

Chapitre 2

NOTIONS D'EXTENSOMÉTRIE PAR JAUGES À RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE

2.1- INTRODUCTION

L'origine des jauges à résistance électrique trouve sa source dans une série d'expériences conduites par William Thomson (Lord Kelvin) au sujet des propriétés électromécaniques des métaux. Une de ses découvertes (1856) était que la résistance électrique de certains fils varie lorsqu'ils sont étirés. Depuis, ce phénomène a été quantifié comme étant le facteur de jauge qui est le rapport entre la variation de résistance unitaire ($\Delta R/R$) et l'allongement unitaire ($\Delta L/L$) du conducteur. Nous discuterons en détails du facteur de jauge plus loin dans le texte.

Le développement des premières jauges en Amérique du Nord remonte aux années 1930. Elles furent fabriquées par Simmons et Ruge dans leur laboratoire du MIT. Ces premières jauges consistaient en un fil enroulé autour d'un support de papier. En 1952, les anglais Sanders and Roe introduisirent les jauges à trame pelliculaire qui sont fabriquées par un procédé de photogravure. Depuis lors, c'est devenu la technique expérimentale d'analyse des contraintes la plus populaire.

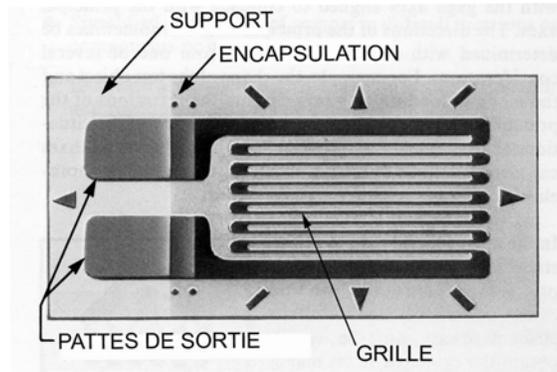
Quelques caractéristiques importantes:

- La technique des jauges à résistance électrique est une méthode d'extensométrie indirecte, ponctuelle, qui se pratique essentiellement sur des prototypes réels.
- La jauge collée sur la pièce à étudier est un capteur passif qui nécessite un circuit de conditionnement.
- C'est la technique d'analyse expérimentale des contraintes la plus utilisée actuellement pour les raisons suivantes:
 - Fiabilité des mesures
 - Précision obtenue (1 $\mu\text{m}/\text{m}$)
 - Simplicité de mise en oeuvre par rapport à d'autres méthodes
 - Possède une chaîne de mesure efficace et performante
 - Coût faible par rapport aux autres méthodes
- L'utilisation des jauges se fait aussi bien en laboratoire qu'en chantier pour:
 - États de contrainte statique et dynamique (basse fréquence)
 - Concentration de contraintes, contraintes résiduelles, contraintes thermiques
 - Fabrication de capteurs divers et de pseudo capteurs
 - Techniques connexes comme les indicateurs de propagation de fissure

2.2- PRINCIPES DE FONCTIONNEMENT DES JAUGES DE DÉFORMATION

La jauge est un petit élément résistif qui est collé sur une pièce au point où on veut mesurer la déformation. Cet élément est fait d'un fil fin enroulé selon une direction préférentielle et collé à la pièce par l'entremise d'un support d'isolation. Lorsque la pièce est soumise au chargement, sa déformation est transmise à travers la colle et le support à la jauge. Un changement proportionnel de la résistance en résulte.

Fig. 2.1- Diagramme d'une jauge



2.2.1 La sensibilité du matériau vs la déformation (S_A)

Lorsqu'on trace la courbe de variation unitaire de la résistance d'un fil conducteur en fonction de sa déformation axiale, on peut voir qu'il existe une relation qui est définie comme étant la sensibilité S_A du matériau.

$$S_A = \frac{\Delta R/R}{\Delta L/L} = \frac{\Delta R/R}{\varepsilon_A} \quad (1)$$

$\Delta R/R$ = variation relative de la résistance

$\Delta L/L$ = variation relative de la longueur (déformation ε_A)

S_A = sensibilité du matériau à la déformation (voir Tableau 2.3)

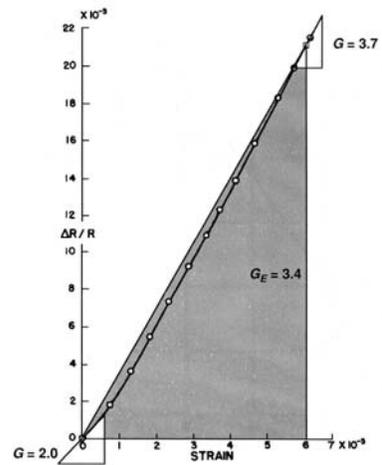


Fig. 2.2 – Sensibilité en fonction de la déformation (G est équivalent à S_A)

2.2.2 Changement de résistance provoqué par la déformation

La résistance d'un conducteur est définie comme étant:

$$R = \frac{\rho L}{A} \quad (2)$$

où ρ = résistivité ($\Omega \cdot m$)
 L = longueur du conducteur (m)
 A = section du conducteur (m^2)

Cette expression est dérivée pour trouver les sources de petites variations de résistance:

$$dR = \frac{\rho}{A} dL - \frac{\rho L}{A^2} dA + \frac{L}{A} d\rho \quad (3)$$

En terme de résistance unitaire, on obtient:

$$\frac{dR}{R} = \frac{dL}{L} - \frac{dA}{A} + \frac{d\rho}{\rho} \quad (4)$$

Selon la théorie de la physique atomique, les courants électriques sont conduits par les électrons libres et on peut exprimer la résistivité par l'équation suivante:

$$\rho = \frac{2 m v_0}{n e^2 \lambda} = \frac{2 m v_0 A L}{N_0 e^2 \lambda} \quad (5)$$

où m = masse d'un électron
 v_0 = vitesse moyenne des électrons
 n = nombre d'électrons libres par unité de volume = $N_0/A \cdot L$
 e = charge de l'électron
 λ = distance moyenne parcourue par un électron entre les collisions
 N_0 = nombre total d'électrons libres pour un conducteur de longueur L et d'une section A

Si on dérive l'équation précédente, on obtient:

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dv_0}{v_0} - \frac{d\lambda}{\lambda} - \frac{dN_0}{N_0} + \frac{dL}{L} + \frac{dA}{A} \quad (6)$$

En substituant (6) dans l'équation (4), on trouve l'équation complète du changement de résistance du conducteur,

$$\frac{dR}{R} = 2 \frac{dL}{L} + \frac{dv_0}{v_0} - \frac{d\lambda}{\lambda} - \frac{dN_0}{N_0} \quad (7)$$

Finalement, si on exprime cette dernière équation en terme de sensibilité on trouve:

$$S_A = \frac{dR/R}{dL/L} = \frac{dR/R}{\varepsilon_A} = 2 + \frac{\left(\frac{dv_0}{v_0} - \frac{d\lambda}{\lambda} - \frac{dN_0}{N_0} \right)}{\varepsilon_A} \quad (8)$$

L'équation (8) indique que la valeur de S_A est formée de deux termes:

- 1) Une constante égale à 2
- 2) Un terme qui dépend de la déformation ε_A et de ce qui se passe au niveau atomique soit v_0 , λ et N_0 .

Ceci est résultat très intéressant car la sensibilité d'un conducteur ne dépend pas de ses propriétés mécaniques telles que le module d'élasticité (E), le coefficient de Poisson (ν) ou la limite élastique. En théorie, le conducteur peut donc être utilisé au-delà de sa limite élastique sans changement de sa sensibilité. Mais l'équation (8) indique aussi que S_A ne peut être constant que dans deux cas:

- i) $\left(\frac{dv_0}{v_0} - \frac{d\lambda}{\lambda} - \frac{dN_0}{N_0} \right) = 0$
- ii) $\left(\frac{dv_0}{v_0} - \frac{d\lambda}{\lambda} - \frac{dN_0}{N_0} \right) = k\varepsilon_A$

Malheureusement, dans la réalité la plupart des métaux n'ont pas ces caractéristiques et leur sensibilité varie en fonction de ε_A (Fig. 2.3).

Cependant, il existe quelques alliages métalliques qui présentent un comportement presque idéal, c'est-à-dire que leur sensibilité est quasi constante pour une grande plage de déformation (Fig. 2.4). C'est le cas pour le:

- Nichrome (80% Ni, 20% Cr), $S_A = 2.1$
- Constantan (45% Ni, 55% Cu), $S_A = 2.1$

Effet de la température

On sait que la température affecte ce qui se passe au niveau atomique donc au niveau des électrons. Le nombre d'électrons libres, leur vitesse, leur libre parcours moyen (N_0 , v_0 , λ) sont paramètres qui sont affectés par la température. Si on considère les équations (7) et (8), il devient évident que le changement de résistance $\Delta R/R$ et la sensibilité S_A d'une jauge seront affectés par la température. Quantifier théoriquement ces changements est pratiquement impossible. Les manufacturiers vont plutôt mesurer expérimentalement l'effet de la température

sur la réponse de la jauge. Nous reparlerons de ce phénomène plus loin dans le texte.

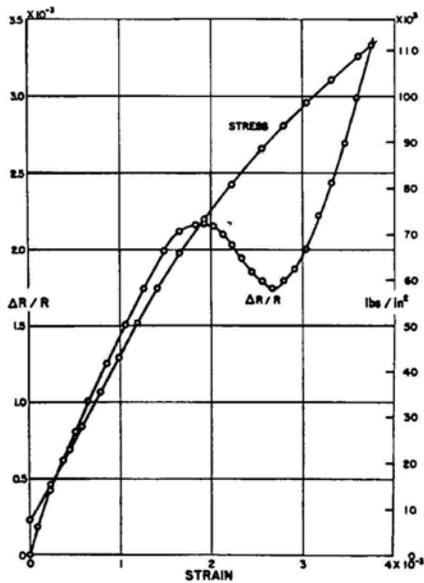


Fig. — Resistance change and stress as a function of strain for nickel wire containing 1/4% iron.

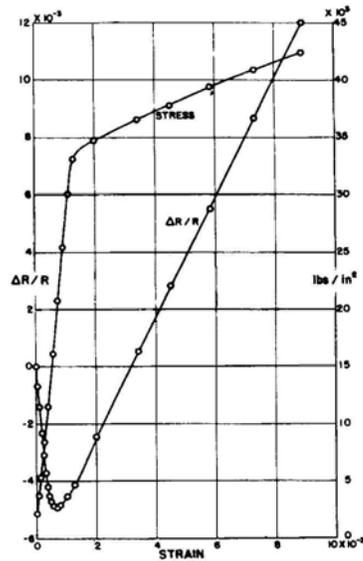


Fig. — Resistance change and stress as a function of strain for nickel (after heat treatment).

Fig. 2.3 – Exemples de variation de résistance qui est non linéaire en fonction de la déformation.

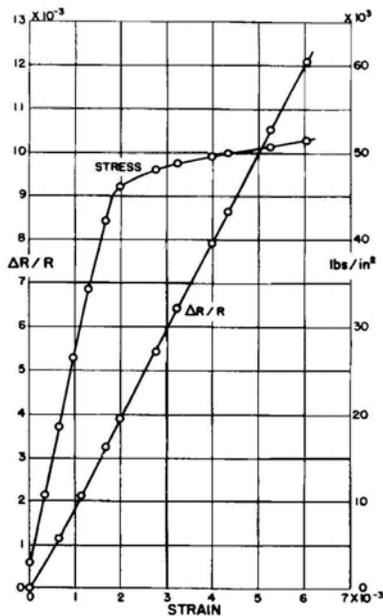


Fig. — Resistance change and stress as a function of strain for constantan (soft).

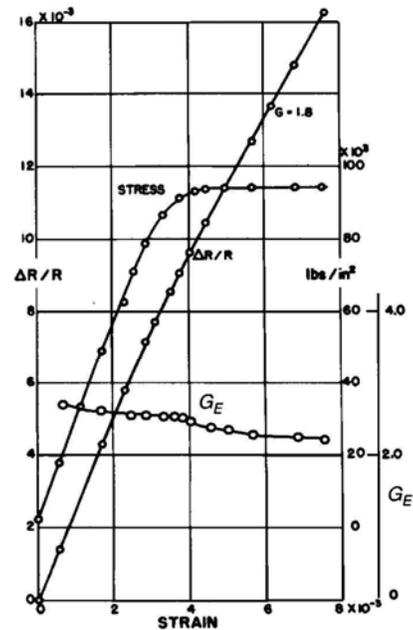


Fig. — Resistance change, stress, and engineering gage factor as a function of strain for Nichrome (soft).

Fig. 2.4- Exemples de variations quasi linéaires de la résistance en fonction de la déformation

2.2.3 Le facteur de sensibilité transversale (K)

Lorsqu'une jauge collée selon une direction x est placée dans un champ de déformation ε_x , ε_y , ses boucles de raccordement réagissent aussi à la déformation transversale ε_y (Fig. 2.5). On obtient donc une variation de résistance de la jauge qui a la forme suivante :

$$\frac{\Delta R}{R} = S_{xx} \cdot \varepsilon_x + S_{xy} \cdot \varepsilon_y \quad (9)$$

où : S_{xx} : sensibilité à ε_x
 S_{xy} : sensibilité à ε_y

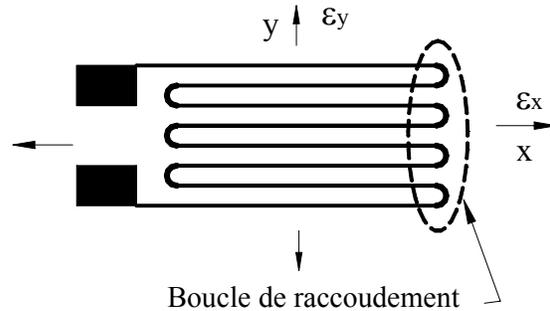


Figure 2.5 - Jauge soumise à un champ de déformation $\varepsilon_x - \varepsilon_y$

On définit K , la sensibilité transversale comme étant :

$$K = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \quad (10)$$

La variation de la résistance de la jauge peut donc s'exprimer comme suit:

$$\frac{\Delta R}{R} = S_{xx} (\varepsilon_x + K \varepsilon_y) \quad (11)$$

Idéalement : On voudrait avoir un S_{xy} nul ($K=0$) de façon à obtenir directement ε_x à partir de la mesure de $\Delta R/R$.

En réalité : Le fabricant cherche à obtenir un S_{xy} le plus petit possible donc un facteur K petit. En général, le fabricant fournit la valeur du facteur K des jauges qu'il vend.

Valeurs K typiques : 1 à 5% pour les jauges à fils ($K=0.01$ à 0.05)
 0.3% à 3% pour les jauges à trame pelliculaire ($K=0.003$ à 0.03)

Note : On abaisse la valeur de K dans les jauges à trame pelliculaire en construisant des boucles de raccordement épaisses.

La figure 2.7 montre l'erreur que l'on commet sur l'évaluation de ε_L (similaire à ε_x) en fonction de K et du rapport $\varepsilon_T/\varepsilon_L$ (similaire à $\varepsilon_y/\varepsilon_x$). À remarquer que l'erreur est nulle lorsque $|\varepsilon_T/\varepsilon_L| = -0.285$. Nous verrons pourquoi au paragraphe suivant.

2.2.4 Le facteur de jauge du fabricant (S_G)

Des procédures d'essais standardisées sont utilisées par les fabricants pour établir le facteur de jauge :

- Organisation Internationale de Métrologie Légale, recommandation no. 62.
- American Society for Testing and Materials, ASTM Method E251.

Dans les deux procédures, la jauge doit être soumise à des déformations variant de 0 à 1000 $\mu\text{m}/\text{m}$ dans un champ de contrainte uniaxiale uniforme (Fig. 2.6). La jauge doit être collée sur une pièce faite d'un matériau dont le coefficient de Poisson est de $0.285 \pm 1\%$ (acier laminé à froid).

