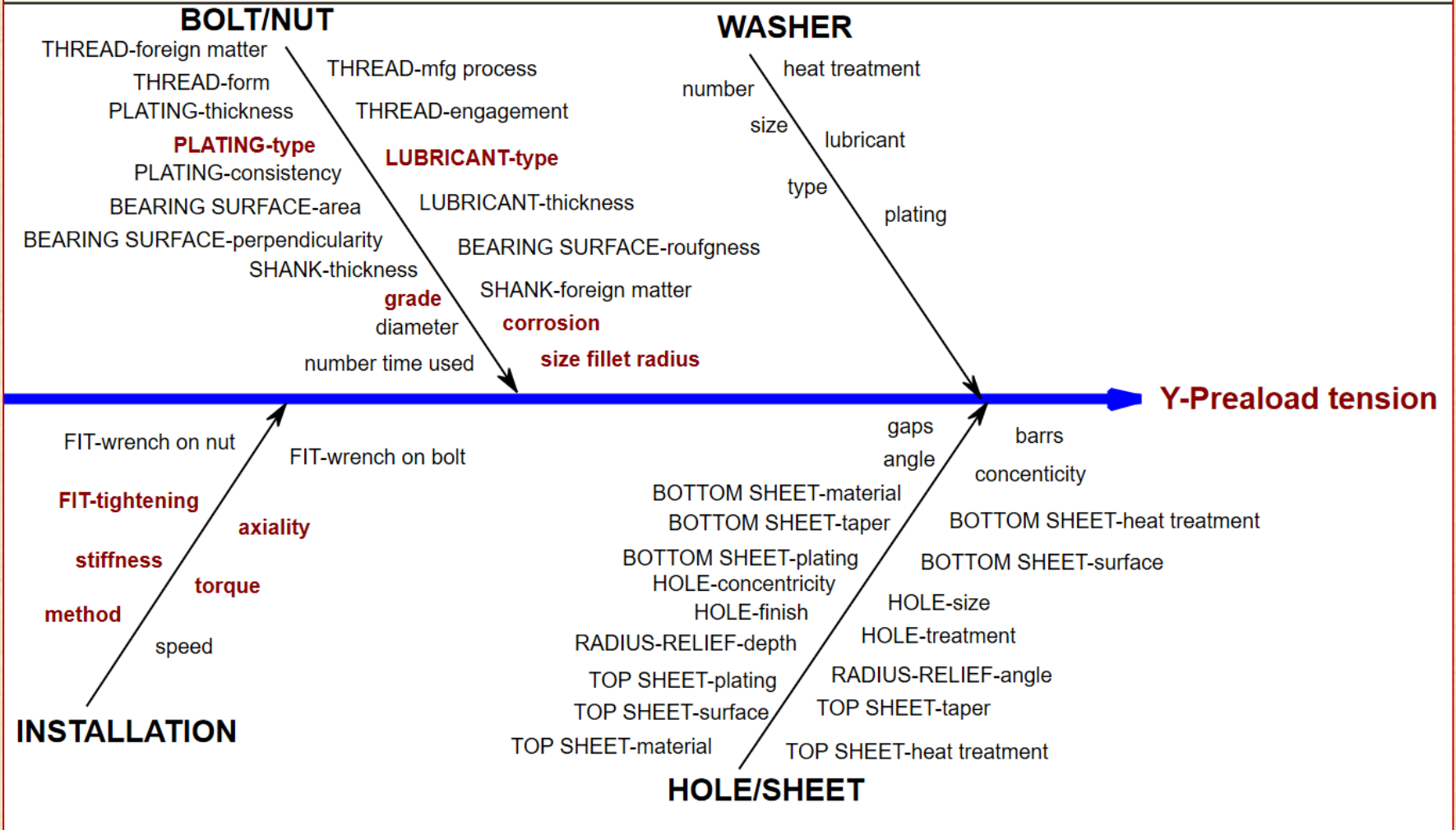
**FACTEURS**  $X_1, X_2, \dots, X_K$  : variables contrôlées  
que l'on fait varier



étude performance processus : à faire avec des données !  
**mode actif : expérimentation - plan de collecte à concevoir**  
**mode passif : observations historiques / observationnelles**

**EXEMPLE : boulonnerie - 10 facteurs à 2 modalités**  
 $2^{10}=1024$  possibilités .... plan complet  
**plan fractionnaire utilisé : 32 essais seulement !**

### Diagram Ishikawa (causes-effet)



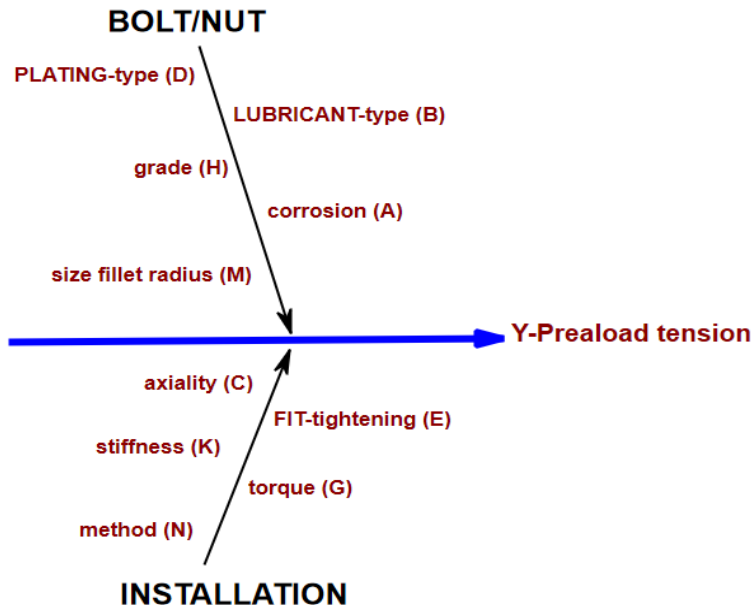
# EXEMPLE : boulonnerie

**10 facteurs** furent retenus pour le projet d'expérimentation

2 sont continus (C, E) + 8 catégoriques (A, B, D, G, K, K, M, N)

nombre d'effets : 10 principaux + 45 interactions = 55 effets

Diagram Ishikawa (causes-effet)



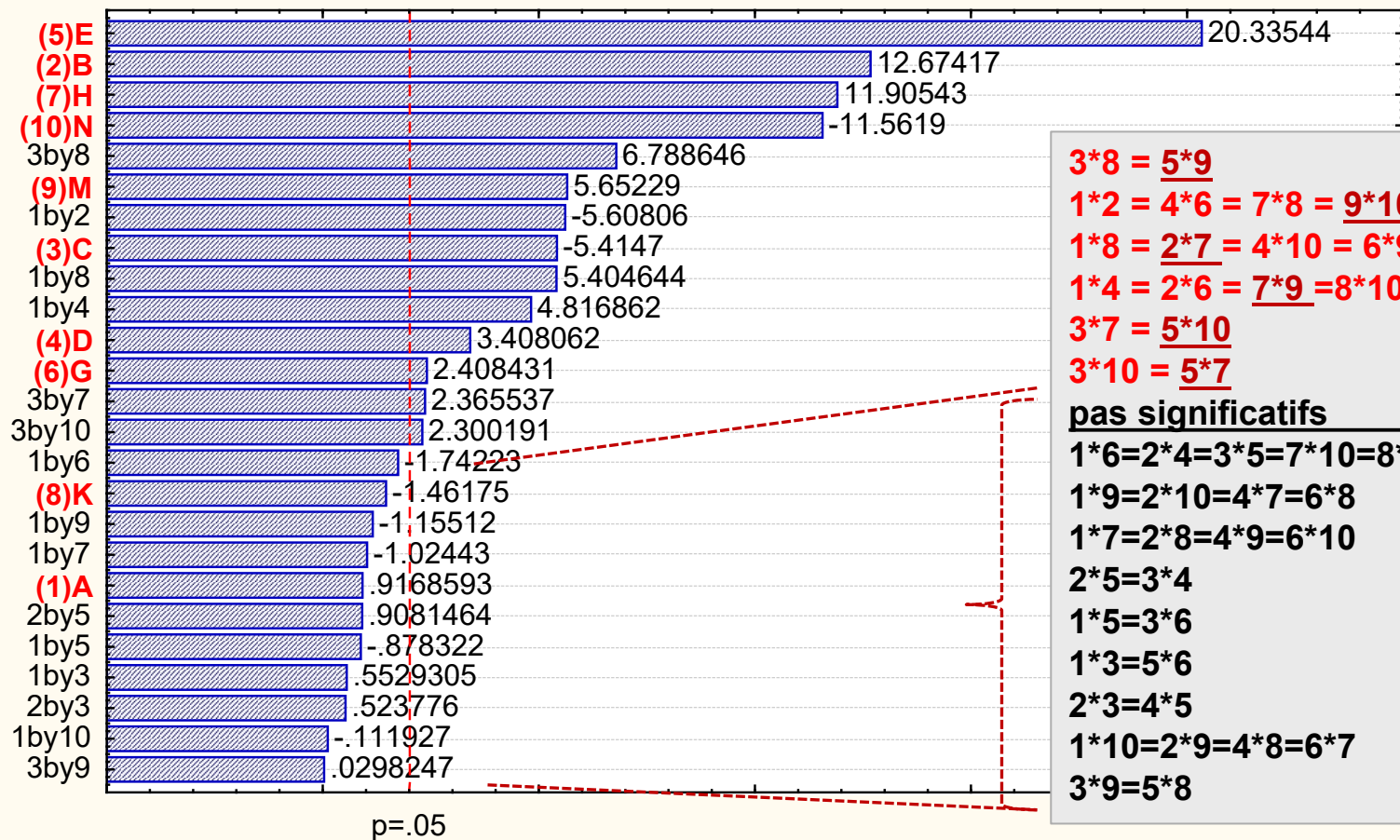
NO	LETTRE	TYPE	NOM	modalité 1	modalité 2
1.....	A.....	catégorique	Corrosion.....	tel quel.....	3.5% solution saline
2.....	B.....	catégorique	Lubrifiant.....	tel quel.....	MoS <sub>2</sub>
3.....	C.....	continu	Axialité.....	5°.....	0°
4.....	D.....	catégorique	Placage.....	tel quel.....	surface Zinc
5.....	E.....	continu	Couple.....	50% du tableau	75% du tableau
6.....	G.....	catégorique	Serrages.....	1.....	4
7.....	H.....	catégorique	Grade boulon	5.....	8
8.....	K.....	catégorique	Raideur du joint	Solide.....	ressort
9.....	M.....	catégorique	Filetage.....	Plein.....	moitié
10.....	N.....	catégorique	Méthode installation	clé à molette.....	clé électrique