Donc on a : ε_x
 $\varepsilon_y = -\nu_0 \varepsilon_x$
 avec $\nu_0 = 0.285$

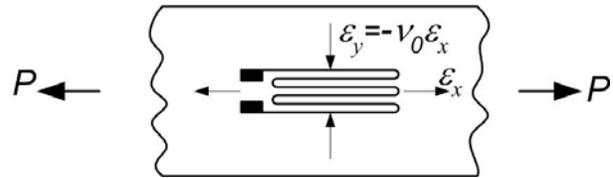


Figure 2.6 – Contrainte uniaxiale

Si on réécrit l'équation (11) :

$$\frac{\Delta R}{R} = S_{xx} (1 - K\nu_0) \varepsilon_x \equiv S_G \varepsilon_x$$

où

$$S_G = S_{xx} (1 - K\nu_0) \tag{12}$$

S_G est le facteur de jauge du fabricant. Pour déterminer S_G d'un lot de jauges, le fabricant fait un échantillonnage des jauges du lot sur lequel il effectue l'essai standardisé. Le S_G moyen trouvé est juste à 0.5% dans 95% des cas.

Pour l'utilisateur, il peut se produire deux situations dans un essai réel :

- 1) La contrainte σ_x est uniaxiale, avec $\nu_{pièce} = \nu_0$, alors $\varepsilon_x \text{ mesuré}$ est égal à $\varepsilon_x \text{ réel}$
- 2) L'état de contrainte est quelconque ou bien $\nu_{pièce}$ est différent de ν_0 , alors $\varepsilon_x \text{ mesuré}$ est différent de $\varepsilon_x \text{ réel}$. Dans ces cas, il est possible de retrouver la vraie déformation en ayant recours aux lectures de plusieurs jauges, situées au même endroit, mais ayant des orientations différentes (rosettes). Les formules du calcul de correction peuvent être retrouvées dans les références [1] à [3].

La figure 2.7 donne l'erreur que l'on commet dans l'évaluation de la déformation ε_L (ε_x) en

fonction de K et du rapport $\varepsilon_T/\varepsilon_L$ (similaire à $\varepsilon_y/\varepsilon_x$). Cette erreur est égale au rapport suivant :

$$\text{Erreur} = \frac{\varepsilon_L \text{ mesuré} - \varepsilon_L \text{ réel}}{\varepsilon_L \text{ réel}} \times 100\%$$

À remarquer que l'erreur est nulle lorsque $\varepsilon_T/\varepsilon_L = -0.285$, c'est-à-dire que nous sommes dans les mêmes conditions que celles utilisées lors de l'essai servant à déterminer le facteur de jauge.

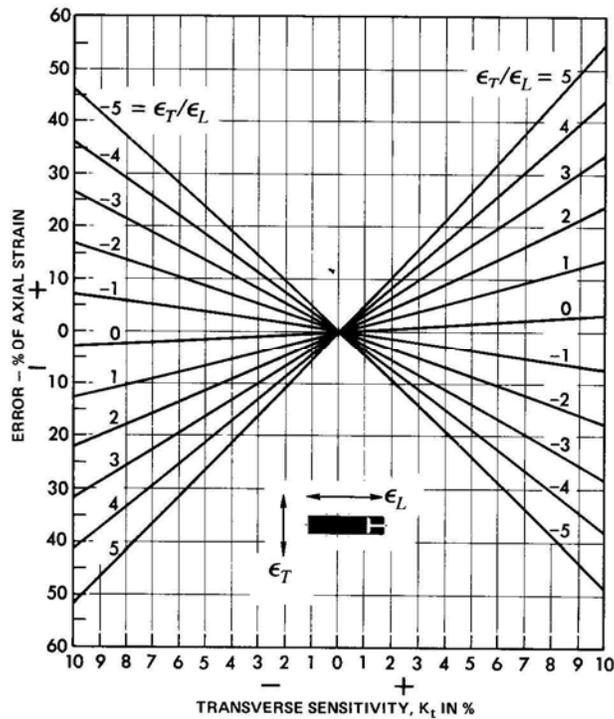


Figure 2.7 - Erreurs dues à la sensibilité transversale d'une jauge pour différents rapports $\varepsilon_T/\varepsilon_L$ lorsque $\nu = 0.285$ [2] p.53

Estimation de l'erreur due au facteur de sensibilité transversale K

Avec le facteur de jauge du fabricant on a:

$$\frac{\Delta R}{R} = S_G \varepsilon_x \quad \text{où} \quad S_G = S_{xx}(1 - \nu_0 K)$$

L'utilisateur a un état de contrainte en un point (état réel) tel que:

- $\varepsilon_x, \varepsilon_y$, avec la jauge orientée selon x
- Matériau de structure avec un coefficient de Poisson ν

On peut alors poser que:

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{\text{utilisateur}} = S_{xx}(\varepsilon_x + K\varepsilon_y) = S_G \varepsilon'_x$$

où ε'_x = déformation apparente suivant x et calculée avec S_G .

Avec la définition précédente du facteur de jauge, on trouve que:

$$\varepsilon'_x = \frac{S_{xx}(\varepsilon_x + K\varepsilon_y)}{S_{xx}(1 + \nu_0 K)} = \frac{(\varepsilon_x + K\varepsilon_y)}{(1 + \nu_0 K)}$$

L'erreur relative sur la mesure de la déformation est :

$$\text{erreur} = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon'_x}{\varepsilon_x} = \frac{K}{(1 - \nu_0 K)} \left(\nu_0 + \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y} \right)$$

et l'erreur absolue est:

$$\Delta \varepsilon = \varepsilon_x - \varepsilon'_x = -K \left(\frac{\varepsilon_x + \nu_0 \varepsilon_y}{(1 - \nu_0 K)} \right)$$

Si $\varepsilon_x \rightarrow 0$ alors l'erreur n'est pas négligeable. Le tableau 2.1 donne les erreurs dans quelques situations typiques.

Tableau 2.1- Exemples d'erreurs dues à la sensibilité transversale.
Jauge collée suivant la direction x, $K=3\%$.

État de contrainte	Déformations	Matériau, ν	$\varepsilon_y/\varepsilon_x$	Erreur (%)	Remarques
Tension suivant x	ε_x $\varepsilon_y = -\nu\varepsilon_x$	$\nu = \nu_0 = 0.285$	-0.285	0.0%	$\sigma_{\text{utilisateur}} = \sigma_{\text{fabricant}}$, $\nu = \nu_0$, effet de K nul, $\varepsilon'_x = \varepsilon_x$
Tension suivant x	ε_x $\varepsilon_y = -\nu\varepsilon_x$	$\nu = 0.4$	-0.4	0.34%	$\sigma_{\text{utilisateur}} = \sigma_{\text{fabricant}}$, $\nu \neq \nu_0$, effet de K faible, $\varepsilon'_x < \varepsilon_x$
Tension suivant y	$\varepsilon_x = -\nu\varepsilon_y$ ε_y	$\nu = \nu_0 = 0.285$	-1/0.285	9.7%	$\sigma_{\text{utilisateur}} \neq \sigma_{\text{fabricant}}$, $\nu = \nu_0$, effet de K très important
Tension suivant y	$\varepsilon_x = -\nu\varepsilon_y$ ε_y	$\nu = 0.4$	-1/0.4	6.6%	$\sigma_{\text{utilisateur}} \neq \sigma_{\text{fabricant}}$, $\nu \neq \nu_0$, effet de K important

2.2.4 Principe d'autocompensation en température

Lorsqu'une jauge collée à une structure subit un ΔT en l'absence de déformation mécanique, il se produit trois phénomènes :

- Variation de la résistance de la jauge ($\beta_G \Delta T$)
- Dilatation de la structure (α_S)
- Dilatation de la grille (α_G)

Variation de résistance de la grille :

$$\frac{\Delta R}{R} = \beta_G \Delta T \quad \text{où } \beta_G \text{ est le coefficient thermique de la grille}$$

$$\varepsilon' = \frac{\beta_G \Delta T}{S_G} \quad \text{car} \quad \frac{\Delta R}{R} = S_G \varepsilon'$$

Différence de dilatation structure-grille : $\varepsilon'' = (\alpha_S - \alpha_G) \Delta T$

Déformation apparente, ε_{app} . (en l'absence de déformation mécanique)

$$\varepsilon_{app} = \varepsilon' + \varepsilon''$$

$$\varepsilon_{app} = \left[\frac{\beta_G}{S_G} + (\alpha_S - \alpha_G) \right] \Delta T \quad (13)$$

Si ces phénomènes étaient linéaires, ils pourraient s'annuler par un choix judicieux des matériaux de la jauge en fonction du matériau de la structure.

Pratiquement, le fabricant peut arriver à obtenir un palier ($\varepsilon_{app} \approx 0$) au voisinage de la température ambiante d'utilisation (Figure 2.8). Il y a cependant un nombre considérable de métaux constituant les structures (α_S). Les fabricants se limitent donc à quelques familles de métaux courants qui sont numérotées 00, 03, 05, 06, 09, 13, 15, 18, 41, 50, et que l'on peut voir dans le tableau 2.2. La plus courante : 06, Acier au carbone laminé à froid ($\alpha = 12.1 \mu m/m/^\circ C$).

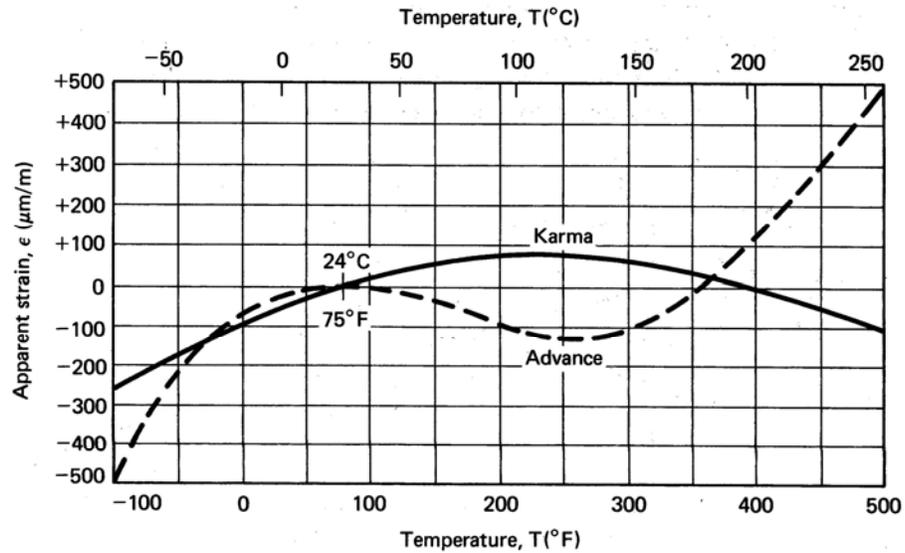


Figure 2.8 – Déformation apparente en fonction de la température des alliages ‘Advance’ et ‘Karma’ [2] p. 56

Tableau 2.2 – Compensations courantes des jauges

Code de compensation	Coefficient de dilatation ($10^{-6}/^{\circ}\text{C}$)	Matériaux
00	0	Quartz – Invar - Silicate de Titane
03	5,4	Tungstène - Molybdène -Zirconium - Carbure de Tungstène – Chrome - Céramiques d'isolants électriques - Alumine
05	9	Titane et alliages – Verre - Certaines variétés de Carbone
06	11	Acier - Certains inox - Béryllium- Inconel -Monel
09	16	Aciers inox - Cuivre et alliages - Bronze de béryllium - Bronze phosphore
13	23,4	Aluminium et alliages - Laiton 30-70 - Étain pur
15	27	Magnésium et alliages - Zinc et alliages - Plomb
18	32,4	Matières plastiques - Magnésium pur
41	73,8	Matières plastiques
50	90	Plexiglas - Araldite

2.3 - LES JAUGES ET LEUR FABRICATION

2.3.1 Matériaux utilisés

Les jauges doivent présenter deux caractéristiques importantes :

- Le signal électrique (ou $\Delta R/R$) doit être autant que possible une fonction linéaire de la déformation,
- Il n'y a pas d'hystérésis entre le chargement et le déchargement.

On trouve sur le marché les matériaux suivants :

Tableau 2.3 – Alliages métalliques utilisés dans la fabrication des jauges à résistance électrique

Matériau	Composition	S_A
Advance ou Constantan	45 Ni, 55 Cu	2.1
Karma	74 Ni, 20 Cr, 3 Al, 3 Fe	2.0
Isoélastique	36 Ni, 8 Cr, 0.5 Mo, 55.5 Fe	3.6
Nichrome V	80 Ni, 20 Cr	2.1
Platine - Tungstène	92 Pt, 8 W 70	4.0
Armour D	70 Fe, 20 Cr, 10 Al	2.0

Le constantan est le plus utilisé dans les applications courantes à cause des caractéristiques suivantes :

- Sensibilité (S_A) constante pour des très grandes déformations même au-delà du point d'écoulement (Figure 2.4),
- Résistivité élevée ($\rho = 50 \times 10^{-6} \Omega.cm$), donc grande résistance pour de petites longueurs ce qui permet de fabriquer de très petites jauges,
- Très stable et relativement peu affecté par les changements de température (ΔT) ce qui est le plus grand problème rencontré dans la mesure des déformations avec des jauges.

2.3.2 Principaux types de jauges

On trouve sur le marché quatre principaux types de jauges :

- 1) Jauges à fil tramé (wire strain gage)
- 2) Jauges à trame pelliculaire (foil strain gage)
- 3) Jauges à élément semi-conducteur que l'on retrouve aussi sur micro-puces
- 4) Jauges soudables pour application à haute température

Principe de fonctionnement :

Type 1, 2	Variation de la résistance électrique des alliages métalliques sous l'effet de la déformation,
Type 3	Effet piézorésistif d'un cristal de silicium. Bon pour les petites déformations et aussi pour fabriquer des capteurs miniatures sur puce,
Type 4	Variation de la résistance électrique des alliages métalliques ou bien variation de la capacitance par écartement des plaques d'un condensateur.

a) Jauges à fil tramé (Figure 2.9)

- En général 10 à 12 cm de constantan de diamètre 0.025 mm pour une résistance totale de 120 Ω
- Trame plate - longueur minimum 6 mm
- Bobine aplatie - longueur minimum 0.25 mm
- Support: Papier, plastique, souvent temporaire
- Autocompensation en température difficile
- Facteur de sensibilité transversale (K) plus grand que pour les jauges à trame pelliculaire
- Peu répandues de nos jours, sauf pour des applications spéciales, comme la haute température

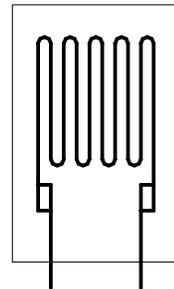


Figure 2.9 – Jauge simple à Fil tramé

b) Jauges à trame pelliculaire (Figure 2.10)

- Fabrication par photogravure (plusieurs géométries possibles)
- Grille très mince (0.004 mm) et grande variété des dimensions (0.2 mm à 50 mm et plus)
- Support mince (0.013 mm) et très flexible (époxy ou polyimide)
- Variété de résistances disponibles: 120, 350, 1000, 5000 Ω
- Bonne adhésion et dissipation de chaleur
- Bonne autocompensation en température
- Diminution de l'effet transversal par boucles de raccordement épaisses
- Possibilité de combiner plusieurs jauges sur un seul support (rosettes)

- Constituent la majorité des jauges que l'on retrouve sur le marché aujourd'hui.

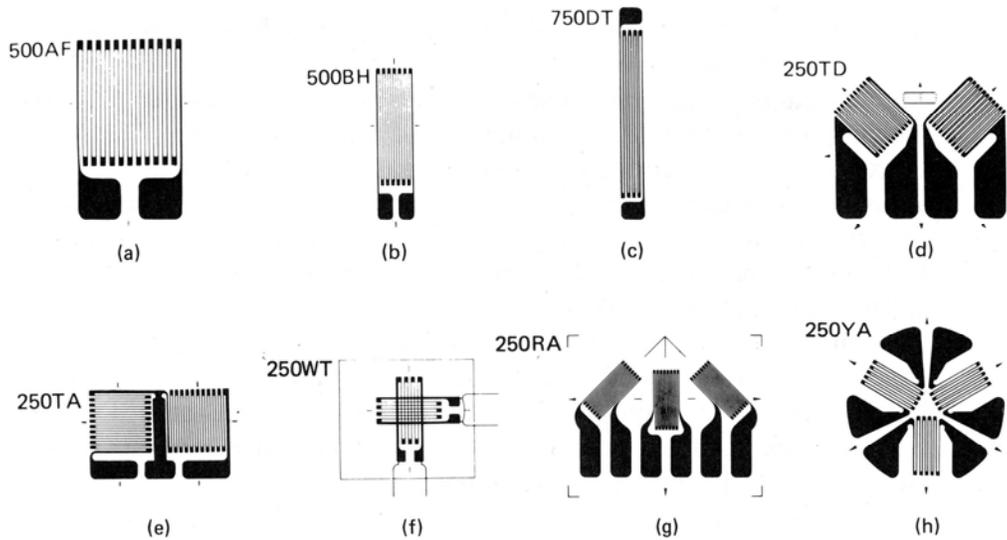


Figure 2.10 - Exemples de jauges à trame pelliculaire : (a – c) jauges simples; (d – f) rosettes à 2 jauges; (g – h) rosettes à 3 jauges [2] p. 47

c) Jauges à élément semi-conducteur (Figure 2.11)

- Matériau: Silicium dopé avec des impuretés
- Construction:
 - o Formation contrôlée d'un cristal de Si dont l'orientation et la quantité d'impuretés sont choisies d'avance.
 - o Découpage en lamelle suivant la direction longitudinale du cristal (0.5 à 12 mm).
 - o Collage sur support de plastique laminé avec conducteurs à chaque bout.
- Très grande sensibilité ($60 < S_A < 200$)
- Sensibilité transversale très faible ($K \approx 0$)
- Variation facile des propriétés par le contrôle du dopage des impuretés (S_G de -140 à 175, R de 100 à 1 pour la même géométrie)
- Très fragile
- Utilisées pour la mesure de petites déformations avec grande précision
- S_G varie avec la déformation et la température
- Requiert des circuits de conditionnement spéciaux car R est variable en fonction de la déformation

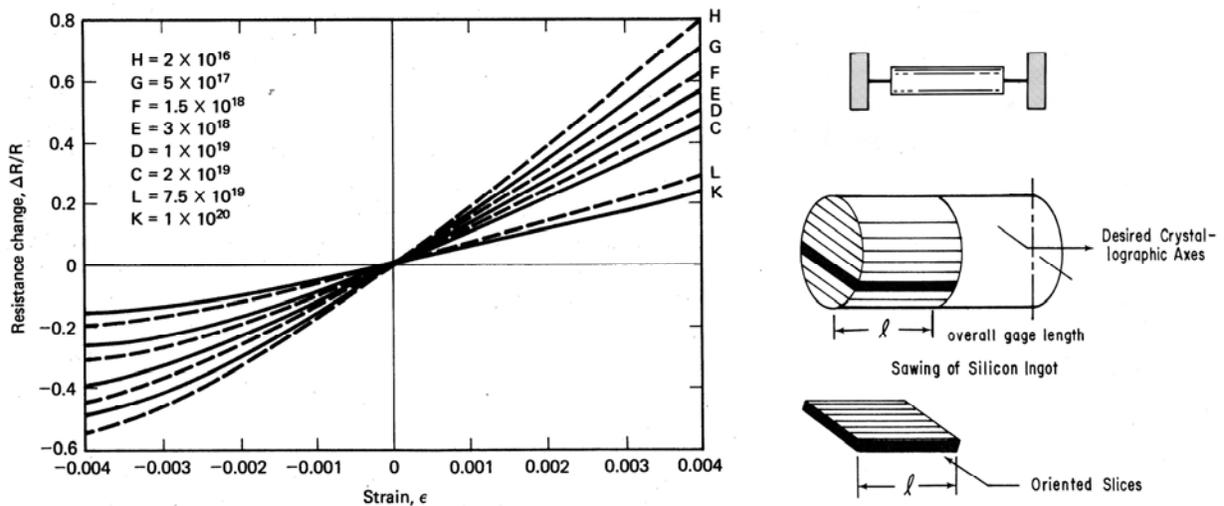


Figure 2.11 – Quelques caractéristiques des jauges à élément semi-conducteur : a) Changement de résistance pour diverses concentrations d'impuretés (atomes/cm³); b) Découpage des lamelles dans un cristal de Si; c) Jauge typique [2] p.71

d) Jauges soudables pour haute température

- Pour les hautes températures (650°C) car elles ne contiennent pas de matière organique
- Deux types : variation de résistance d'un fil de Ni-Cr (Figure 2.12) ou bien variation de capacitance d'un condensateur à plaques (Figure 2.13)
- Dimensions importantes (50 mm et plus), pour surfaces planes seulement

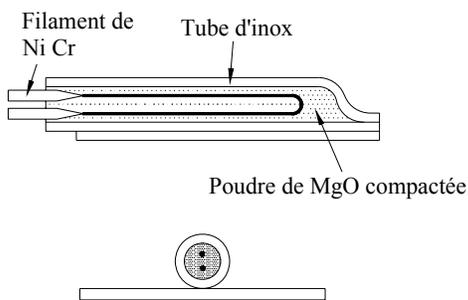


Figure 2.12 – Jauge soudable

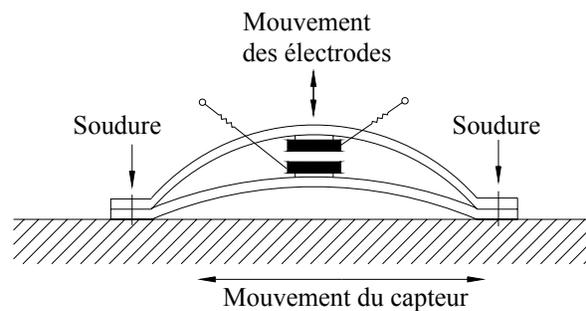


Figure 2.13 – Jauge à variation de capacitance

2.3.3 Le support

Le support d'une jauge doit transmettre le mieux possible la déformation de la structure à la jauge. Pour atteindre ce but les caractéristiques importantes du support sont :

- Module de cisaillement G de valeur élevée (G diminue avec T , limitation)
- Fluage minimum (variation de la déformation avec le temps)
- Bonne flexibilité (pour collage sur les surfaces courbes)
- Limite d'allongement élevée (au moins aussi grande que celle de la jauge)
- Bon collage de la grille
- Grande résistance d'isolement électrique ($10^9 \Omega$)
- Bonne tenue mécanique et électrique avec la température
- Bonne dissipation de la chaleur
- Bonne aptitude au collage sur la structure (métal)
- Coefficient de dilatation pas trop grand

Le choix des matériaux des supports se fait en général parmi les matières plastiques :

- ⇒ Résines d'époxydes : épaisseur de 0.01 à 0.03 mm, 100°C max.
- ⇒ Résines d'époxydes + fibres de verre : $-200^\circ < T < 350^\circ\text{C}$, mais l'élongation est réduite à 2% maximum
- ⇒ Les polyimides : Supports très flexibles et robustes, 20% d'élongation, Cryogénique $< T < 250^\circ\text{C}$ (400° C avec des polyimides spéciaux)

2.3.4 Les adhésifs

Les caractéristiques principales sont :

- Compatibilité avec le support de la jauge et le métal de la structure
- Bonne transmission de la déformation
- Pas de fluage dans le temps

Le choix dépend de la :

- Nature des travaux et de la pièce,
- Température et de la durée de vie,
- Précision requise.

On retrouve principalement trois types de colle sur le marché :

a) Résine d'époxyde :

- Plastique thermodurcissable qui polymérise par addition d'un durcisseur
- Polymérisation à T ambiant, température d'utilisation max. 70°C
- Polymérisation à chaud, température d'utilisation max. 260°C
- Bon pour tout type de jauge, très stable, longue durée de vie
- Excellentes propriétés électriques (isolation) et chimiques (inertie)

b) Cyano-acrylate (Figure 2.14) :

- Colle instantanée, très répandue (similaire à de la 'crazy-glue')
- Polymérisation rapide (moins d'une minute)
- Température d'utilisation maximale de 85°C
- Nécessite une préparation élaborée des surfaces avant le collage
- Durée de vie limitée

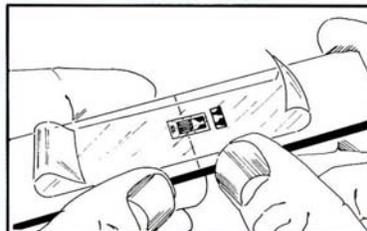
c) Colle à base de céramique :

- Utilisation pour applications comprises entre 200° et 800°C
- Pour le collage des jauges à support temporaire
- Colle très fragile bonne pour des petites déformations seulement
- Très délicat d'utilisation

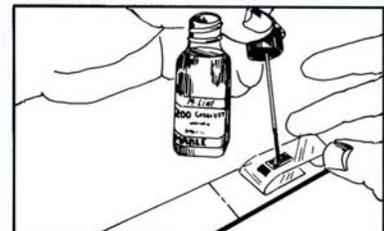
Soudage

Il existe également sur le marché des jauges qui sont pré-collées sur un support métallique mince. Ces jauges sont attachées à la structure par soudage (résistance électrique par point).

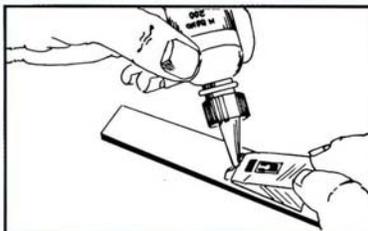
After cleaning the application area with M-Prep cleaning materials, installation of the strain gage with M-Bond 200 is fast and simple, as shown here.



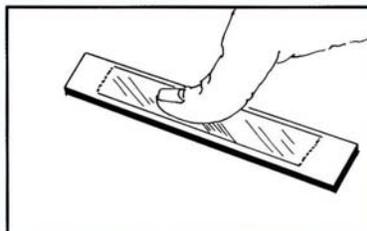
Position gage over test point with tape.



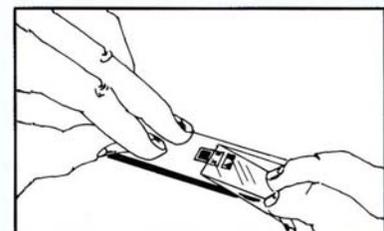
Apply catalyst to gage.



Apply adhesive to application area.



Install gage by applying uniform thumb pressure over tape.



Remove tape from bonded gage.

Figure 2.14a – Installation d'une jauge avec de la colle cyano-acrylate [8] p.8

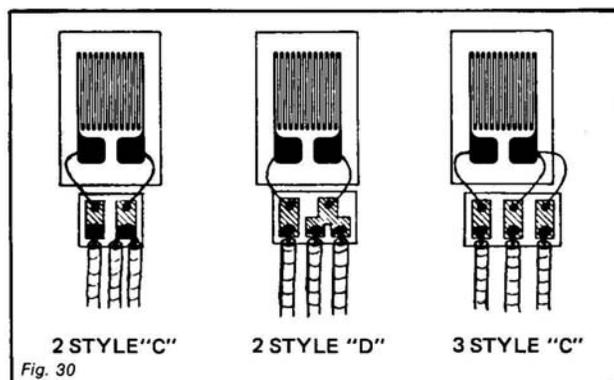


Figure 2.14 b – Connexion des fils de sortie un élément intermédiaire.

2.3.5 Sorties

Les jauges sont généralement munies des pattes de sortie destinées au soudage des fils de sortie (fils de liaison). Certaines jauges viennent aussi avec des fils déjà soudés, ce qui accélère l'installation et réduit les risques de court-circuit.

- Les fils de sorties (ronds ou plats) doivent être fins et pas trop longs car ceci augmenterait la résistance de façon significative. Le bronze de béryllium et le cuivre encapsulé de nickel sont le plus couramment utilisés.
- La pratique générale consiste à installer un élément de connexion intermédiaire entre la jauge et les fils qui vont à l'instrumentation (Fig. 2.14b)

2.3.6 Protection et encapsulation

Pour les jauges à face nue, il faut protéger avec un vernis isolant dont la nature dépend des conditions ambiantes (température, humidité, abrasion). Le vernis protège surtout la grille de la corrosion et des courts-circuits électriques (Figure 2.15). On peut aussi ajouter une protection supplémentaire sous forme d'une couche de cire.

Les jauges encapsulées sont automatiquement protégées. Cependant, dépendant de l'environnement, des conditions d'utilisation et du type d'installation (long ou court terme), il est parfois nécessaire d'ajouter une protection supplémentaire à ces jauges (Figure 2.16).

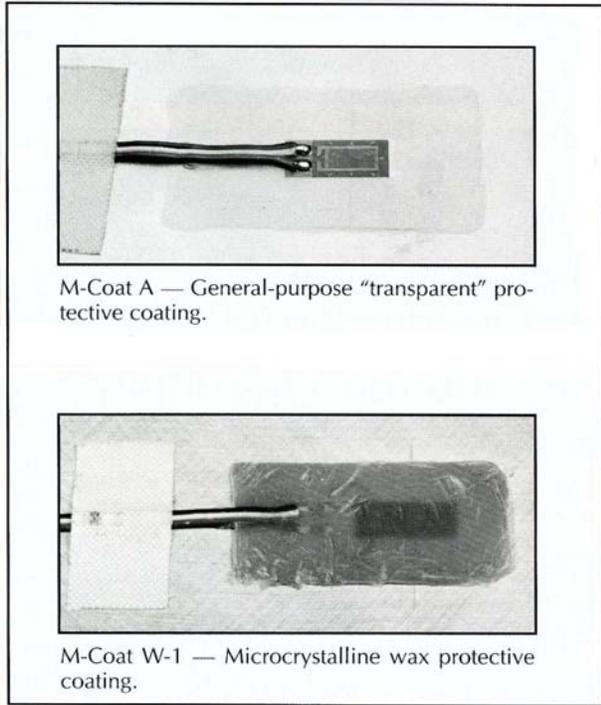


Figure 2.15 - Vernis et cire de protection appliqués sur une jauge [8] p.24

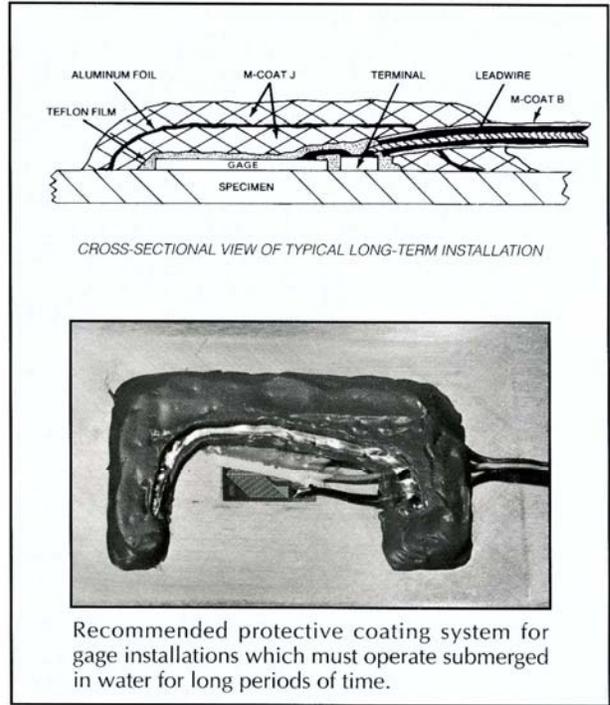
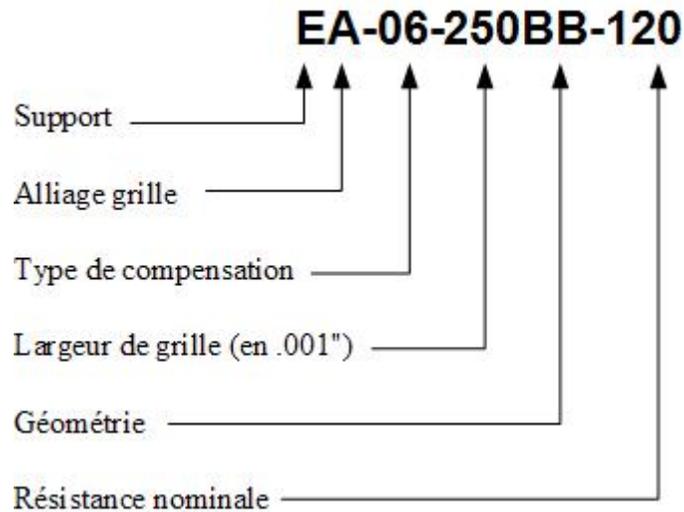


Figure 2.16– Protection permanente pour installation submergée dans l’eau [8]

2.3.7 Code des jauges

Le code des jauges permet de définir très précisément les caractéristiques d'une jauge, ce qui est très important pour l'achat. Voici un exemple du code utilisé pour une jauge simple.