**PLAN : plan  $2^{10-6}$  base + plan  $2^{10-6}$  réfléchi / n = 3 : 96 essais**



# Exemple-6.5 : plan $2^{10-6}$ base + plan $2^{10-6}$ réfléchi / n = 3 : 96 essais

Pareto Chart of Standardized Effects; Variable: Y  
 10 factors at two levels; MS Residual=37.10356  
 DV: Y: reponse



$3*8 = 5*9$   
 $1*2 = 4*6 = 7*8 = 9*10$   
 $1*8 = 2*7 = 4*10 = 6*9$   
 $1*4 = 2*6 = 7*9 = 8*10$   
 $3*7 = 5*10$   
 $3*10 = 5*7$   
**pas significatifs**  
 $1*6=2*4=3*5=7*10=8*9$   
 $1*9=2*10=4*7=6*8$   
 $1*7=2*8=4*9=6*10$   
 $2*5=3*4$   
 $1*5=3*6$   
 $1*3=5*6$   
 $2*3=4*5$   
 $1*10=2*9=4*8=6*7$   
 $3*9=5*8$

Effect Estimate (Absolute Value)

p=.05

## QUESTIONS

## RÉPONSES

Quel est le **PLAN** de collecte de données ?

plans statistiques  
d'expériences (DOE)

Quelles sont les variables **CRITIQUES X** ?

plans tamisage

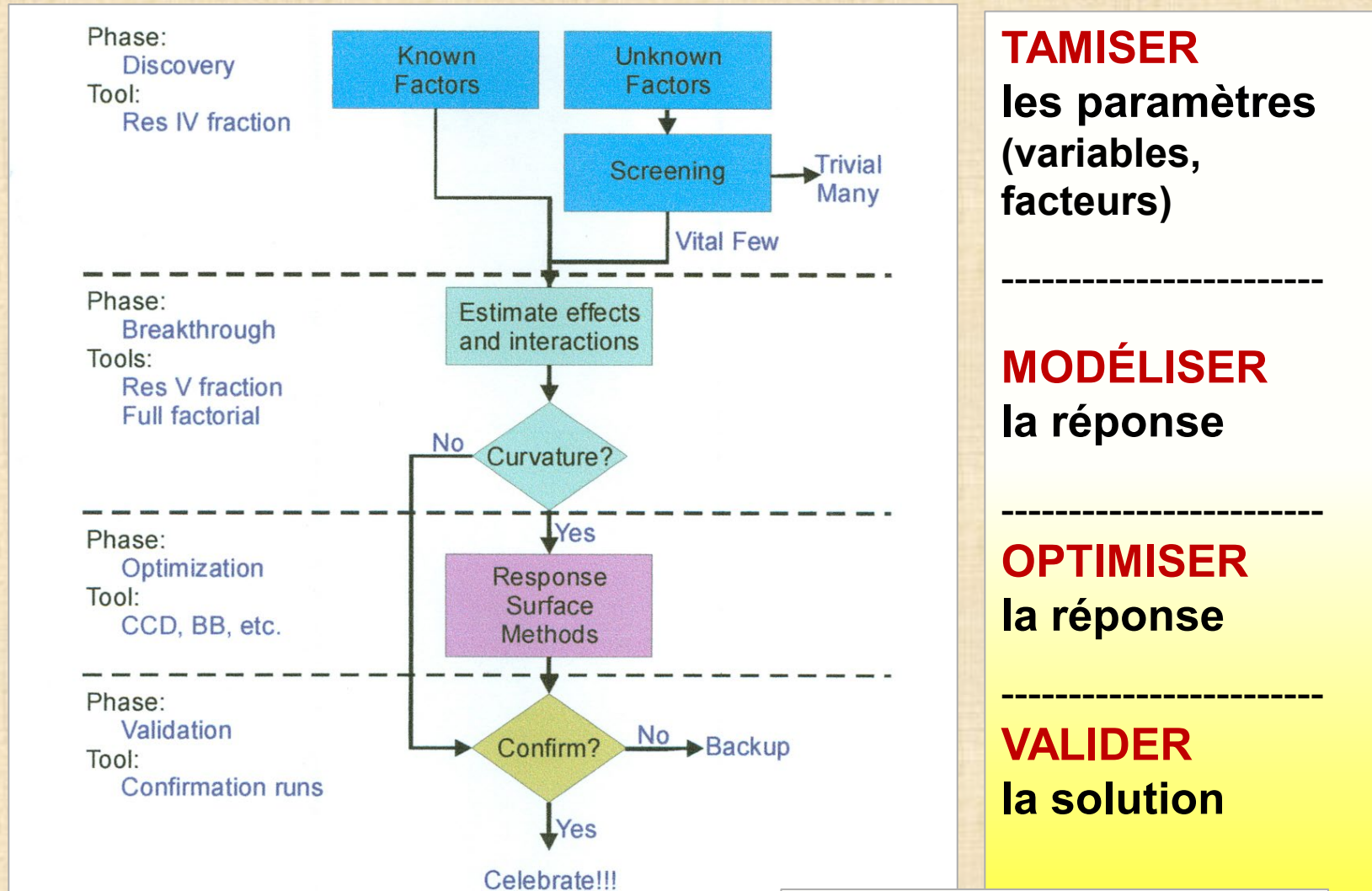
Quelle est la **FONCTION de TRANSFERT f**  
entre les variables critiques **X**  
et la variable de réponse variable **Y** ?

**MODÉLISATION**  
 $f = ?$   
 $X \longrightarrow Y$

Comment **CONTRÔLER** la réponse **Y**  
à un niveau désiré ?  
nominal - maximum - minimum  
en fixant les variables **X** à  
des niveaux spécifiques (à déterminer) ?