E: jauge à trame nue, support de polyimide, possibilité d'encapsulation

A: grille en constantan auto-compensé

06: compensé pour l'acier au carbone courant ($\alpha = 12 \mu\text{m/m } ^\circ\text{C}$)

250: grille de 0.250" de long

BB: jauge simple (la plus classique)

120: résistance nominale de 120 Ω

Note: Beaucoup d'autres géométries sont disponibles

- Jauges simples de toutes tailles (0.050 à 1 po.)
- Jauges longues (béton), étroites et très étroites
- Jauges sans support (hautes températures)
- Rosettes (2, 3, 4 jauges côte à côte ou superposées)
- Pour concentration de contrainte (petites et flexibles)
- Pour gradient de contrainte
- Pour mesure directe de cisaillement
- Pour mesure de contraintes résiduelles

2.3.8 Techniques de préparation des surfaces, collage et protection.

Elles concernent:

- 1- La préparation des surfaces. Sablage, dégraissage, neutralisation (pH)
- 2- Le choix des colles
- 3- Les opérations de collage et de traitement des colles
- 4- Le câblage des jauges
- 5- Installation particulières: jauges soudables et jauges haute température
- 6- Protection de l'installation

On retrouve ces renseignements dans les brochures publiées par les manufacturiers, ou bien encore sur leurs sites Web. Certains livres de référence traitent également de ces sujets (ex. réf. [1]).

2.4 CIRCUITS DE CONDITIONNEMENT

2.4.1 Circuit de base, le pont de Wheatstone

Le pont de Wheatstone (Figure 2.17) est le circuit le mieux adapté pour la mesure de petites variations de résistances électriques (maximum 10%) telles que rencontrées lors de l'utilisation de jauges de déformation ($\Delta R/R = S_G \varepsilon$).

La plupart de l'instrumentation commerciale u de Wheatstone (1843). Pour faire connaissance

Analyse du circuit

R_1 à R_4 : 4 résistances variables

V : Alimentation en DC ou AC

ΔE_m : Voltage de sortie à travers un instrument de mesure d'impédance

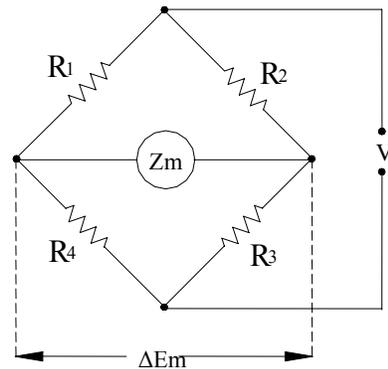


Figure 2.17 – Pont de Wheatstone

- 1) $\Delta E_m = 0$ si : $R_1 R_3 = R_2 R_4$
donc :

$$\frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_3} = r \quad (14)$$

- 2) Si on donne aux résistances des variations $\Delta R_1, \Delta R_2, \Delta R_3, \Delta R_4$, et si on écrit l'équation du voltage de sortie du pont en fonction des variations de résistance unitaire (i.e. $\delta_i = \Delta R_i / R_i$), alors en négligeant les termes d'ordre supérieur en δ_i^2 on obtient :

$$\Delta E_m = \frac{r}{(1+r)^2} \cdot V \cdot \frac{(\delta_1 - \delta_2 + \delta_3 - \delta_4)}{\left[1 + \frac{r}{(1+r)} \cdot \frac{(R_1 + R_2)}{Z_m} + NL \right]} \quad (15)$$

où $\delta_i = \frac{\Delta R_i}{R_i}$

et $NL = \frac{1}{1+r} [\delta_1 + \delta_2 + r(\delta_3 + \delta_4)]$

Le terme NL contribue à la non-linéarité de la réponse du pont en fonction de la déformation. Cependant, si on considère des $\delta_i < 0.01$ ¹, on peut alors négliger le terme NL et l'on obtient :

$$\Delta E_m = \frac{r}{(1+r)^2} \cdot V \cdot \frac{(\delta_1 - \delta_2 + \delta_3 - \delta_4)}{\left[1 + \frac{r}{(1+r)} \cdot \frac{(R_1 + R_2)}{Z_m} \right]} \quad (16)$$

Dans les cas très courants où l'on a 4 résistances de mêmes valeurs nominales ($R_1 = R_2 = R_3 = R_4$) ou bien dans le cas où l'on assure que $r = 1$ ($R_1/R_4 = R_2/R_3 = 1$) on obtient :

$$\Delta E_m = \frac{V}{4} \cdot \frac{(\delta_1 - \delta_2 + \delta_3 - \delta_4)}{1 + \frac{R}{Z_m}} \quad (17)$$

Vu que dans la plupart des cas l'impédance des instruments de lecture comme les voltmètres numériques, les amplificateurs et les systèmes d'acquisition de données, est très grande ($Z_m \gg R$), alors :

$$\boxed{\Delta E_m = \frac{V}{4} \cdot (\delta_1 - \delta_2 + \delta_3 - \delta_4)} \quad (18)$$

L'examen de l'équation (18) montre que :

- ⇒ Certains termes δ_i peuvent être nuls suivant le nombre de jauges actives dans le pont.
- ⇒ Pour la mesure des déformations, lorsque plusieurs jauges agissent simultanément (2 ou 4 jauges actives), il est possible d'ajouter ou de retrancher leurs effets selon qu'elles soient placées dans une branche positive (δ_1 ou δ_3) ou négative (δ_2 ou δ_4).
- ⇒ Les variations de résistance des jauges dues à des effets parasites comme la température (δ_{it}) peuvent ainsi être éliminées (voir section 2.4.4) en plaçant une jauge dans une branche positive et une autre dans une branche négative.

¹ $\delta_i = 0.01$ correspond à une déformation de 0.5% pour une jauge ayant un $S_G = 2,0$. Dans la pratique, les déformations mesurées sur des pièces métalliques dépassent rarement cette valeur (domaine élastique).

2.4.2 Lecture directe du pont de Wheatstone

Aujourd'hui, l'instrumentation est très fiable et le traitement numérique des signaux est très répandu. De ce fait, les utilisations du pont de Wheatstone en lecture directe sont les plus courantes. La variation de résistance de la jauge (ou des jauges) dans le pont de Wheatstone est obtenue directement à partir de la mesure du signal ΔE_m . Cette lecture doit être faite à l'aide d'un instrument très sensible comme un voltmètre numérique. Les avantages de la lecture directe sont très évidents :

- La sortie peut être amplifiée, numérisée, enregistrée sur traceur, bande magnétique, imprimante, ordinateur, etc.;
- La sortie, tout en restant analogique, peut être enregistrée sur un oscillographe (phénomènes dynamiques);
- Plusieurs ponts peuvent être reliés ensemble et leurs sorties mesurées par commutation automatique (ex : système d'acquisition de données) ou manuelle.

La source d'alimentation DC du pont a un effet direct sur le signal ΔE_m . Elle doit donc être très stable et dénuée de bruit. Les appareils commerciaux utilisent souvent une alimentation AC. Dans ce dernier cas, le circuit de base est alors modifié afin de démoduler la partie alternative du signal ΔE_m .

Comme dans la plupart des cas, l'impédance de l'instrument de mesure est très grande (éq. 18), on a alors :

$$\delta_i = \frac{\Delta R_i}{R_i} = S_G \varepsilon_e$$

Si : $r = 1$

$$\Delta E_m = \frac{V}{4} \cdot S_G \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) \quad (19)$$

Si : $r \neq 1$ (rare)

$$\Delta E_m = \frac{r}{(1+r)^2} \cdot V \cdot S_G \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) \quad (20)$$

Indicateurs de déformation

Les indicateurs de déformation commerciaux (Figure 2.18) ont un amplificateur à gain variable qui permet d'afficher directement la déformation en réglant le facteur de jauge sur l'appareil (valide seulement si $r = 1$). L'équation (21) démontre comment le signal est converti pour obtenir directement un affichage de la déformation.

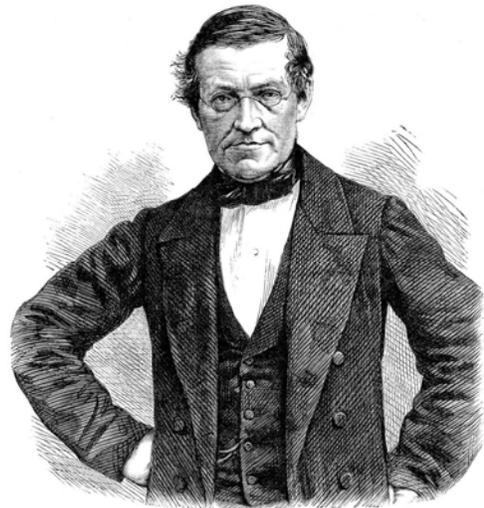
$$\Delta E_m \cdot \left(\frac{4}{V \cdot S_G} \right) = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) \quad (21)$$



Figure 2.18 - Indicateur de déformation portable [1] p. 326

Figure 2.19 - Sir Charles Wheatstone

Sir Charles Wheatstone est un physicien et inventeur britannique qui a exploré des domaines très divers durant sa carrière. Jeune il fut apprenti chez son oncle, fabriquant d'instruments de musique à Londres. Il y inventa un type d'accordéon. Mais la science fut sa véritable passion. Autodidacte, Charles Wheatstone obtint en 1834 un poste de professeur de philosophie expérimentale à l'université de Londres. La même année il mit au point une méthode de mesure de la vitesse du courant électrique dans un conducteur. Trois ans plus tard il obtint un brevet pour le premier télégraphe britannique. Il inventa également le stéréoscope. Le pont qui porte son nom ne fut pas inventé par Charles Wheatstone, mais par Samuel Hunter Christie en 1833. Mais il fut le premier à l'utiliser pour la mesure de résistances dans un circuit électrique. [4] p. 9



Bettman Archive

2.4.3 Sensibilité du pont de Wheatstone

Dans ce qui suit, le pont de Wheatstone (Figure 2.17) est considéré comme linéaire et l'impédance de l'instrument de mesure comme infinie ($Z_m = \infty$). À ce moment, nous avons le cas le plus général :

$$\Delta E_m = \frac{r}{(1+r)^2} \cdot V \cdot (\delta_1 - \delta_2 + \delta_3 - \delta_4)$$

La sensibilité est définie comme le rapport entre la variation du voltage de sortie et la déformation mesurée par le pont, qui elle dépend du nombre de jauges actives n ($n = 1, 2, 3, 4$). Si on écrit :

$$(\delta_1 - \delta_2 + \delta_3 - \delta_4) = n\delta = n \cdot S_G \cdot \varepsilon$$

on obtient la sensibilité S :

$$S = \frac{\Delta E_m}{\varepsilon} = \frac{r}{(1+r)^2} \cdot V \cdot S_G \cdot n \quad (22)$$

On peut considérer la sensibilité S de deux points de vue :

- L'alimentation V est fixe ce qui est le cas de l'instrumentation courante comme dans le cas des indicateurs de déformation,
- On peut faire varier le voltage d'alimentation sans toutefois dépasser une valeur limite donnée par la puissance maximale que peut dissiper la jauge.

a) Cas où $V = \text{constant}$

La sensibilité S donnée par l'équation précédente montre que S dépend du nombre de jauges actives et du rapport r . Dans le cas des capteurs à base de jauges, on augmente le signal de sortie du pont en utilisant 2 jauges (demi pont) ou préférablement 4 jauges actives (plein pont) dans le pont de Wheatstone.

En ce qui concerne le rapport r , on voit dans la Figure 2.20 que la sensibilité du pont sera maximale pour $r = 1$ car :

$$\frac{r}{(1+r)^2} \text{ est maximum à } r = 1$$
$$S \downarrow \text{ quand } r \uparrow (r > 1)$$

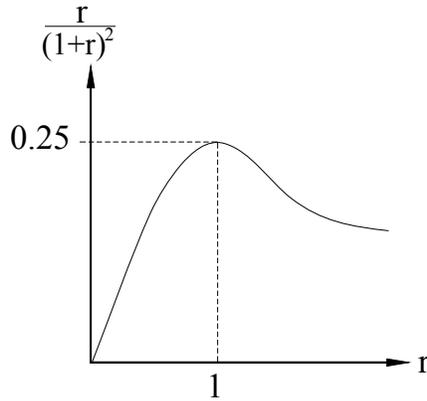


Figure 2.20

b) Cas où on dissipe la puissance maximale à la jauge

On choisit le voltage V de façon à alimenter les jauges du pont pour quelles dissipent le maximum de puissance permis. Le courant de jauge devient alors le facteur de limitation important et est fonction du type de jauge utilisé dans le pont.

i- Montage quart de pont

Par exemple, si nous avons une seule jauge active (Figure 2.21a)

puisque
$$r = \frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_3}$$

le courant passant dans la jauge est

$$I = \frac{V}{R_1 + R_4} = \frac{V}{R_1 \left(1 + \frac{1}{r}\right)}$$

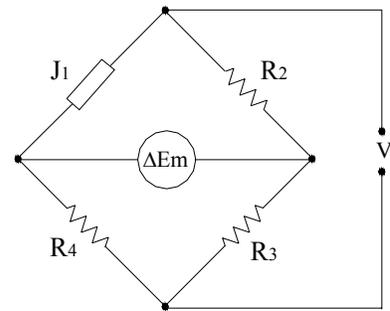


Figure 2.21a - Quart de pont

mais
$$I_{\max} = \sqrt{\frac{P_{\max}}{R_1}} \quad (\text{note : } P = RI^2)$$

où P_{\max} est la puissance maximale permise pour avoir une bonne dissipation de la chaleur générée à la jauge.

Donc :
$$V_{\max} = I_{\max} (R_1 + R_4) = I_{\max} \cdot R_1 \cdot \left(1 + \frac{1}{r}\right) = \left(1 + \frac{1}{r}\right) \sqrt{P_{\max} \cdot R_1} \quad (23)$$

La sensibilité est alors:
$$S = \frac{r}{(1+r)^2} \cdot V_{\max} \cdot S_G \cdot \eta = \left(\frac{1}{1+r} \right) S_G \sqrt{P_{\max} \cdot R_1}$$

si $r = 1$
$$V_{\max} = 2 \cdot \sqrt{P_{\max} R_1} \quad \text{et} \quad S = \frac{1}{2} S_G \sqrt{P_{\max} \cdot R_1}$$

Une sélection adéquate de la jauge (P_{\max} , R) permet d'augmenter le voltage d'alimentation du pont (V_{\max}) et donc d'avoir une plus grande sensibilité (signal de sortie ΔE_m plus grand).

Dans les rares cas où $r \neq 1$, la sensibilité peut être augmentée avec un $r < 1$ (limites raisonnables). Cependant, même dans ce cas, une sélection adéquate de la jauge demeure le facteur le plus important pour augmenter la sensibilité du pont.

Le tableau 2.4 donne la densité de puissance recommandée pour les jauges en fonction de la conductibilité thermique des pièces et de la précision recherchée dans le cas des phénomènes statiques ou dynamiques. Pour obtenir la puissance maximale à la jauge, il suffit de multiplier la densité de puissance par la surface de la jauge (grille). Certaines compagnies publient également des abaques qui servent à déterminer le voltage d'alimentation max de leurs jauges. La figure 2.21b, qui suit, est un exemple d'abaque pour des jauges de 120 ohms.