**CONTRÔLE**  
et  
**OPTIMISATION**

# STRATÉGIE EXPÉRIMENTALE



**TAMISER**  
les paramètres  
(variables,  
facteurs)

**MODÉLISER**  
la réponse

**OPTIMISER**  
la réponse

**VALIDER**  
la solution

Figure 1: Strategy of Experimentation

M. J. Anderson, P. J. Whitcomb, (AQC 2004)  
Screening Process Factors in the  
Presence of Interactions

# DONNÉES d'expérimentation : mode actif



## Exemple 1.1 : fabrication tige plastique extrudée

### FACTEURS

X1 : vitesse (rpm) 100 – 200

X2 : température (C) 250 – 300

X3 : durée ( min) 5 – 10

X4 : pression (psi) 15 - 30

### RÉPONSES objectif

Y1 : productivité ( pi/hr) **MAXiMUM**

Y2 : diamètre (cm)  
visé : 2.54 ± 0.03 **NOMiNAL**

Y3 : nombre fissures **MiNiMUM**  
visé : < 10 / hr

	FACTEURS				RÉPONSES		
essai	x1	x2	x3	x4	Y1	Y2	Y3
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							

**budget de 20 essais  
quels essais faire?**



# DONNÉES historiques : mode passif

## Exemple 1.2

production de gazoline avec huiles brutes

**données historiques** (pas expérimentales)

N . H. Prater, *Petroleum Refiner*

*Experimental Designs in Industry*

(ed. Chew) Wiley 1956 pp 109-137

Y : rendement production gazoline  
( % de l'huile brute )

n = 32 observations

X1 : gravité huile brute ( deg. API )

X2 : pression vapeur ( PSIA )

X3 : ASTM point 10% ( deg. F )

X4 : point sortie gazoline ( deg. F )

1 ID	2 X1	3 X2	4 X3	5 X4	6 Y
1	38,4	6,1	220	235	6,9
2	40,3	4,8	231	307	14,4
3	40,0	6,1	217	212	7,4
4	31,8	0,2	316	365	8,5
5	40,8	3,5	210	218	8,0
6	41,3	1,8	267	235	2,8
7	38,1	1,2	274	285	5,0
8	50,8	8,6	190	205	12,2
9	32,2	5,2	236	267	10,0
10	38,4	6,1	220	300	15,2
11	40,3	4,8	231	367	26,8
12	32,2	2,4	284	351	14,0
13	31,8	0,2	316	379	14,7
14	41,3	1,8	267	275	6,4
15	38,1	1,2	274	365	17,6
16	50,8	8,6	190	275	22,3
17	32,2	5,2	236	360	24,8
18	38,4	6,1	220	365	26,0
19	40,3	4,8	231	395	34,9
20	40,0	6,1	217	272	18,2
21	32,2	2,4	284	424	23,2
22	31,4	0,2	316	428	18,0
23	40,8	3,5	210	273	13,1
24	41,3	1,8	267	358	16,1
25	38,1	1,2	274	444	32,1
26	50,8	8,6	190	345	34,7
27	32,2	5,2	236	402	31,7
28	38,4	6,1	220	410	33,6
29	40,0	6,1	217	340	30,4
30	40,8	3,5	210	347	26,6
31	41,3	1,8	267	416	27,8
32	50,8	8,6	190	407	45,7



# EXPÉRIMENTATION : applications

## L'expérimentation (série de tests) est nécessaire

- caractériser et optimiser les procédés
- évaluer les propriétés des matériaux / designs / systèmes
- déterminer les tolérances des composantes / systèmes
- réduire temps pour le design des produits
- qualifier les procédés de fabrication
- améliorer la fiabilité des produits
- obtenir des produits et des procédés robustes

## Toutes les expériences sont planifiées mais

- beaucoup sont mal planifiées
- certaines sont bien planifiées en utilisant la planification statistique des essais  
**DOE : Design Of Experiment**

# EXPÉRIMENTATION : étapes du processus

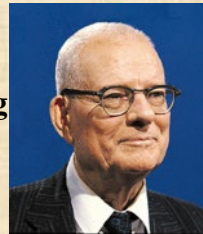
PHASE	ÉTAPES
P: planifi - cation	1 Définir PROCESSUS / problématique / objectifs
	2 Choisir les variables de RÉPONSE (S) Y à mesurer
	3 Choisir les VARIABLES facteurs X et l'espace de variation
D: exécution	4 Choisir et comparer des PLANS EXPÉRIMENTAUX
	5 PRÉPARER pour l'expérience
	6 CONDUIRE l'expérience
S: analyse	7 ANALYSE statistique des résultats
A: transfert	8 AGIR avec les conclusions de l'analyse

quel plan ?

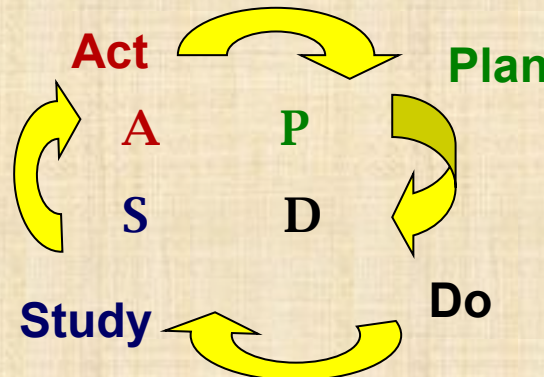
W. Shewhart  
1891-1967



W. E. Deming  
1900-1993

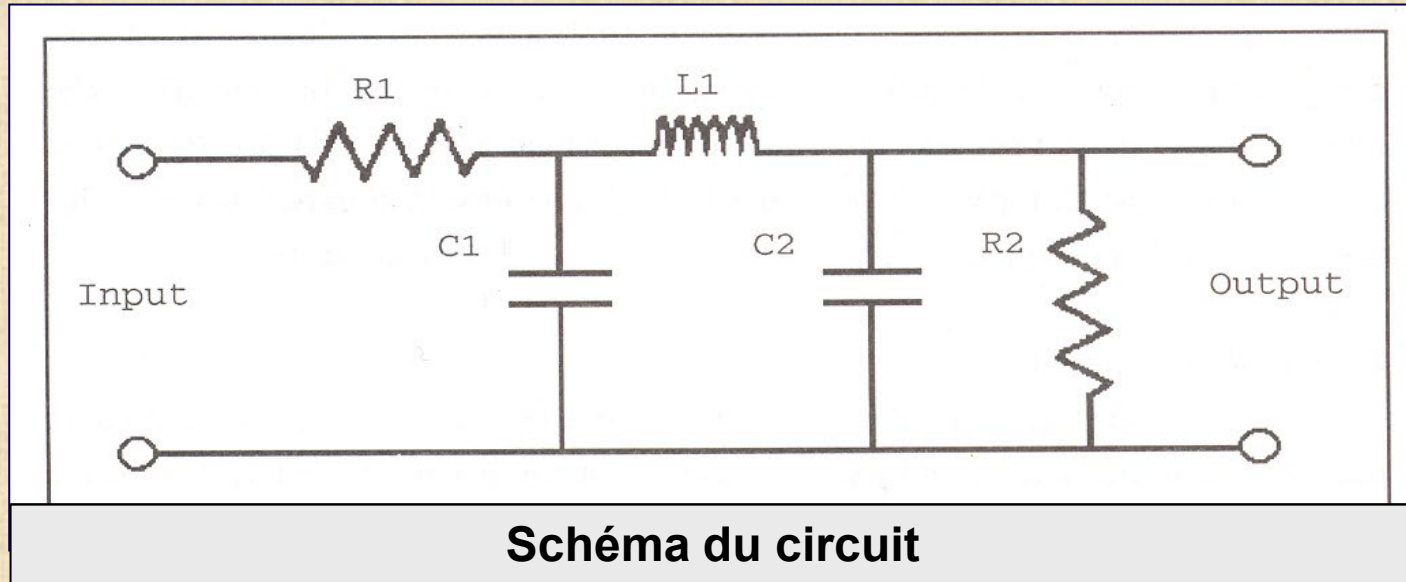


roue PDSA  
Shewhart - Deming



## Ex-1.3 Survol d'un cas : conception d'un filtre analogique (1/6)

Design Analog Filter Circuit With a Bandwidth of 4 MHz for Parallel Video Channels Receiver  
D. M Fisk, Texas Instruments Inc., Schmidt and Launsby p. 8-235



**Tableau 1 : exigences du filtre**

Réponse	Target	Tolerance	Type
Rise Time	90 nsec	$\pm 10$ nsec	nominal is best
Delay	0.0 nsec	+ 5 nsec	lower the better
Overshoot	0	+ 1%	lower the better
DC Gain	0.50	$\pm 0.05$	nominal is best
DC Input Imped.	100 ohms	$\pm 20$ ohms	nominal is best

## Ex-1.3 Survol d'un cas : conception d'un filtre analogique (2/6)

**Tableau 2 : valeurs initiales cibles (target) des composants**

Comp	Target	Tolérance	Comp	Target	Tolérance
R1	50 ohms	-	R source	1 ohm	-
C1	1753 pF	-	R etch	0.16 ohm	-
L1	1.93 uH	-	C etch	1 pF	-
C2	268 pF	-	L etch	5 nH	-
R2	50 ohms	-	R capacitor	10 M ohms	-
			C inductor	1 pF	-

(paramètres de contrôle) (paramètres de bruit « noise »)

### 1 test - valeurs tableau 2 (SPICE)

- Rise time = 87      Delay = 0.0      **Overshoot = 1.23%**
- DC Gain = 0.50      DC Imp = 100
- **Pas d'information sur les variations de chaque réponse.**
- **suppose que composants parfaits (sur la valeur cible).**
- **Prédiction du DPU (Defect Per Unit)**  
**exige de l'information sur la variabilité.**



## Ex-1.3 Survol d'un cas : conception d'un filtre analogique (3/6)

### Méthodes pour l'étude de la variabilité

Simulation Monte Carlo : calcul de la réponse (programme)

Planification d'expériences (DOE)

**Tableau 3 : résultats simulation (SPICE)**

Réponse	moyenne	écart type	Cp / Cpk
Rise Time	89.4	1.06	3.15 / 2.96
Delay	0.0	1.22	1.37 / 1.37
Overshoot	0.714	0.257	1.30 / 0.37
DC Gain	0.488	0.0036	4.63 / 3.52

**DPU = 0.134 performance inacceptable**

**Plan d'essais sur les variables R1 – C1 – L1 – C2 – R2**

**Tableau 4 : variation des facteurs**

Comp	unité	min	max
R1	ohms	45	55
C1	pF	1577	1928
L1	uH	1.544	2.316
C2	pF	241	295
R2	ohms	45	55

# Ex-1.3 Survol d'un cas : conception d'un filtre analogique (4/6)

## Plan central composite

33 essais n = 4 répétitions

avec le

Simulateur SPICE

chaque facteur varie à 5 modalités

-2 -1 0 1 2 (valeurs codées)

## Analyse

Modèles polynomiaux  
du 2<sup>ème</sup> degré

## Optimisation

C1 et L1 sont les paramètres critiques  
des 4 réponses

courbes contour : optimum trouvé

valeurs finales des composants

et tolérance

Simulation Monte Carlo avec SPICE

Tableau 5 : plan et résultats

1 ID	2 R1	3 C1	4 L1	5 C2	6 R2	7 Rise Time Mean	8 Delay Mean	9 Overshoot Mean	10 Gain Mean	11 Rise Time std	12 Delay std	13 Overshoot std	14 Gain std
1	-1	-1	-1	-1	1	76,24	57,68	0,000	0,539	0,327	0,152	0,000	0,0031
2	-1	-1	-1	1	-1	73,56	59,36	1,420	0,489	0,423	0,184	0,028	0,0031
3	-1	-1	1	-1	-1	87,51	69,09	3,977	0,487	0,240	0,219	0,038	0,0034
4	-1	-1	1	1	1	85,79	70,03	1,769	0,535	0,376	0,195	0,029	0,0026
5	-1	1	-1	-1	-1	87,98	64,06	0,297	0,486	0,407	0,306	0,034	0,0024
6	-1	1	-1	1	1	90,66	65,27	0,000	0,535	0,680	0,313	0,000	0,0030
7	-1	1	1	-1	1	100,40	74,71	0,506	0,538	0,341	0,141	0,040	0,0024
8	-1	1	1	1	-1	97,49	76,76	2,849	0,490	0,375	0,211	0,042	0,0032
9	1	-1	-1	-1	-1	78,18	60,02	1,280	0,440	0,486	0,128	0,062	0,0032
10	1	-1	-1	1	1	80,21	61,77	0,000	0,490	0,681	0,308	0,000	0,0025
11	1	-1	1	-1	1	90,77	70,69	1,517	0,491	0,251	0,284	0,050	0,0030
12	1	-1	1	1	-1	88,66	72,53	4,363	0,440	0,242	0,161	0,058	0,0030
13	1	1	-1	-1	1	101,70	66,57	0,000	0,491	0,423	0,176	0,000	0,0012
14	1	1	-1	1	-1	90,88	67,45	0,000	0,441	0,177	0,121	0,000	0,0030
15	1	1	1	-1	-1	102,80	78,16	3,080	0,440	0,255	0,178	0,093	0,0026
16	1	1	1	1	1	104,20	79,16	0,000	0,490	0,716	0,167	0,000	0,0036
17	0	0	0	0	0	89,51	68,67	0,689	0,488	0,645	0,132	0,047	0,0032
18	0	0	0	0	0	89,54	68,80	0,772	0,488	0,108	0,248	0,085	0,0040
19	0	0	0	0	0	89,70	68,70	0,706	0,488	0,544	0,200	0,034	0,0032
20	0	0	0	0	0	89,44	68,70	0,731	0,490	0,433	0,182	0,065	0,0018
21	0	0	0	0	0	89,54	68,71	0,720	0,488	0,377	0,171	0,038	0,0037
22	0	0	0	0	0	89,24	68,72	0,740	0,488	0,352	0,132	0,028	0,0024
23	0	0	0	0	0	89,19	68,73	0,738	0,489	0,468	0,247	0,039	0,0035
24	2	0	0	0	0	93,54	70,77	0,396	0,443	0,299	0,185	0,072	0,0008
25	-2	0	0	0	0	84,52	66,02	1,089	0,543	0,555	0,241	0,036	0,0031
26	0	2	0	0	0	104,40	74,91	0,000	0,487	0,585	0,094	0,000	0,0021
27	0	-2	0	0	0	75,84	61,90	2,422	0,488	0,313	0,158	0,058	0,0031
28	0	0	2	0	0	100,30	78,84	3,076	0,491	0,281	0,171	0,063	0,0031
29	0	0	-2	0	0	82,77	56,75	0,000	0,487	0,679	0,376	0,000	0,0035
30	0	0	0	2	0	87,82	70,02	0,541	0,490	0,579	0,121	0,064	0,0030
31	0	0	0	-2	0	91,24	67,15	1,018	0,490	0,512	0,144	0,065	0,0027
32	0	0	0	0	2	91,82	68,44	0,000	0,535	0,478	0,231	0,000	0,0030
33	0	0	0	0	-2	87,28	68,88	4,070	0,435	0,318	0,267	0,075	0,0024



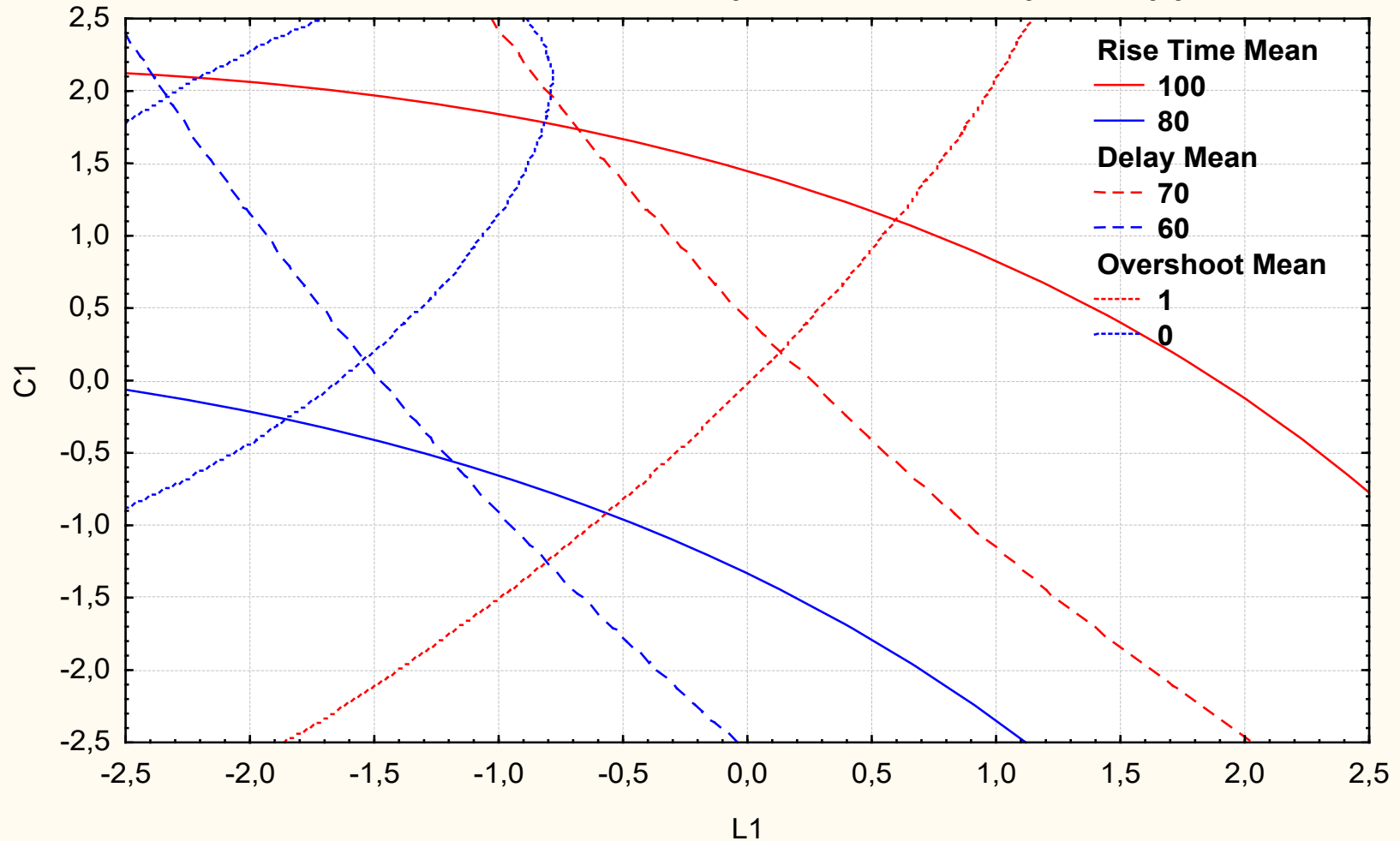
# Ex-1.3 Survol d'un cas : conception d'un filtre analogique (6/6)