Tableau 2.4 – Densité de puissance recommandée pour les jauges, P'_G (Watt / po²) ($KWatt/m^2$)

Conductibilité Thermique		Excellente	Bonne	Moyenne	Mauvaise	Très mauvaise
Précision		Grosses pièces d'aluminium ou de cuivre	Grosses pièces d'acier	Tôles minces d'inox ou de titane	Plastiques chargés, verre epoxy	Plastiques non chargés, par exemple, acryliques ou polystyrène
STATIQUE	Elevée	2 - 5 3.1 - 7.8	1 - 2 1.6-3.7	0.5-1 0.78- 1.6	0.1 -0.2 0.16-0.31	0.01 - 0.02 0.016-0.031
	Moyenne	5-10 7.8 - 16	2 - 5 3.7 - 7.8	1 -2 7.5-3.7	0.2-0.5 0.31- 0.78	0.02 - 0.05 0.031 - 0.078
	Basse	10-20 16-31	5-10 7.8- 16	2 - 5 3.7 - 7.8	0.5-1 0.78- 1.6	0.05 - 0.1 0.078 - 0.16
DYNAMIQUE	Elevée	5-10 7.8 - 16	5-10 7.8 - 16	2 - 5 3.7 - 7.8	0.75- 1.6 0.5-1	0.01 - 0.05 0.016-0.078
	Moyenne	10-20 16 - 31	10-20 16-31	5 -10 7.8- 16	1 -2 7.6-3.7	0.05 - 0.2 0.078-0.31
	Basse	20-50 31-78	20-50 31-78	10-20 16-31	2 - 5 3.7 - 7.8	0.2 - 0.5 0.31-0.78

NOTE : Suivant les recommandations S.I., la densité de puissance est exprimée en $KWatts/m^2$, ce qui, numériquement exprime aussi des $milliWatts/mm^2$

$$\text{Densité de puissance : } P'_G = \frac{V_B^2}{4R_G A_G} \quad \text{et} \quad P_{\max} = P'_G \cdot A_G$$

V_B : tension d'excitation du pont; R_G : résistance de la jauge; A_G : surface de la grille active

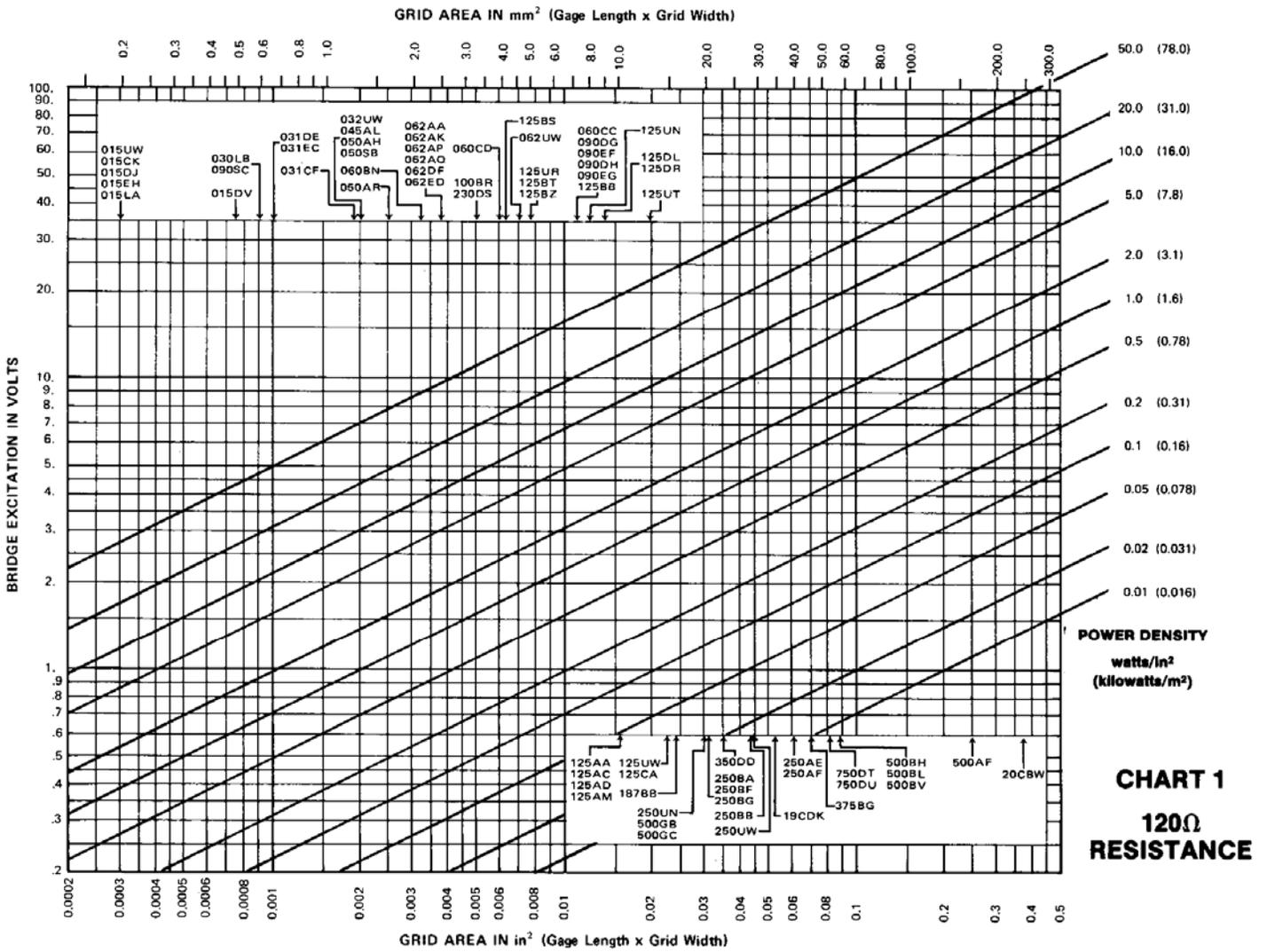


Fig. 2.21b- Abaque pour le calcul du voltage d'alimentation de jauges de 120 ohms
(L'ordonnée de droite est le voltage d'alimentation en Volt)

ii- Montage en demi-pont: cas 1

-Montage utilisé lorsqu'on veut mesurer la différence des signaux fournis par deux jauges actives dans des bras adjacents (se soustraient).

-Montage aussi utilisé en cas de compensation de température

J_1 et J_2 : Jauge active et jauge témoin avec $R_1 = R_2 = R_G$

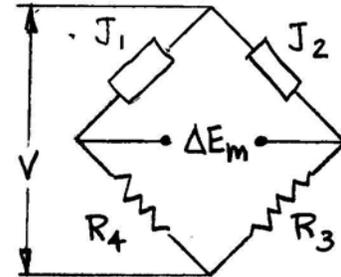
$R_3 = R_4$: Résistances fixes pouvant être différentes de R_G

Avec cet arrangement, le courant passant à travers une jauge active et une jauge témoin est donné par:

$$V_{\max} = I_{\max} (R_1 + R_4) = (1 + 1/r) \sqrt{P_{\max} \cdot R_1}$$

et donc

$$S = \left(\frac{1}{1+r} \right) S_G \sqrt{P_{\max} \cdot R_1}$$



On revient à un cas identique au 1/4 de pont et on a intérêt à avoir $r > 1$.

iii- Montage en demi-pont: cas 2

Montage aussi utilisé en compensation de température

J_1 et J_4 : Jauge active et jauge témoin avec $R_1 = R_4 = R_G$

Donc $r=1$

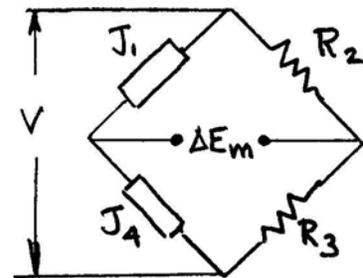
$R_2 = R_3$: Résistances fixes pouvant être différentes de R_G

Le courant maximum est dans ce cas donné par ($r=1$ obligatoirement)

$$V_{\max} = 2 \cdot I_{\max} \cdot R_G = 2 \cdot \sqrt{P_{\max} \cdot R_G}$$

et donc

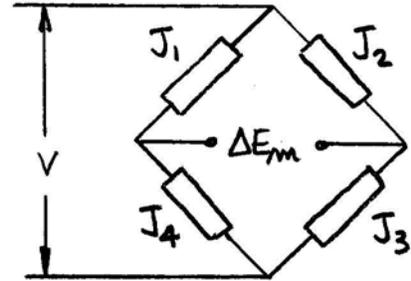
$$S = \frac{1}{2} \cdot S_G \cdot \sqrt{P_{\max} \cdot R_1}$$



Par rapport au cas précédent b), le fait d'avoir $r=1$ réduit la sensibilité de 50%. Cependant le choix de la jauge garde son importance pour la puissance de dissipation permise.

iv- Montage en pont complet

- 4 jauges actives et en général identiques ($r=1$), sauf cas exceptionnel
- Montage utilisé généralement dans les capteurs à jauges pour augmenter la sensibilité ou pour éliminer des effets parasites (traction-compression, flexion, torsion)
- Compensation en température réalisée automatiquement



Dans le cas où $r \neq 1$: Ce cas peut se présenter en mettant deux jauges dans les branches 4 et 3 par rapport à une seule jauge dans les branches 1 et 2 (mesures spéciales). On est ramené au cas *i*- du montage en 1/4 de pont.

Dans le cas où $r=1$: C'est le cas le plus courant. On est alors ramené au cas du demi- pont *iii*- où $V_{max} = 2 \cdot I_{max} \cdot R_g$, et la sensibilité est réduite de 50%.

Pour le pont complet, puisque nous avons 4 jauges potentiellement actives, si elles sont judicieusement combinées, on augmente la déformation mesurée et donc la sensibilité par un facteur de 4 par rapport au 1/4 pont.

2.4.4 Principe de la compensation en température

(Ce principe est applicable même si on utilise des jauges auto-compensées en température)

Jauge active

Soit une jauge collée sur une structure S subissant une déformation mécanique ϵ_m et un changement de température ΔT . La variation de résistance de la jauge active sera :

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = \delta_1 = \delta_1' + \delta_1''$$

J_1 : jauge active (Figure 2.22)

J_2 : jauge témoin en température

Où l'effet mécanique est :

$$\delta_1' = S_G \cdot \epsilon_m$$

Et où l'effet thermique est :

$$\delta_1'' = [\beta_G \cdot \Delta T + (\alpha_s - \alpha_G) \cdot \Delta T \cdot S_G]$$

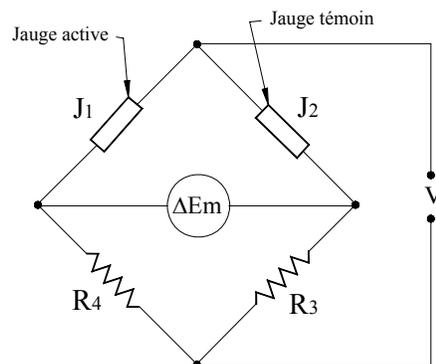


Figure 2.22 – Demi pont

Jauge témoin

Soit une jauge du même lot que la jauge J_1 , collée sur un échantillon de même matériau que la structure S et subissant le même ΔT que S . Si l'échantillon ne subit pas de déformation mécanique, alors le changement résistance de la jauge témoin sera :

$$\frac{\Delta R_2}{R_2} = \delta_2 = \delta_2'' = [\beta_G \cdot \Delta T + (\alpha_s - \alpha_G) \cdot \Delta T \cdot S_G] = \delta_1''$$

Donc : $\delta_2 = \delta_1''$

Et :
$$\Delta E_m = \frac{r}{(1+r)^2} \cdot V \cdot (\delta_1 - \delta_2)$$

$$\Delta E_m = \frac{r}{(1+r)^2} \cdot V \cdot (\delta_1' + \delta_1'' - \delta_1'')$$

$$\Delta E_m = \frac{r}{(1+r)^2} \cdot V \cdot \delta_1' = \frac{r}{(1+r)^2} \cdot V \cdot S_G \cdot \varepsilon_m$$

Conclusions

En utilisant ce principe, on ne mesure que l'effet mécanique sur la jauge J_1 . Il y a donc compensation (annulation) de l'effet de la température.

Avec deux (demi pont) ou quatre jauges (plein pont) il y a automatiquement compensation de l'effet de la température.

2.4.5 Équilibrage initial du pont (zéro du pont)

Il est rare que le pont soit équilibré ($\Delta E_m = 0$) avant de faire un essai. Ce déséquilibre vient en général du fait que les jauges et les résistances fixes que l'on retrouve dans le pont n'ont pas exactement la même valeur de résistance bien que leur résistance nominale soit la même.

R_{nom} varient de ± 0.1 à $\pm 1\%$ (en général 0.3%) pour les jauges commerciales ainsi que pour les résistances fixes, si bien que chaque branche du pont aura une résistance égale à :

$$R_i = R_{nom} \pm n \quad \text{où } n \text{ est la tolérance de variation en } \%$$

L'équilibrage initial du pont est souvent nécessaire pour avoir accès à la plage complète d'utilisation de l'instrument de mesure. Pour obtenir cet équilibrage initial, on ajoute au pont un petit circuit fait d'un potentiomètre et d'une résistance fixe (Figure 2.23).

Principe :

R_b : potentiomètre linéaire servant à ajuster l'output initial du pont à zéro

R_a : résistance prévenant les courts-circuits (en bout de course de R_b)

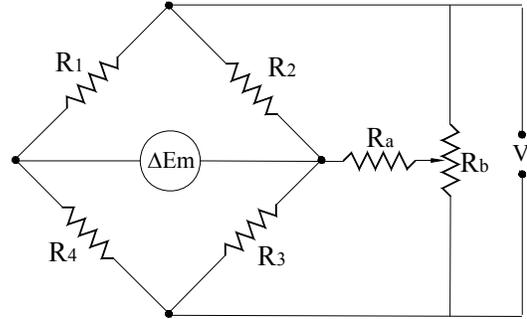
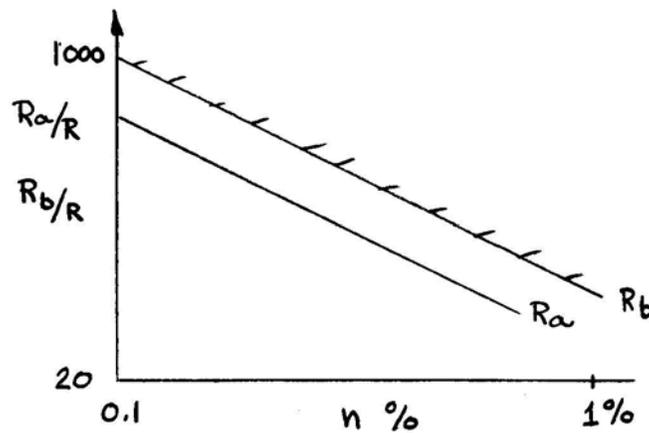


Figure 2.23 – Circuit d'équilibrage initial du pont

La valeur des résistances d'équilibrage R_a et R_b dépend de la tolérance n . De petites valeurs de R_a et R_b , bien que commodes pour donner une bonne latitude, changent de façon significative la résistance des branches 2 ou 3 du pont, ce qui affectera la précision des mesures de déformation faites à partir de jauges placées dans ces branches. Pour éviter ce problème, des abaques ont été mises au point pour choisir les résistances optimales (réf. A. Bazergui, "On the Initial Balance of Wheatstone Briges", Strain, janv. 1971 et aussi [3]).