3D Contour Plot of multiple variables against L1 and C1

$$\text{Rise Time Mean} = 89,3322 + 4,7196 \cdot x + 7,1796 \cdot y + 0,4843 \cdot x \cdot x - 0,6794 \cdot x \cdot y + 0,1306 \cdot y \cdot y$$

$$\text{Delay Mean} = 68,6292 + 5,5471 \cdot x + 3,2079 \cdot y - 0,2167 \cdot x \cdot x + 0,1206 \cdot x \cdot y - 0,0642 \cdot y \cdot y$$

$$\text{Overshoot Mean} = 0,9817 + 0,884 \cdot x - 0,5183 \cdot y + 0,1736 \cdot x \cdot x - 0,1743 \cdot x \cdot y + 0,0918 \cdot y \cdot y$$

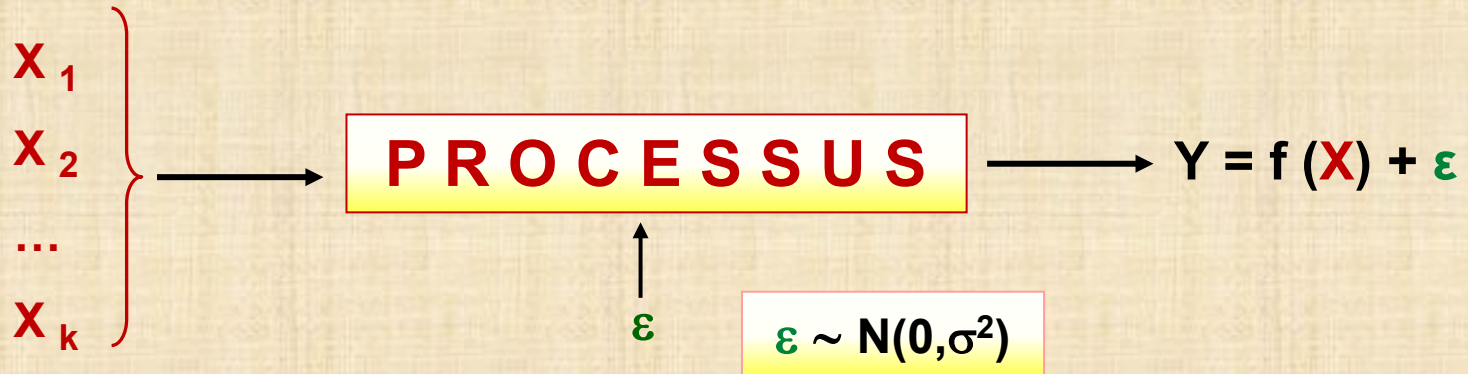




# MODÉLISATION STATISTIQUE

Toute analyse statistique repose sur un **modèle** :

- fonction **f** pour représenter une relation entre input **X** et output **Y**
- hypothèse distributionnelle pour le terme d'erreur  $\varepsilon$



$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_k; \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots) + \varepsilon$$

**f** : fonction inconnue  $\longrightarrow$  approximation polynôme

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots$  : **paramètres statistiques inconnus**

# TYPES de MODÈLES

- $f$  est inconnue  $\rightarrow$  approximation par des fonctions polynomiales
- tous les modèles sont **LINÉAIRES** dans les paramètres  $\beta$

- effets principaux (ordre 1) :  $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k$

- effets principaux et interaction :

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \beta_{12} X_1 X_2 + \beta_{13} X_1 X_3 + \dots$$

- quadratiques (facteurs quantitatifs) : ordre 2

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \beta_{12} X_1 X_2 + \beta_{13} X_1 X_3 + \dots + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2 + \beta_{33} X_3^2 + \dots$$

- variables 0 - 1 : modèles d'analyse de la variance (facteurs catégoriques)

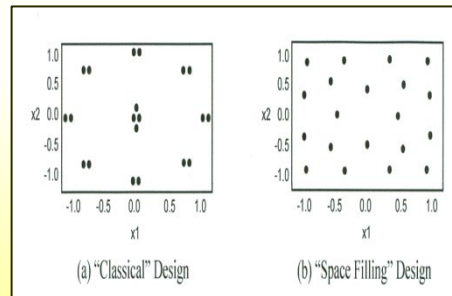
- mixtes : facteurs modalités fixes + facteurs modalités aléatoires

- polynomial ordre  $k$  :  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \dots + \beta_k X^k$

# NOUVEAU : depuis 15-20 ans .....

## Expériences pour codes numériques (éléments finis) Design and Analysis Computer Experiments (DACE)

- **Déterministes (code):** entrées (X) identiques .... sorties (Y) identiques  
concept de répétition ne s'applique pas – pas d'erreur aléatoire
- **Pas de randomisation:** conditions expérimentales parfaitement contrôlées
- **Blocage:** si certaines variables d'entrées discrètes prennent en compte différents scénarios (contextes)
- **Plans classiques:** - faible nombre (2 à 5) de niveaux testés  
- points souvent situés sur les bords du domaine



- **Modèle polynomial:**  $Y = \beta_0 + \sum \beta_i x_i + \sum \beta_{ij} x_i x_j + \sum \beta_i x_i^2 + \varepsilon \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$   
pas le plus approprié ... complexité des modèles mathématiques  
... terme d'erreur  $\varepsilon$  : à revoir

# Expérimentation : numériques vs physiques

## NUMÉRIQUES

- rapide
- peu couteuse
- prédictions?
- Low accuracy

## PHYSIQUES

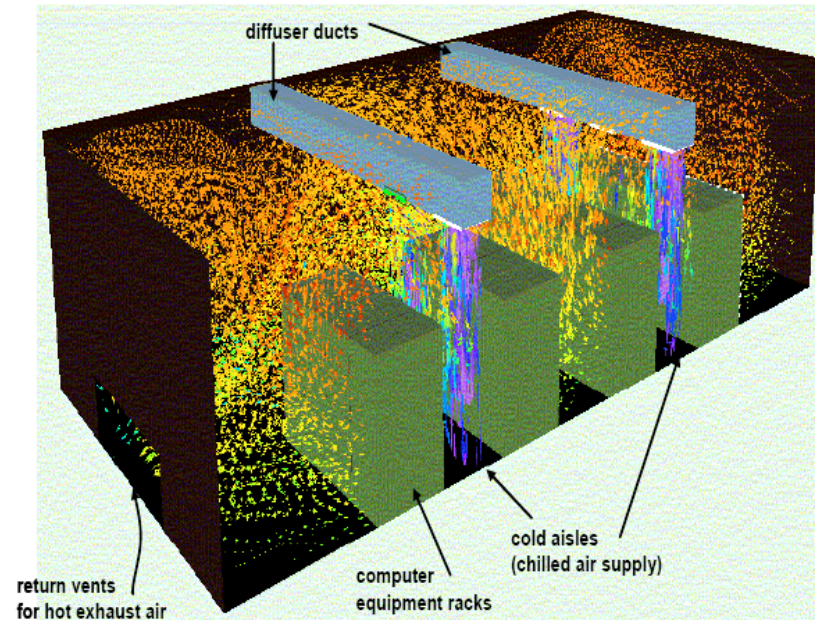
- temps pour construire prototypes
- coût des prototypes
- validité empirique
- High accuracy Experiment

HE: Physical experiment

- Building a large data center costs a few million dollars and takes several months to complete.

LE: Computer simulation based on computational fluid dynamics, Flotherm

- Price for Flotherm: less than \$2000.
- Each run takes hours to complete.
- Result is not as accurate as the physical experiment.





# **ANALYSE STATISTIQUE : étapes**

- 1. Spécification d'un modèle statistique**
- 2. Estimation des paramètres du modèle**
- 3. Décomposition de la variabilité : ANOVA**
- 4. Tests d'hypothèses sur les paramètres**
- 5. Analyse des résidus**
- 6. Si nécessaire : itération des étapes 1 à 5**
- 7. Optimisation de la réponse**
- 8. Représentation graphiques des résultats**

**détails : chapitre 4**

# EXPÉRIMENTATION : stratégies

- **Expériences « best guess »**
  - beaucoup employées
  - réussite occasionnelle mais **désavantages ...**
- **Expériences « VUFAF » : Varier Un Facteur A la Fois**  
**OFAT : One Factor At a Time**  
équivalent à **BOTTOM UP X** (ne pas faire)
  - **faussetment associées** avec la « **méthode scientifique** »
  - incapables de détecter les interactions
  - inefficaces : trop d'essais
  - optimisation erronée
- **Expériences « planifiées statistiquement »**
  - d'expériences factorielles
  - **3 principes fondamentaux de l'expérimentation :**  
**randomisation – répétition - blocage**

# EXPÉRIMENTATION : stratégies

## BONNE stratégie

1. Manipuler plusieurs facteurs simultanément durant les essais.
2. Varier plusieurs facteurs d'un essai à l'autre.
3. Varier chaque facteur avec un petit nombre de modalités (valeurs) :
  - 2 modalités : tamisage (« screening »)
  - 3 à 5 modalités : modélisation et optimisation

## MAUVAISE stratégie

**VUFAF** : **V**arier **U**n **F**acteur **A** la **F**ois

**OFAT** : **O**ne **F**actor **A**t a **T**ime

# EXPÉRIMENTATION : principes

## ■ Randomisation

exécution des essais dans un ordre dicté par le hasard

idée : équilibrer les effets des **variables cachées**

**malveillantes** « lurking variables »

## ■ Répétition

- recommencer l'essai complètement
- pas une relecture de l'appareil de mesure
- améliore la précision de l'estimation des effets
- permet l'estimation directe de l'erreur expérimentale

## ■ Blocage

permet de contrôler les **« facteurs nuisibles »**

**aussi appelés** « facteurs secondaires »

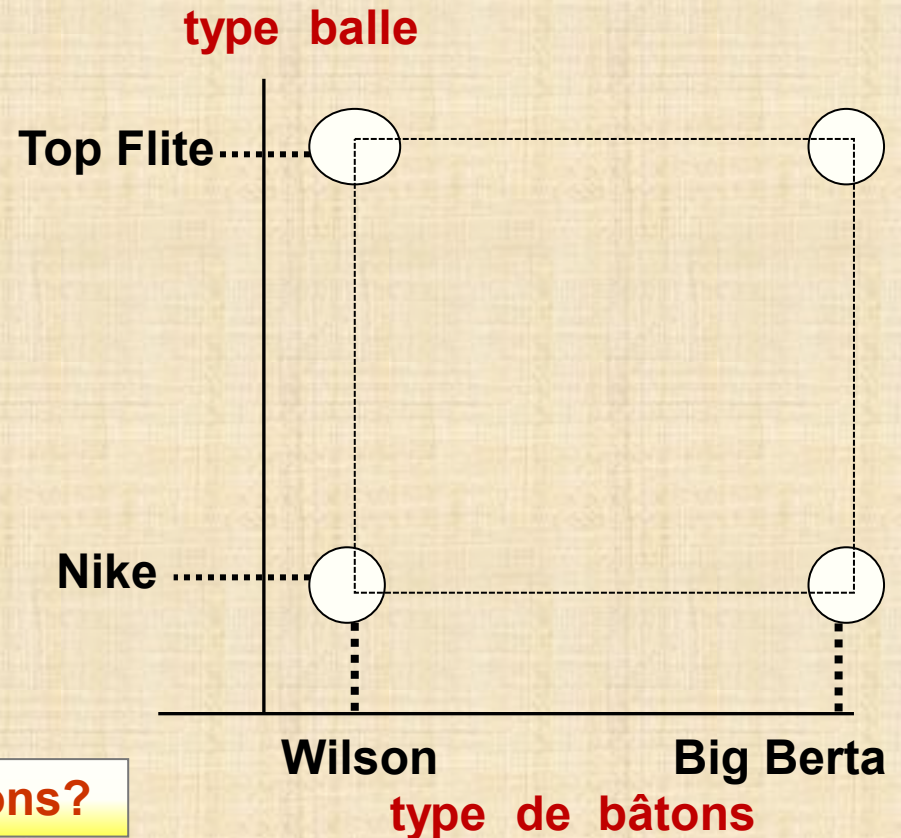


# EXPÉRIENCE FACTORIELLE : croisement des modalités

## Exemple : GOLF

### facteurs

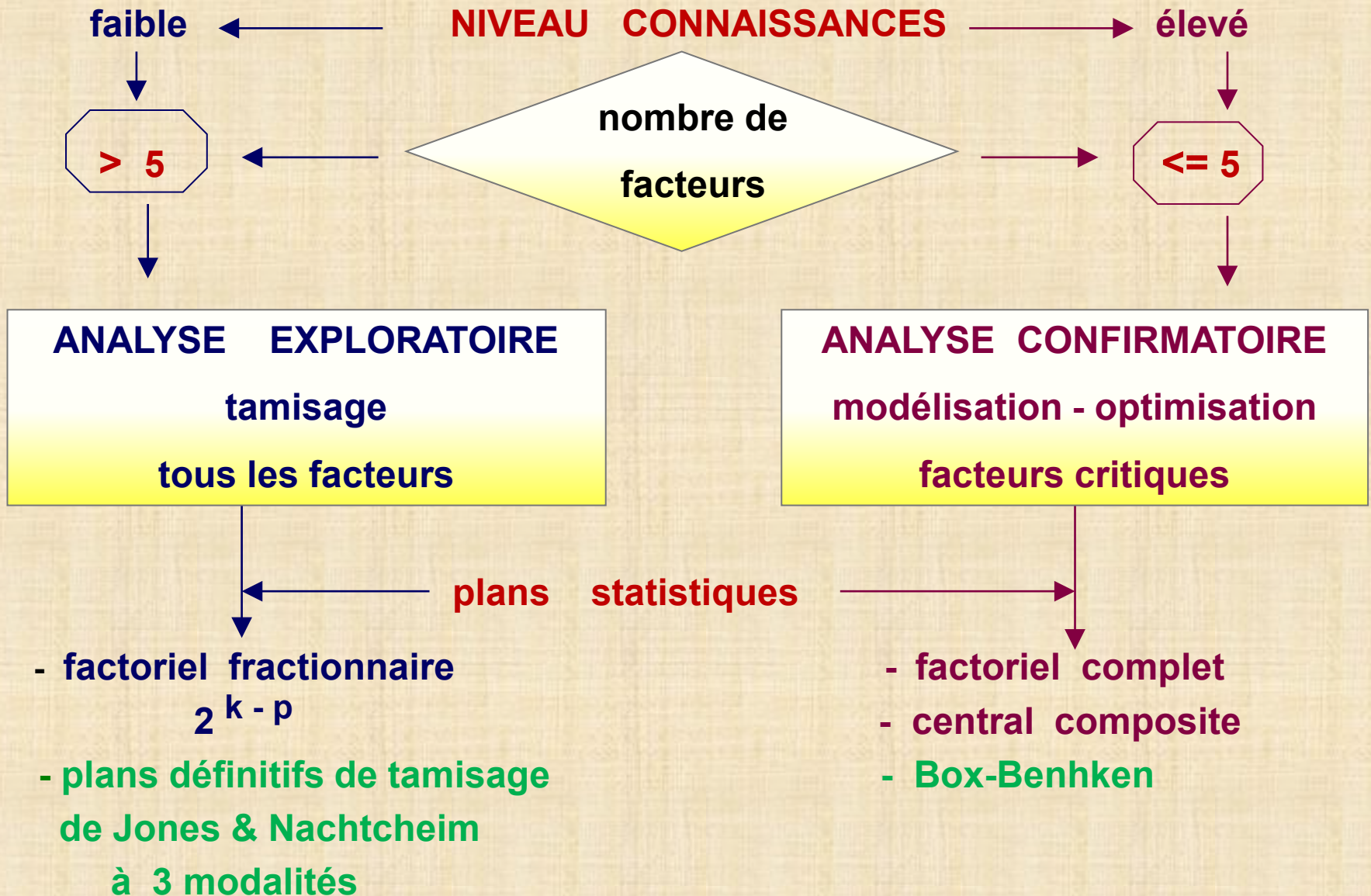
- type de bâtons
- type de balle
- locomotion
- pratique avant
- température
- condition du terrain
- type de terrain
- etc ...



Tester toutes les combinaisons?

inconconvénients? avantages?