2.4.6 Étalonnage électrique du pont de Wheatstone (Étalonnage Shunt)

On a vu que ΔE_m est une fonction de V , Z_m et δ_i . Au lieu de mesurer ces valeurs avec précision, il est souvent plus facile d'étalonner le pont directement de façon à obtenir la valeur de la constante d'étalonnage K_c :

$$\Delta E_m = K_c \cdot (\delta_1 - \delta_2 + \delta_3 - \delta_4) \quad (24)$$

Principe

On provoque artificiellement un changement de résistance connu dans une branche du pont (δ_{1c} connu, $\delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = 0$) et on mesure le déséquilibre ΔE_{mc} .

$$\Delta E_{mc} = K_c \cdot \delta_{1c}$$

$$K_c = \frac{\Delta E_{mc}}{\delta_{1c}}$$

Ce déséquilibre est obtenu en branchant une résistance R_c connue en parallèle avec une branche du pont (ex. J_1 , Figure 2.24)

$$\begin{aligned} I : \text{ouvert} &\rightarrow R_1 \\ I : \text{fermé} &\rightarrow R'_1 = (R_1 R_c / (R_1 + R_c)) \end{aligned}$$

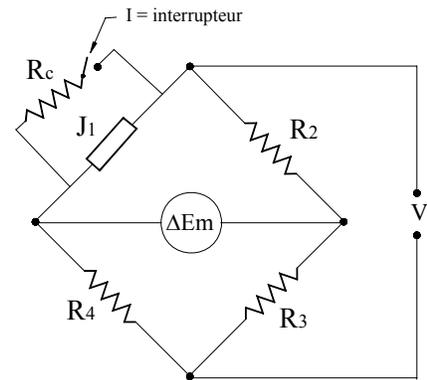


Figure 2.24 – Exemple d'étalonnage électrique dans la branche # 1

$$\Delta R_1 = \frac{R_1 R_c}{R_1 + R_c} - R_1$$

$$\delta_{1c} = \frac{\Delta R_1}{R_1} = \frac{-1}{1 + R_c/R} \quad (25)$$

Alors :

$$K_c = \frac{\Delta E_{mc}}{\delta_{1c}} = - \left(1 + \frac{R_c}{R_1} \right) \cdot \Delta E_{mc} \quad (26)$$

Pour choisir R_c , la résistance d'étalonnage ("calibration resistance" en anglais), on estime la valeur de la déformation maximale, ε_{1c} , que l'on est susceptible d'obtenir, de façon à créer un δ_{1c} du même ordre de grandeur ($\delta_{1c} = S_G \varepsilon_{1c}$).

De l'équation (26) :

$$R_c = R_1 \left(\frac{\delta_{1c} + 1}{\delta_{1c}} \right)$$

Utilisation de K_c

Par exemple, lors d'une mesure en 1/4 pont où seul δ_l change, on peut obtenir la déformation ε_l à l'aide de la constante d'étalonnage K_c de la façon suivante :

$$\Delta E_m = K_c \cdot \delta_l = K_c \cdot S_G \cdot \varepsilon_l = - \left(1 + \frac{R_c}{R_1} \right) \cdot \Delta E_{mc} \cdot \delta_l$$

Donc :

$$\delta_l = - \frac{\Delta E_m}{\Delta E_{mc}} \left(\frac{R_1}{R_1 + R_c} \right) = \frac{\Delta E_m}{K_c} \text{ et } \varepsilon_l = \frac{\Delta E_m}{S_G \cdot K_c} \quad (27)$$

Pratique courante

Sur le marché, on trouve des résistances de précision R_C qui servent à simuler des déformations typiques avec des jauges de 120 Ω ou 350 Ω (Tableau 2.5).

Tableau 2.5 - Résistances shunt pour simuler des déformations

RESISTANCE SHUNT EN OHMS	DÉFORMATIONS SIMULÉES ET INDIQUÉES EN : $\mu\text{m/m}$ POUR DES RÉSISTANCES ET FACTEURS DE JAUGES DONNÉS							
	$R_G = 120 \text{ ohms}$				$R_G = 350 \text{ ohms}$			
	F = 2.0		F = 2.1		F = 2.0		F = 2.1	
	SIM.	IND.	SIM.	IND.	SIM.	IND.	SIM.	IND.
599,880	100.0	100.0	95.2	95.2	291.6	291.6	277.7	277.8
9,650	171.5	171.6	163.4	163.4	500.0	500.3	476.2	476.4
174,650	343.3	343.4	327.0	327.1	1,000.0	1,001.0	952.4	953.3
119,880	500.0	500.3	476.2	476.4	1,455.5	1,457.7	1,386.2	1,388.3
87,150	687.5	688.0	654.8	655.2	2,000.0	2,004.0	1,904.8	1,908.6
59,880	1,000.0	1,001.0	952.4	953.3	2,905.5	2,914.0	2,767.2	2,775.2
57,983	1,032.6	1,033.7	983.5	984.5	3,000.0	3,009.0	2,857.2	2,865.8
43,400	1,378.7	1,380.6	1,313.0	1,314.8	4,000.0	4,016.1	3,809.5	3,824.8
34,650	1,725.6	1,728.6	1,643.5	1,646.3	5,000.0	5,025.1	4,761.9	4,785.8
29,880	2,000.0	2,004.0	1,904.8	1,908.6	5,789.0	5,822.7	5,513.3	5,545.4
19,880	3,000.0	3,009.0	2,857.2	2,865.8	8,650.5	8,726.0	8,238.6	8,310.5
17,150	3,474.2	3,486.3	3,308.8	3,320.3	10,000.0	10,101.0	9,523.8	9,620.0
14,880	4,000.0	4,016.1	3,809.5	3,824.8	11,490.5	11,624.0	10,943.3	11,070.5
11,880	5,000.0	5,025.1	4,761.9	4,785.8	14,309.1	14,516.8	13,627.7	13,825.5
5,880	10,000.0	10,101.0	9,523.8	9,620.0	28,089.9	28,901.7	26,752.3	27,525.5

Dépendant de la valeur de la déformation simulée par la résistance R_C , la non-linéarité de la réponse du pont peut introduire des erreurs de mesure. Le signal de sortie du pont est interprété comme une déformation plus grande (IND.) que la déformation réelle (SIM.) si on néglige le terme NL de l'équation (15) (ce qui est le cas des indicateurs de déformation commerciaux). Jusqu'à 10000 $\mu\text{m/m}$ l'erreur est inférieure à 1% et il est de pratique courante de la négliger.

2.5 DISPOSITION DES JAUGES DANS LE PONT DE WHEATSTONE

Il existe plusieurs arrangements possibles des jauges dans le pont de Wheatstone en vue de détecter une composante particulière de la déformation d'une structure ou du corps d'épreuve dans le cas d'un capteur: traction-compression, flexion, torsion, cisaillement, déformation de membrane, etc.. Nous présentons dans ce qui suit, quelques cas parmi les plus courants.

2.5.1 Traction-compression

Plein pont (pont de Poisson):

Note : Toutes les jauges sont considérées comme étant placées à la même distance par rapport au bout du barreau.

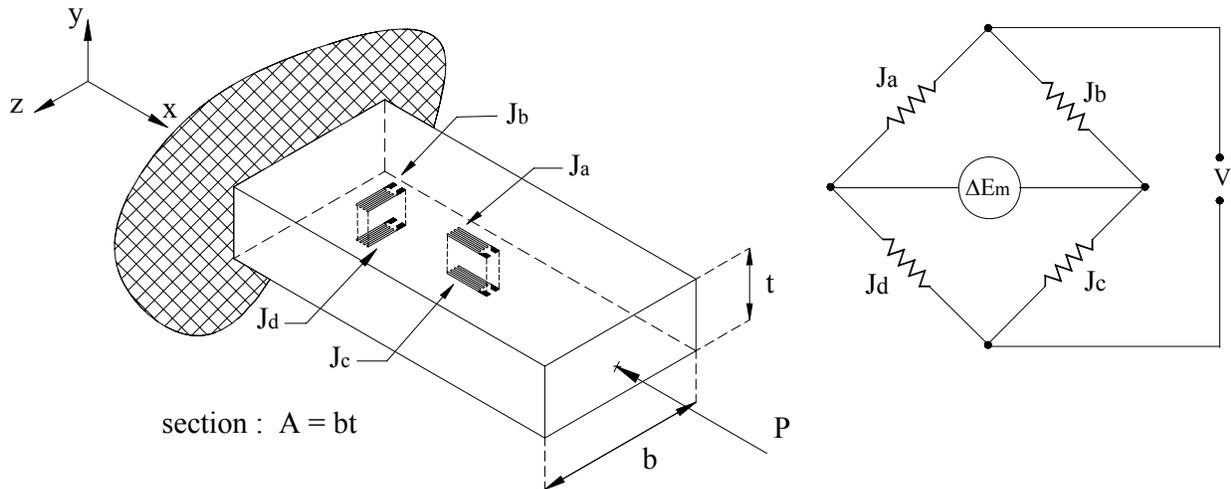


Figure 2.25 – Mesure de traction ou compression à l'aide d'un plein pont (pont de Poisson)

Soit :

$$\varepsilon = \varepsilon_a = \varepsilon_c = \frac{P}{AE}$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_d = -\nu\varepsilon$$

L'output théorique du pont :

$$\Delta E_m = \frac{V}{4} \cdot S_G \cdot [2(1+\nu) \varepsilon] \quad (27)$$

Le système a les caractéristiques suivantes :

- Compensé en température (plein pont)
- Compensé pour la flexion dans le plan x-y car J_a et J_c (ou J_b et J_d) lirait des déformations opposées et donc s'annuleraient dans le pont (ex. flexion due à une force parasite F_y appliquée au bout du barreau)
- La flexion dans le plan x-z n'a pas d'effet sur les jauges car elles sont placées sur l'axe neutre (ex. flexion due à une force parasite F_z appliquée au bout du barreau)
- La torsion n'a pas d'effet sur les jauges à cause de leur orientation soit parallèle avec l'axe x de la poutre (J_a et J_c) ou soit perpendiculaire à l'axe x de la poutre (J_b et J_d) (ex. torsion due à un moment parasite M_x appliquée au bout du barreau).

2.5.2 Flexion (demi pont)

Note : Les jauges sont placées à la même distance par rapport au bout du barreau

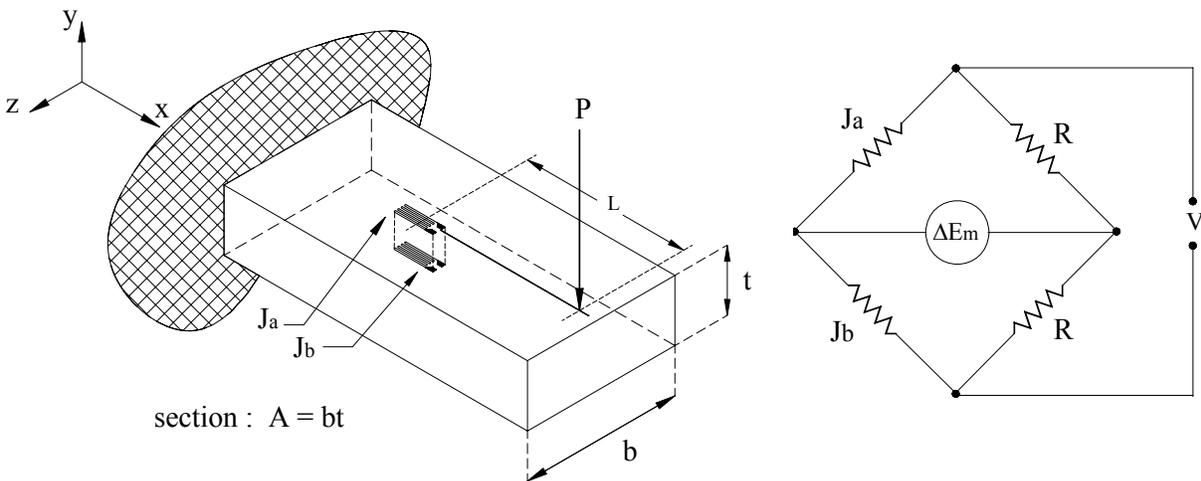


Figure 2.26 – Mesure de la flexion à l'aide d'un demi-pont

Soit :

$$\varepsilon = \varepsilon_a = -\varepsilon_b = \frac{PL}{2IE} \quad ; \quad I = \frac{bt^3}{12}$$

Output théorique du pont :

$$\Delta E_m = \frac{V}{4} \cdot S_G \cdot 2\varepsilon \quad (28)$$

Le système a les caractéristiques suivantes :

- Compensé en température (jauges dans des branches adjacentes).
- Compensé pour la traction-compression car les jauges J_a et J_b lirient des déformations identiques et donc s'annuleraient dans le pont (ex. traction-compression due à une force axiale F_x)
- La flexion dans le plan $x-z$ n'a pas d'effet sur les jauges car elles sont placées sur l'axe neutre (ex. flexion due à une force parasite F_z)
- La torsion n'a pas d'effet sur les jauges à cause de leur orientation avec l'axe de la poutre (ex. torsion due à un moment parasite M_x)

2.5.3 Flexion avec un pont complet (pont de Poisson)

Note : Les jauges sont considérées comme étant placées à la même distance par rapport au bout du barreau.

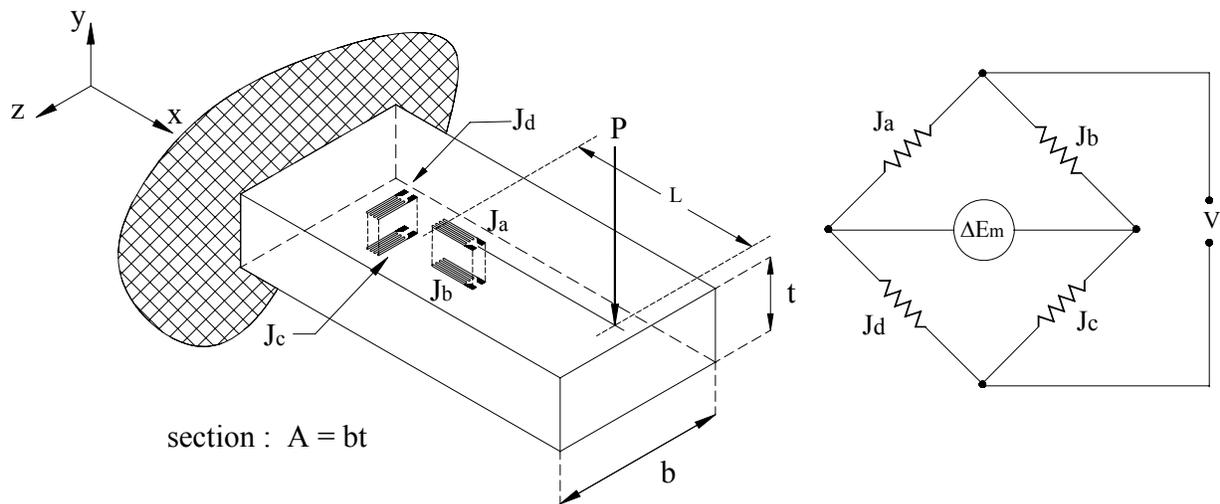


Figure 2.27 – Mesure de la flexion à l'aide d'un plein pont

Soit :

$$\varepsilon = \varepsilon_a = -\varepsilon_b = \frac{PLt}{2IE} \quad ; \quad \varepsilon_c = -\varepsilon_d = \nu\varepsilon \quad ; \quad I = \frac{bt^3}{12}$$

Output théorique du pont :

$$\Delta E_m = \frac{V}{4} \cdot S_G \cdot [2(1+\nu) \varepsilon] \quad (29)$$

Le système a les caractéristiques suivantes :

- Compensé en température (plein pont).
- Compensé pour la traction-compression car les jauges J_a et J_b (ou J_c et J_d) lirient des déformations identiques et donc s'annuleraient dans le pont (ex. traction-compression due à une force axiale parasite F_x)
- La flexion dans le plan x-z n'a pas d'effet sur les jauges car elles sont placées sur l'axe neutre (ex. flexion due à une force parasite F_z)
- La torsion n'a pas d'effet sur les jauges à cause de leur orientation par rapport à l'axe x de la poutre (ex. torsion due à un moment parasite M_x)
- L'output théorique est 1.3 fois plus grand que celui du 1/2 pont.