# Quel plan statistique?



# UE : UNITÉS EXPÉRIMENTALES = ?

Table 1.3 (continued) **exemples sciences de la vie**

Area	Description of Experiment	Experimental Unit Treatment Response
Laboratory medicine	A comparison of three storage methods of donor blood	Blood bags Storage method pH of the blood
Medicine	A comparison of automated and manual detection of cancer cells in Pap smears	Pap smear Assessment method Cancer cells
Nursing	A study of protocols of care for patients in cardiovascular unit and effect on blood pressure	Patient Care protocol Blood pressure
Nutrition	A study to evaluate the real-world effectiveness of different diets for overweight individuals	Subject Diet Weight loss after 1 year
Pathobiology	A study to determine the survivability of the HIV virus in air by measuring infectious potential after varying lengths of exposure	Virus volumes Time in air Infectivity
Pharmacy	A study to determine the shelf life of a drug in three different kinds of packages	Drug Package type Time

# Étude de 3 facteurs A B C sur une réponse Y

matrice 8 essais

	facteur			effets				réponse
colonne	1	2	3	4	5	6	7	
essai	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	Y
1	-	-	-	+	+	+	-	y1
2	+	-	-	-	-	+	+	y2
3	-	+	-	-	+	-	+	y3
4	+	+	-	+	-	-	-	y4
5	-	-	+	+	-	-	+	y5
6	+	-	+	-	+	-	-	y6
7	-	+	+	-	-	+	-	y7
8	+	+	+	+	+	+	+	y8

plan factoriel complet  $2^3$  :  
8 traitements possibles

ajout de colonnes pour le calcul des effets d'interactions

Matrice de 8 essais :  
3 facteurs à 2 modalités

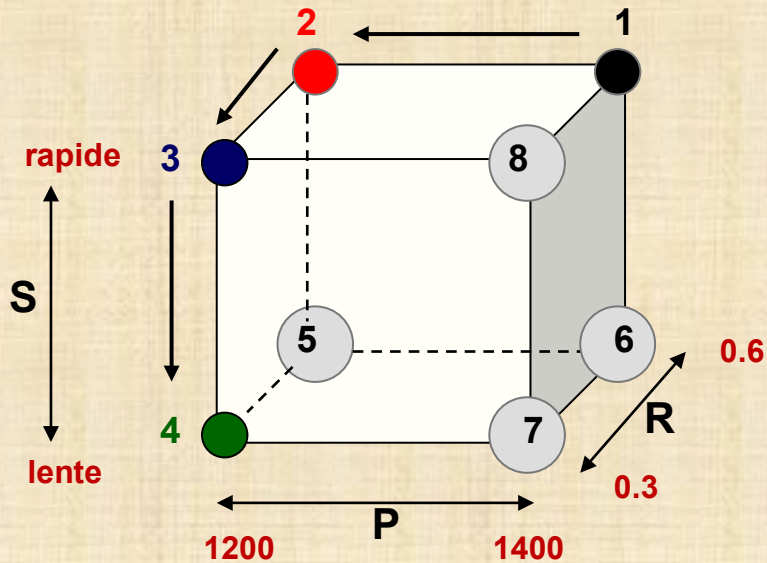
## PROPRIÉTÉS

- facteurs varient à 2 modalités  
- = min et + = max
- chaque colonne : 4 + et 4 -
- équilibre : les 4 paires  
(+, +) (+, -) (-, +) (-, -)  
sont présentes dans 2 colonnes quelconques
- possibilité d'exploiter la matrice avec  
4 / 5 / 6 / 7 facteurs





# Méthode VUFAF : Varier Un Facteur A la Fois (2/5)



essai	P	R	S	Y
1	1400	0.6	rapide	40
2	1200	0.6	rapide	29
3	1200	0.3	rapide	17
4	1200	0.3	lent	11

avec plan complet à 8 essais

essai	P	R	S	Y
1	1400	0.6	rapide	40
2	1200	0.6	rapide	29
3	1200	0.3	rapide	17
4	1200	0.3	lent	11
5	1200	0.6	lent	25
6	1400	0.6	lent	37
7	1400	0.3	lent	2
8	1400	0.3	rapide	9

combinaison P = 1400 R = 0.3 S = lent  
est ratée (aucune expérimentation)  
par la méthode VUFAF

## Explication

- interaction P x R ne peut pas être estimée avec la méthode VUFAF
- elle est importante (ici) pour l'optimisation

# Méthode VUFAF : Varier Un Facteur A la Foix (3/5)

méthode VUFAF avec 7 facteurs  
A B C D E F G en 8 essais

	facteur							réponse
colonne	1	2	3	4	5	6	7	
essai	A	B	C	D	E	F	G	Y
1	-	-	-	-	-	-	-	y1
2	+	-	-	-	-	-	-	y2
3	+	+	-	-	-	-	-	y3
4	+	+	+	-	-	-	-	y4
5	+	+	+	+	-	-	-	y5
6	+	+	+	+	+	-	-	y6
7	+	+	+	+	+	+	-	y7
8	+	+	+	+	+	+	+	y8

- manque d'équilibre  
A : 1 - et 7 +  
B : 2 - et 6 + etc
- paire (-, +) absente

« meilleure » matrice avec  
7 facteurs en 8 essais

	facteur							réponse
colonne	1	2	3	4	5	6	7	
essai	A	B	C	D	E	F	G	Y
1	-	-	-	+	+	+	-	y1
2	+	-	-	-	-	+	+	y2
3	-	+	-	-	+	-	+	y3
4	+	+	-	+	-	-	-	y4
5	-	-	+	+	-	-	+	y5
6	+	-	+	-	+	-	-	y6
7	-	+	+	-	-	+	-	y7
8	+	+	+	+	+	+	+	y8

- chaque colonne : 4 + et 4 -
- équilibre : les 4 paires  
(+, +) (+, -) (-, +) (-, -)  
sont présentes dans 2 colonnes  
quelconques

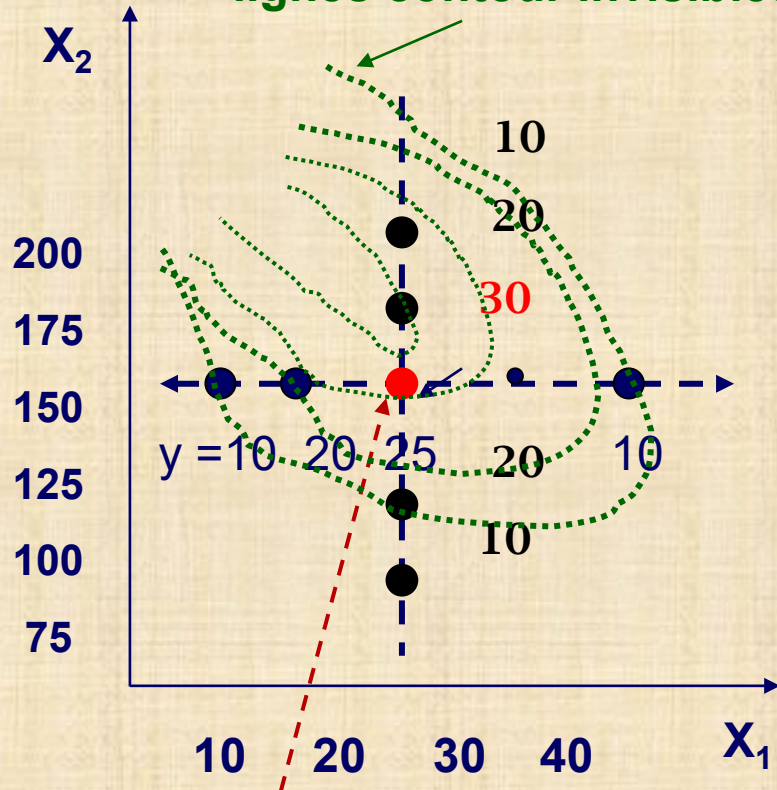
# Méthode VUFAF : Varier Un Facteur A la Fois (4/5)

VUFAF : inefficace pour l'optimisation

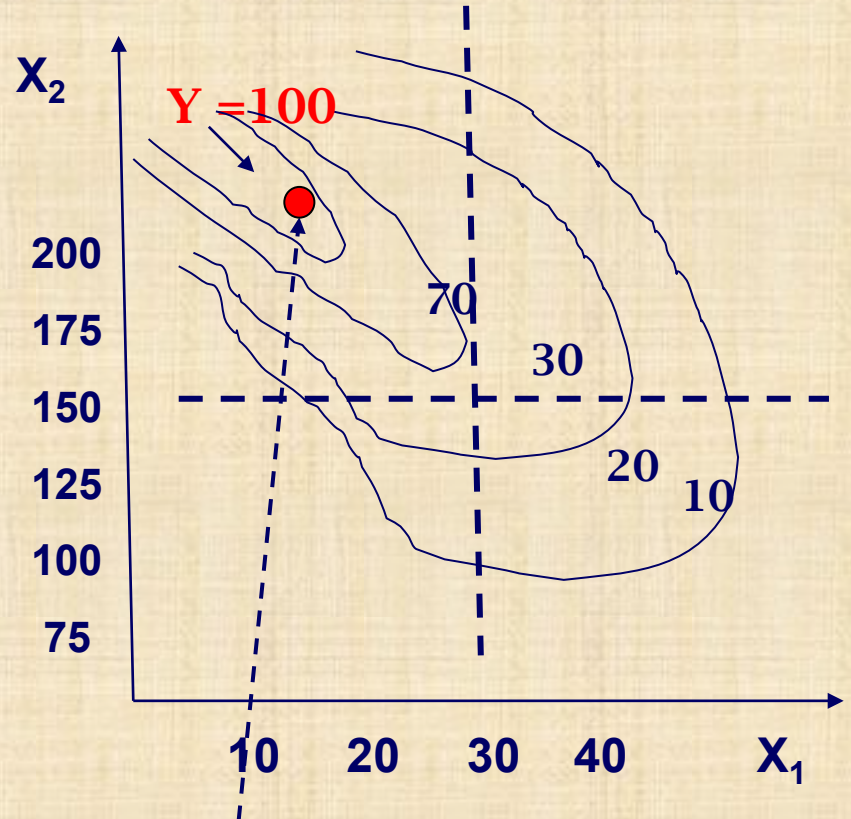
maximiser  $Y$

$$Y = f(X_1, X_2)$$

lignes contour invisibles



faux maximum de  $Y$   
trouvé par VUFAF



vrai maximum de  $Y$



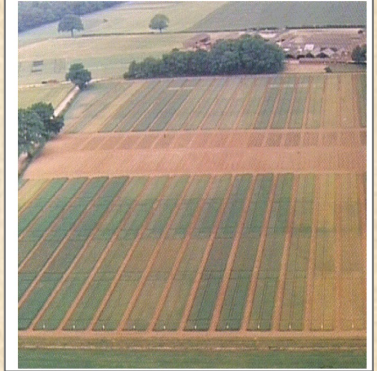
## Désavantages méthode VUFAF

- impossible d'estimer les effets d'interaction
- **conclusions de l'analyse ne sont pas générales**
- peut identifier incorrectement le choix optimal des modalités
- **requiert plus d'essais qu'un plan statistique pour estimer les effets avec la même précision les effets**

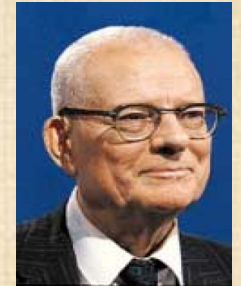
# Planification d'expériences : un peu d'histoire

- 1900-1950 : agriculture
  - Essais ferme expérimentale Rothamsted (Angleterre)
  - W.S. Gossett : test-t (1908)
  - R. A. Fisher : plans factoriels, ANOVA
- 1950-1970 : industrie, sciences humaines, médecine
- sciences humaines, pharmaceutique ...
  - Box & Wilson, surfaces de response
  - Applications : industrie chimique, procédés fabrication
- 1970-1990 : amélioration de la qualité
  - Japon, W. E. Deming
  - Taguchi : conception robuste
- 1990-20XX : .... computer experiments ...

Rothamsted Experimental Station



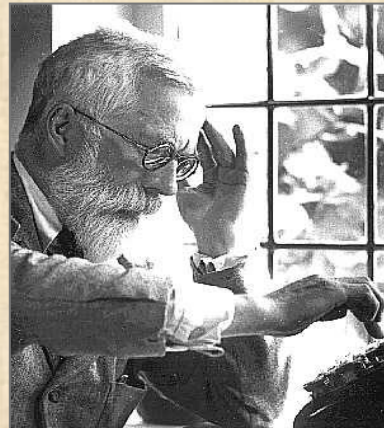
W. E. Deming (1900-1993)



William Gosset (1876-1937)



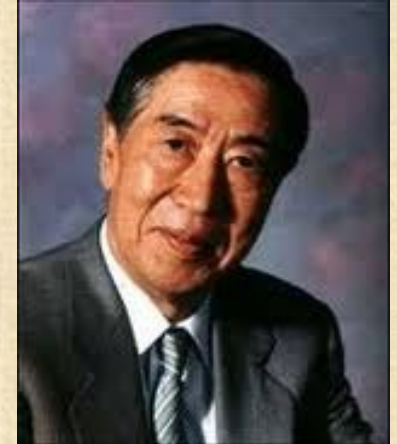
R. A. Fisher (1890-1962)



George E. P. Box (1919 – 2013)



Genichi Taguchi (1924-2012)



## TERMINOLOGIE (1/3)

**Unité expérimentale** plus petite pièce de matériau, objets, ou unités sur lequel un traitement est appliqué; si les unités ne sont pas homogènes on utilise un plan en bloc

**Facteurs (variables primaires)** variables contrôlées dont on veut évaluer leurs effets sur la variable de réponse; elles sont la raison d'être du projet d'expérimentation

**Variables secondaires** (nuisibles) variables qui ne sont pas de l'intérêt principal de l'expérience mais qui doivent être tenues en compte lors de la conduite de l'expérience;

**exemple** : - expérience est réalisé sur un longue période de temps  
/ différents opérateurs / différents équipements;  
- unités expérimentales non homogènes

**Erreur expérimentale** l'effet de toutes les sources de variabilité non contrôlées connues et inconnues incluant l'incertitude (erreur) de mesure; sa présence est détectée avec les répétitions

**Traitements / combinaison de traitements** combinaison des variables primaires où chaque variable est fixée à une valeur (niveau, modalité)

## TERMINOLOGIE (2/3)

**Bloc** regroupement des essais selon des **facteurs secondaires (blocs)**;  
permet de comparer les traitements en neutralisant les facteurs secondaires

**Plan expérimental** spécification de l'ensemble des essais (tests)

incluant **le blocage**, **la randomisation**, **les répétitions** et l'assignation des combinaisons des facteurs aux unités expérimentales

**2 structures** : **méthode d'assignation** + **combinaisons de traitements**

**Randomisation** assignation des traitements, l'exécution des tests et la prise des mesures doit être réalisée dans un ordre dicté par le hasard;  
but : neutraliser le plus possible les variables non contrôlés

**Répétitivité** **refaire la mesure** du résultat d'un essai

**Répétition** **refaire l'essai au complet** d'un même traitement avec une nouvelle unité expérimentale; assure l'indépendance des essais répétés  
but : obtenir une estimation de l'erreur expérimentale  
assurer la reproductibilité de l'essai

**ne pas confondre** : **répétition** et **relecture** de la mesure



## TERMINOLOGIE (3/3)

**Réponse** résultat mesuré de l'exécution d'un essai

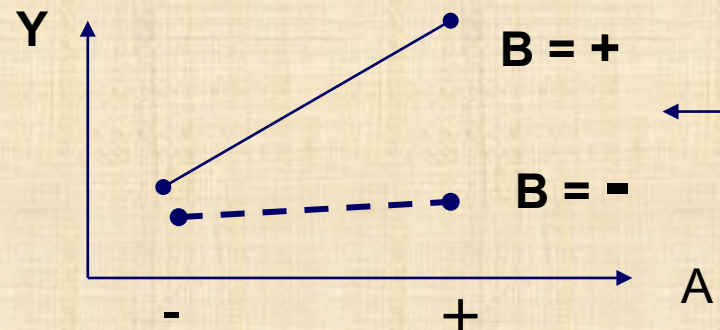
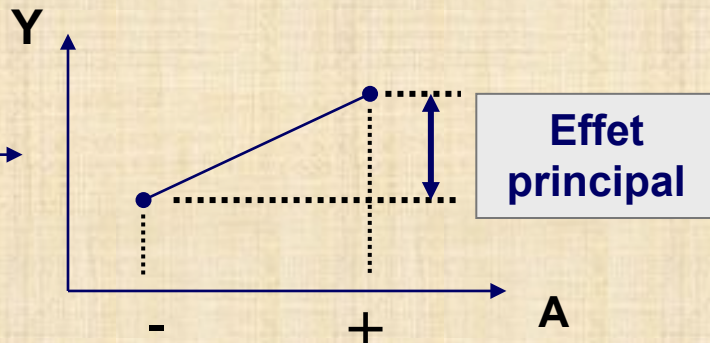
**Test** combinaison des niveaux des facteurs pour obtenir une valeur de la réponse

**Niveau (modalité)** valeur spécifique d'un facteur

**Effet** changement de la réponse entre 2 conditions expérimentales

**Effet principal** changement de la réponse entre 2 modalités ou plus d'un facteur

**Effet d'interaction** effet conjoint associé à 2 facteurs A et B lorsque l'effet de chaque facteur dépend du niveau de l'autre facteur





# Chapitre 1 - résumé

## EXPÉRIMENTATION

- approche processus
- **questions fondamentales**
- domaines d'applications
- **étapes du processus**
- bonnes stratégies
- trois principes
- deux structures
- **modèles statistiques**
- terminologie