2.5.4 Torsion

Soit un arbre circulaire plein soumis à de la torsion. Les déformations normales maximales sont à 45° par rapport à l'axe longitudinal (axe x) de l'arbre (Fig. 2.28).

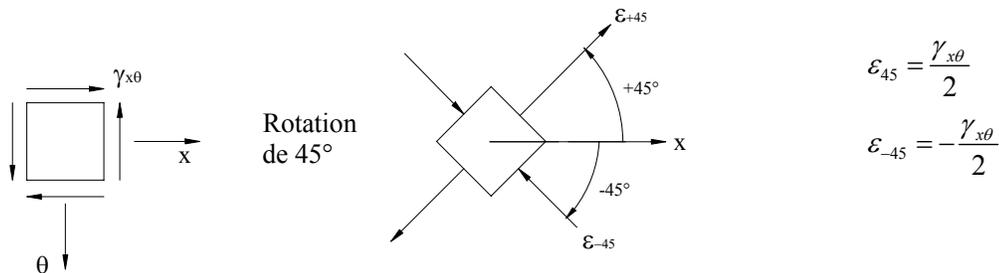


Figure 2.28 – Déformations normales maximales

Les jauges J_a et J_b sont placées sur la même génératrice (Fig. 2.29), collées perpendiculairement l'une par rapport à l'autre, et ont une orientation de 45° par rapport à l'axe longitudinal de l'arbre. Les mêmes conditions s'appliquent aux jauges J_c et J_d qui sont placées sur la même génératrice mais de façon diamétralement opposées aux jauges J_a et J_b .

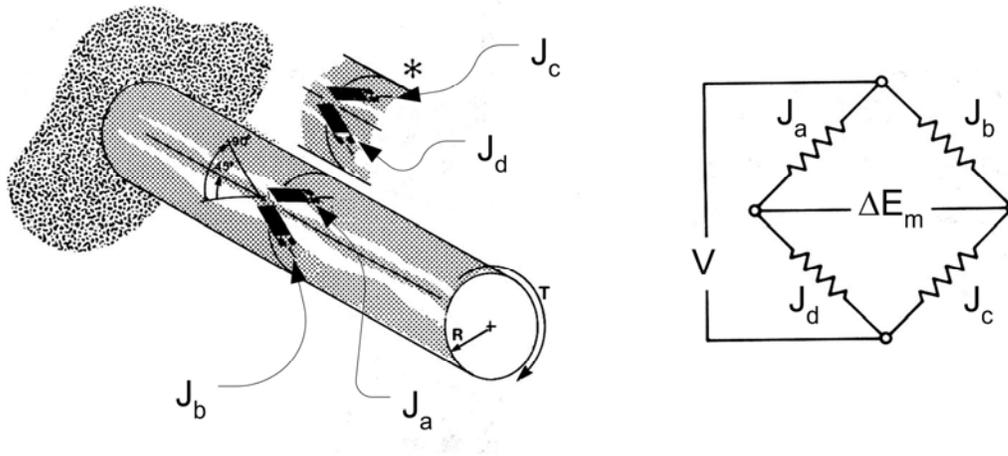


Figure 2.29 – Mesure de la torsion à l'aide d'un plein pont [4] Mai 1987 p. 11

Soit :

$$\frac{\gamma_{x\theta}}{2} = \frac{\tau_{x\theta}}{2G} = \frac{T R}{2JG} \quad ; \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad ; \quad \varepsilon_a = \varepsilon_c = \frac{\gamma_{x\theta}}{2} \quad ; \quad \varepsilon_b = \varepsilon_d = -\frac{\gamma_{x\theta}}{2}$$

Output théorique du pont :

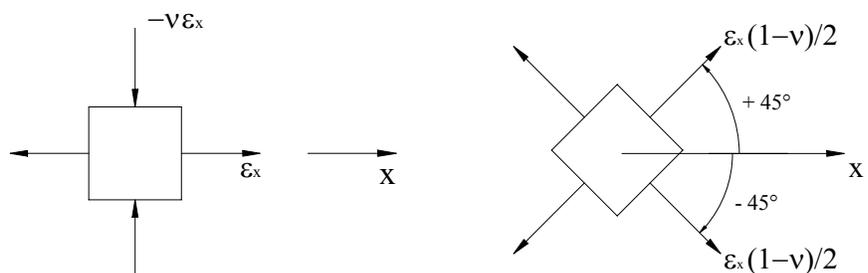
$$\Delta E = \frac{V}{4} \cdot S_G \cdot 2\gamma_{x\theta} \quad (30)$$

Le système a les caractéristiques suivantes :

- Compensé en température (plein pont).
- Compensé pour la traction-compression (F_x) car toutes les jauges liraient des déformations identiques et donc s'annuleraient dans le pont
- Compensé pour la flexion car les jauges de part et d'autre de l'arbre subiraient des déformations même amplitude mais de signes contraires et donc s'annuleraient dans le pont.

Lorsque le barreau est soumis à de la traction-compression ou à de la flexion, les jauges situées d'un côté de l'arbre, par exemple J_a et J_b (ou J_c et J_d) voient des déformations identiques (Fig. 2.30).

Figure 2.30 - Déformations des jauges



Conclusions

Comme nous venons de le démontrer pour certains cas typiques, les jauges sont collées sur le corps d'épreuve de façon à réaliser un demi pont ou préférablement un pont complet de Wheatstone. Nous obtenons ainsi :

- o la compensation thermique
- o l'isolation de l'effet mécanique désiré
- o l'output électrique maximum

Lorsqu'il s'agit de disposer les jauges dans le pont de Wheatstone, il faut se rappeler que :

- o les branches 1 et 3 sont positives
- o les branches 2 et 4 sont négatives

2.6 - PROBLÈMES RELIÉS AUX CIRCUITS AVEC PONT DE WHEATSTONE

En général ces problèmes sont de trois ordres

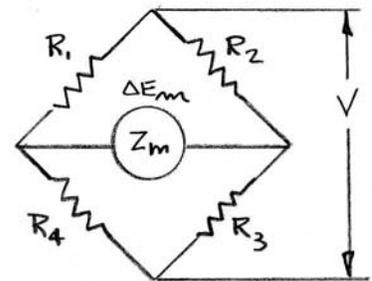
- Effet de la non-linéarité de la réponse du pont
- Effets thermiques
- Effet des longs fils de liaison

2.6.1 - Effet de la non-linéarité

Le signal de sortie d'un pont de Wheatstone n'est pas linéaire en fonction de la variation de ses résistances. Pour les faibles déformations ($\epsilon < 5000 \mu\text{m/m}$), la variation de résistance des jauges est relativement faible et on peut négliger l'effet de la non-linéarité, c'est-à-dire le terme "NL" de l'équation (15).

$$\Delta E_m = \frac{r}{(1+r)^2} \cdot V \cdot \frac{(\delta_1 - \delta_2 + \delta_3 - \delta_4)}{\left[1 + \frac{r}{(1+r)} \cdot \frac{(R_1 + R_2)}{Z_m} + NL \right]} \quad (15)$$

$$\text{où } NL = \frac{1}{1+r} [\delta_1 + \delta_2 + r(\delta_3 + \delta_4)]$$



En général l'impédance des instrument de lecture (Z_m) est beaucoup plus grande que les résistances du pont. En effet, des instruments comme les voltmètres numériques, les indicateurs de déformation ou les système d'acquisition de données ont des impédances de plusieurs $M\Omega$, ce qui fait que le terme de l'équation (15) qui est divisé par Z_m devient extrêmement petit et peut être éliminé. Il est également courant d'avoir dans le pont des résistances de valeurs nominales égales, donc d'avoir $r = 1$. Sous ces conditions, l'équation (15) devient alors:

$$\Delta E_m = \frac{V}{4} \cdot \frac{(\delta_1 - \delta_2 + \delta_3 - \delta_4)}{\left(1 + \frac{1}{2}(\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4) \right)} \quad (31)$$

L'effet de non-linéarité dépend donc du nombre de jauges actives dans le pont (1, 2 ou 4) et du niveau de déformation que subit chaque jauge. Pour avoir une meilleure idée de cet effet, prenons le cas d'un quart de pont où il n'y a qu'une seule jauge active. On a alors:

$$\Delta E_m = \frac{V}{4} \cdot \frac{2\delta_1}{(2 + \delta_1)} \quad (32)$$

Si on avait négligé le terme de non-linéarité on aurait obtenu:

$$\Delta E_m = \frac{V}{4} \cdot \delta_1 \quad (33)$$

Quelle serait l'erreur commise?

Dans un cas pratique, le signal du pont serait utilisé pour calculer la valeur du changement de résistance de la jauge qui servira à obtenir la déformation. Pour calculer l'erreur nous devrions supposer certaines valeurs de signal, ce qui n'est pas très commode. Mais nous pouvons aussi trouver l'erreur en calculant le signal du pont en fonction du changement de résistance de la jauge causé par une déformation quelconque et en utilisant les deux formules suivantes:

$$\frac{4\Delta E_m}{V} = \frac{2}{(2 + \delta_1)} \cdot \delta_1 \quad \text{Non-linéaire} \qquad \frac{4\Delta E_m}{V} = \delta_1 \quad \text{Linéaire}$$

Dans ce cas, l'erreur relative sera égale à la différence entre le signaux linéaire et non-linéaire ; soit:

$$\%Erreur = \frac{\delta_1 - \frac{2\delta_1}{(2 + \delta_1)}}{\frac{2\delta_1}{(2 + \delta_1)}} \cdot 100\% = \frac{\delta_1}{2} \cdot 100\% = \frac{S_G \cdot \varepsilon_1}{2} \cdot 100\%$$

Le tableau qui suit donne quelques valeurs typiques pour une jauge avec $S_G = 2.0$

Tableau 2.6 – Erreurs dues à la non-linéarité de la réponse de pont de Wheatstone

Déformation, $\mu\text{m}/\text{m}$	δ_1 , $\mu\Omega/\Omega$	Erreur
1000 (courant)	2000	0.1%
5000	10 000	0.5%
10 000 (grande déformation)	20 000	1.0%
100 000 (rare)	200 000	10%

On voit dans le tableau que pour des déformations inférieures à 5000 $\mu\text{m}/\text{m}$, l'erreur de non-linéarité n'est que 0.5%. Par contre, pour les grandes déformations cette erreur n'est plus négligeable. Malheureusement, le cas général de la non-linéarité est pratiquement impossible à traiter car selon l'équation (15), il dépend:

- du type de pont: quart de pont, demi-pont, pont complet
- de la dissymétrie du pont: $r=1$ ou $r \neq 1$

a) Cas où $r=1$

Le résultat de l'analyse de sept configurations courantes du pont est présenté dans le tableau 2.7. Six de ces configurations peuvent aussi servir à la conception de capteurs.

Tableau 2.7 – Effet de la non-linéarité sur la réponse de ponts de Wheatstone

	<p><u>¼ de pont</u> jauge seule mesure de ε</p>	$\frac{\Delta E_m}{V} = \frac{S_G \cdot \varepsilon}{4} \frac{2}{(2 + S_G \cdot \varepsilon)}$	<p>Non-linéaire</p>
	<p><u>traction-compression</u> ½ pont une jauge mesure l'effet de Poisson</p>	$\frac{\Delta E_m}{V} = \frac{S_G \cdot \varepsilon}{4} \frac{2(1+\nu)}{(2 + S_G \cdot \varepsilon(1-\nu))}$	<p>Non-linéaire</p>
	<p><u>flexion</u> ½ pont</p>	$\frac{\Delta E_m}{V} = \frac{S_G \cdot \varepsilon}{2}$	<p>Linéaire</p>
	<p><u>traction-compression</u> 2 jauges actives dans bras adjacents élimine la flexion ΔT doit être faible</p>	$\frac{\Delta E_m}{V} = \frac{S_G \cdot \varepsilon}{2} \frac{1}{(1 + S_G \cdot \varepsilon)}$	<p>Non-linéaire</p>
	<p><u>traction-compression</u> pont complet 2 jauges mesurent l'effet de Poisson</p>	$\frac{\Delta E_m}{V} = \frac{S_G \cdot \varepsilon}{2} \frac{(1+\nu)}{(1 + S_G \cdot \varepsilon(1-\nu))}$	<p>Non-linéaire</p>
	<p><u>flexion</u> pont complet 2 jauges mesurent l'effet de Poisson</p>	$\frac{\Delta E_m}{V} = \frac{S_G \cdot \varepsilon}{2} (1+\nu)$	<p>Linéaire</p>
	<p><u>arbre en torsion</u> pont complet</p>	$\frac{\Delta E_m}{V} = S_G \cdot \varepsilon$	<p>Linéaire</p>

b) Cas où $r \neq 1$

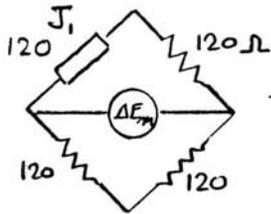
Pour diminuer l'effet de la non-linéarité, on peut jouer sur la dissymétrie du pont de Wheatstone ($r \neq 1$).

Exemple du 1/4 de pont:
$$\frac{\Delta E_m}{V} = \frac{r}{(1+r)^2} \cdot \frac{\delta_1}{\left(1 + \frac{\delta_1}{1+r}\right)}$$

$$\frac{\Delta E_m}{V} = \underbrace{\frac{r}{(1+r)^2}}_{\text{TERME DE SENSIBILITÉ}} \cdot (S_G \cdot \varepsilon) \cdot \underbrace{\frac{1+r}{(1+r + S_G \cdot \varepsilon)}}_{\text{TERME DE NON-LINÉARITÉ}}$$

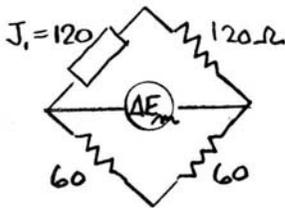
quand $r \uparrow$, le terme de non-linéarité tend vers 1 ce qui améliore la linéarité du signal du pont. Cependant, la sensibilité diminue car le terme $r/(1+r)^2$ décroît quand $r \uparrow$.

Ex: $\varepsilon = 10,000 \mu\text{m/m}$ et $S_G = 2.0$



$r = 1$

$$\frac{\Delta E_m}{V} = \frac{0.02}{4} \times \left(\frac{2}{2 + 0.02} \right) = \overbrace{0.005}^{\text{SENSIBILITÉ}} \times \overbrace{0.99099}^{\text{LINÉARITÉ}}$$



$r = 2$

$$\frac{\Delta E_m}{V} = \frac{2 \times 0.02}{9} \times \left(\frac{3}{3 + 0.02} \right) = \overbrace{0.0044}^{\text{SENSIBILITÉ}} \times \overbrace{0.99337}^{\text{LINÉARITÉ}}$$

$r = 10$

$$\frac{\Delta E_m}{V} = \underbrace{0.00165 \times 0.99819}_{\substack{\text{MEILLEURE LINÉARITÉ} \\ \text{MAIS SENSIBILITÉ FAIBLE}}}$$

c) Conclusions:

- La non-linéarité du signal de sortie est inhérente à certaine configuration du pont de Wheatstone (par exemple le 1/4 de pont).
- Pour des mesures de déformations sur métaux dans le domaine élastique, la non-linéarité est négligeable et on peut considérer la réponse du pont comme étant linéaire.
- Pour les matériaux à bas module et dans le domaine plastique, la non-linéarité peut être une source d'erreur importante. Il faut la calculer pour des déformations supérieures à $5000 \mu\text{m/m}$.

- Il n'existe pas de dispositifs de correction de l'effet de non-linéarité qui soit applicable à toutes les amplitudes de ε .

2.6.2- Effets thermiques

Nous avons vu que théoriquement, les effets thermiques peuvent s'annuler en première approximation si on utilise un demi pont ou un pont complet de Wheatstone. Ceci est vrai à condition que toutes les jauges subissent exactement les mêmes effets thermiques et présentent un comportement identique (mêmes ε_{app} , S_G , K et géométrie similaire) en fonction de la température. En réalité, il y a des effets parasites d'origine thermique dont il faut tenir compte si on veut obtenir une certaine précision. C'est spécialement le cas pour les capteurs à base de jauges.

Les trois principaux effets parasites d'origine thermique sont:

- les effets de thermocouple avec les fils de liaison
- la dérive thermique du zéro des jauges
- la variation de sensibilité des jauges

a) Effets de thermocouple

Apparaissent quand les fils de liaison sont d'un métal différent de celui des jauges et que des dissymétries thermiques existent entre les différentes parties de l'installation. À température ambiante, ces effets sont d'ordinaire négligeables. Dans le cas où le problème existe, on y remédie par l'utilisation de fils de liaison qui sont de même métal que la jauge.

b) Dérive thermique du zéro des jauges

Il y a deux causes possibles à ce problème:

- Lorsque les jauges d'un pont ne sont pas toutes à la même température. C'est le cas d'une installation subissant l'effet du chauffage d'un côté (conduction, convection, radiation) et l'effet de refroidissement de l'autre (ex: courant d'air).
- L'autocompensation est légèrement différente pour chacune des jauges du pont. Même s'il s'agit de jauges provenant du même lot et subissant le même changement de température, il existe toujours une dispersion statistique entre les courbes de ε_{app} des jauges (Fig. 2.31). Plus on s'éloigne de la température ambiante, plus les variations de ε_{app} deviennent importantes ce qui amplifie la dérive thermique du zéro du pont (Fig. 2.32).

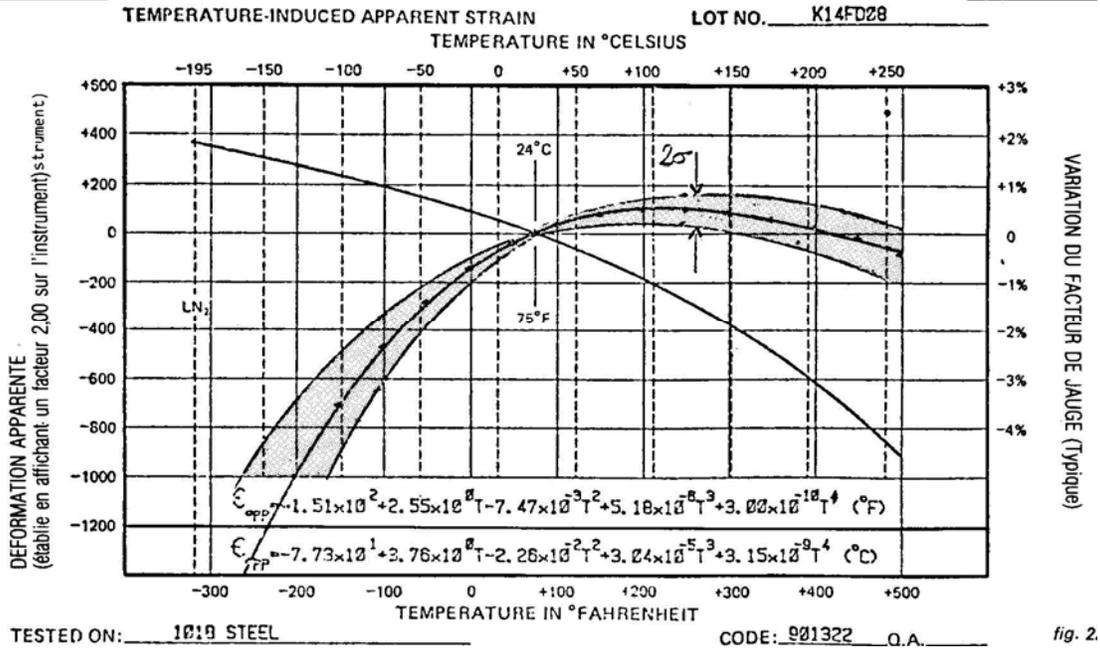


Figure 2.31 - Dispersion statistique entre les courbes ϵ_{app} de jauges du même lot

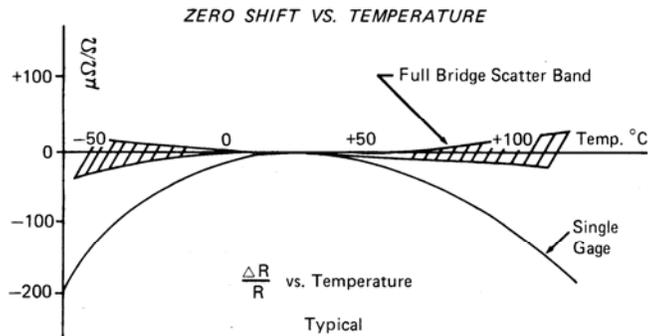


Figure 2.32 – Bande de dispersion de la dérive thermique du zéro d'un pont complet fait de jauges du même lot.

Remèdes:

- Choisir des jauges autocompensées pour le métal du corps d'épreuve. Cette solution peut être insuffisante pour certains types de capteurs qui sont utilisés dans une grande plage de température ou qui demandent une haute précision (ex. balance légale)
- Circuits spéciaux de compensation à construire selon les conditions particulières d'utilisation d'un capteur (voir annexe 2-1)

c) Variation de la sensibilité des jauges avec la température

Est due en général à deux phénomènes:

- Variation du facteur de jauge S_G avec la température
- Variation du module E du métal du corps d'épreuve avec la température (Ex: pour l'acier $\Delta E/E = 250 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$).

Remède: Construction de circuits spéciaux (voir annexe 2-1)

d) Conclusion:

La réduction des effets parasites d'origine thermique est délicate à réaliser et nécessite beaucoup de temps particulièrement lorsqu'il faut construire des circuits spéciaux de compensation. On n'y recourt généralement que pour des capteurs de haute précision qui sont fabriqués en laboratoire. (Impensable sur chantier).

2.6.3 Effets des longs fils

Les fils de liaison des jauges aux instruments de mesure du pont sont des causes d'erreur qui peuvent être importantes quand les fils sont longs et que leur résistance n'est pas négligeable.

Ces erreurs sont de deux types:

- 1) La résistance des fils varie avec la température. C'est un effet parasite non-contrôlé même si la jauge est autocompensée. On peut isoler les fils thermiquement afin de réduire ce problème.
- 2) Les fils de liaison sont des résistances montées en série avec le circuit de la jauge ce qui a pour effet de:
 - désensibiliser le pont (output moins grand)
 - rendre difficile voire impossible l'équilibrage initial du pont
 - générer une erreur dans l'étalonnage électrique

a) **Système deux fils, 1/4 de pont** (À éviter)

Bras 1 du pont $\Rightarrow R_1 + 2\rho$

Bras 4 du pont $\Rightarrow R_4$

Conséquences:

-Déséquilibre initial $\Rightarrow \frac{R_1 + 2\rho}{R_4} \neq \frac{R_2}{R_3}$

-Désensibilisation $\Rightarrow \delta_1 = \frac{\Delta R_1}{R_1 + 2\rho} < \frac{\Delta R_1}{R_1}$

-Effet de température non compensé $\Rightarrow (\Delta\rho)$

-Erreur d'étalonnage (R_c entre les bornes A-B)

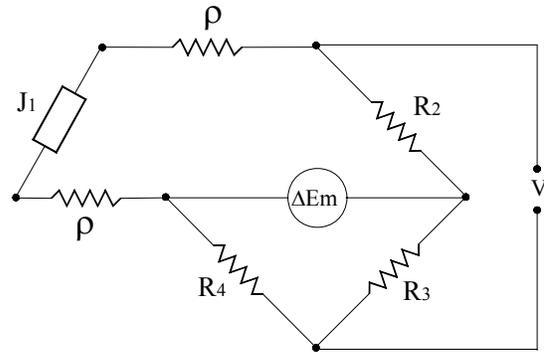


Figure 2.33 – Système à deux fils, 1/4 de pont

b) **Système trois fils, 1/4 de pont** (Conseillé)

Bras 1 du pont $\Rightarrow R_1 + \rho$

Bras 4 du pont $\Rightarrow R_4 + \rho$

Trois fils identiques de même ρ (même L)
Fils le plus gros possible pour réduire ρ

Équilibre initial: $\frac{R_1 + \rho}{R_4 + \rho} = \frac{R_2}{R_3}$ (si $r = 1$)

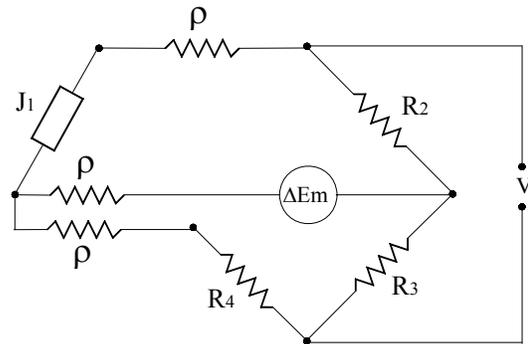


Figure 2.34 – Système à 3 fils, 1/4 de pont

Compensation de l'effet de température:

On retrouve dans les branches 1 et 4 la même résistance ($R + \rho$) donc les effets thermiques s'annulent. Le troisième fil de liaison à l'instrument de mesure n'a aucune influence puisque son impédance s'ajoute à celle de l'instrument de mesure (Z_m grand).

Désensibilisation du pont:

Au lieu de voir R_1 de la jauge, le pont voit $R_1 + \rho$. Cependant, la variation de résistance due à une déformation n'affecte que la jauge (R_1).

Sachant que $\Delta R/R = S_G \cdot \varepsilon$, et que le S_G du fabricant est déterminé avec des fils de résistance négligeable), avec les longs fils le pont mesure:

$$\frac{\Delta R_1}{R_1 + \rho} < \frac{\Delta R_1}{R_1}$$

Il a donc désensibilisation puisque le changement de résistance de la branche 1 du pont sera moins grand, mais dans le cas du système à trois fils, cette désensibilisation est moitié moins que pour un système à deux fils dans lequel la résistance de la branche est de $R+2\Delta$. Le tableau 2.8 donne quelques valeurs typiques de désensibilisation pour 100 pieds de fils de cuivre de différents calibres AWG.

Si on connaît la valeur de ρ , il est possible de corriger l'effet de désensibilisation en utilisant un facteur de jauge effectif (S_{Ge}) que l'on trouve de la façon suivante :

on pose que :

$$\frac{\Delta R_1}{R_1 + \rho} = S_{Ge} \cdot \varepsilon = \frac{S_{Ge}}{S_G} \cdot \frac{\Delta R_1}{R_1}$$

donc :

$$S_{Ge} = \frac{R_1}{R_1 + \rho} \cdot S_G = D \cdot S_G \quad D : \text{facteur de désensibilisation}$$

Tableau 2.8 – Valeurs typiques de désensibilisation due à des longs fils d'une longueur de 100 pieds (30.5m) [6] p.E-63

$\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2}$ pont , Connections à 3 fils		
AWG	R = 120 Ohms	R = 350 Ohms
18	0.54 %	0.19 %
20	0.87	0.30
22	1.38	0.47
24	2.18	0.75
26	3.47	1.19
28	5.52	1.89
30	8.77	3.01

Magnitudes of computed strain values will be low by the above percent per 100 feet of hard drawn solid copper lead wire at 25°C (77°F)

Conclusion:

On peut calculer l'effet de la désensibilisation (D) ou bien utiliser un facteur de jauge effectif (S_{Ge}) de façon à mesurer directement la déformation réelle (excluant l'effet de la sensibilité transversale).

2.6.4 Erreurs d'étalonnage électrique:

On peut envisager de faire l'étalonnage électrique du pont de trois façons différentes :

- 1- R_c entre les bornes A et B du pont (Figure 2.35-a)
- 2- R_c dans une branche adjacente comme A' - D (Figure 2.35-b)
- 3- À la jauge elle-même ce qui est souvent difficile à réaliser en chantier (Figure 2.35-c)

Il est bien évident que l'étalonnage aux bornes de la jauge est le vrai étalonnage, mais il n'est pas toujours possible de le réaliser dans la pratique. L'étalonnage entre A-B ou A'-D peut entraîner des erreurs qu'il faut pouvoir estimer dans le cas des longs fils.

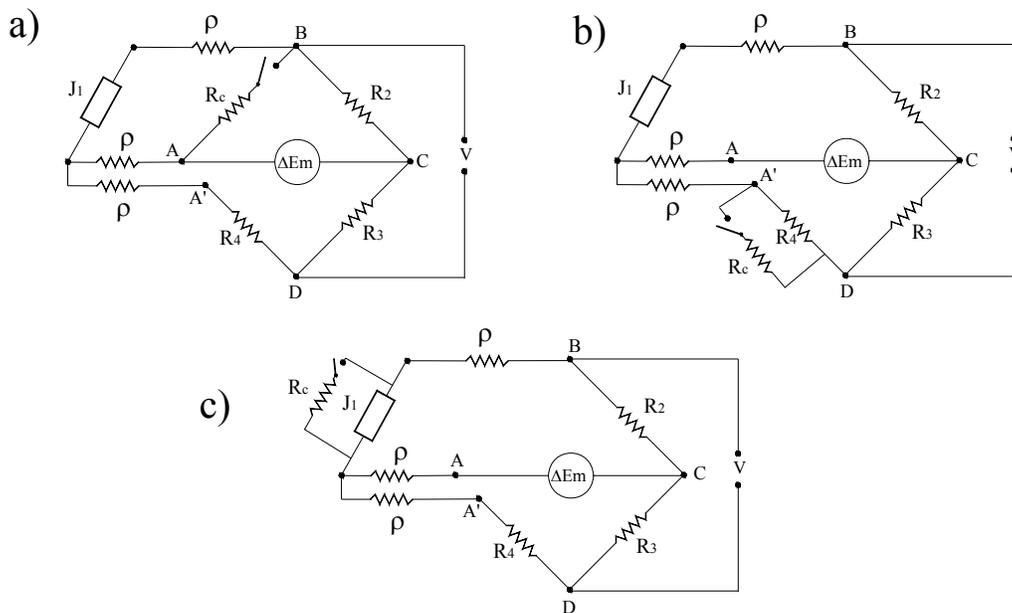


Figure 2.35 - Trois façons de faire l'étalonnage électrique dans un montage $\frac{1}{4}$ de pont avec un système à trois fils

a) Étalonnage entre A et B

i) Lorsqu'il n'y a pas de longs fils (Rappel)

Lors de l'étalonnage $\Delta E_{mc} = K_c \cdot \delta_{1c}$ et $K_c = \frac{\Delta E_{mc}}{\delta_{1c}} = - \left(1 + \frac{R_c}{R_1} \right) \cdot \Delta E_m$

Durant l'essai on calcule $\delta_1 = \frac{\Delta E_m}{K_c} = - \frac{\Delta E_m}{\Delta E_{mc}} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_c}$ (34)

Ces équations demeurent valides pour l'étalonnage à la jauge (Fig. 2.35c) même en présence de

longs fils.

ii) En présence de longs fils (Fig. 2.35a)

Dans ce cas nous obtenons lors de l'étalonnage (voir annexe 2-2):

$$K'_c = \frac{\Delta E_{mc}}{\delta'_{1c}} = - \left(1 + \frac{R_c + R_1 + 2\rho}{R_1 + 2\rho + \rho \left(\frac{R_1 + \rho}{R_4 + \rho} \right)} \right) \cdot \Delta E_{mc}$$

Durant l'essai on calcule
$$\delta_1 = \frac{\Delta E_m}{K'_c} = \frac{-\Delta E_m}{\Delta E_{mc}} \cdot \frac{(R_1 + 3\rho) \cdot (R_1 + \rho)}{R_1 R_c} \quad (35)$$

Mais si on ne connaît pas la résistance exacte des fils ρ , ce qui est le cas la plupart du temps, on ne peut pas calculer le δ'_{1c} avec précision, ce qui fausse la valeur de K'_c . Dans ce cas, durant l'essai la valeur δ_1 calculée sera également fausse. et il faut plutôt recourir à l'étalonnage à la jauge ou dans une branche adjacente. Le rapport entre $\delta_{1\text{faux}}$ et $\delta_{1\text{vrai}}$ s'obtient facilement à l'aide des équations (34) et (35).

$$\frac{\delta_{1\text{faux}}}{\delta_{1\text{vrai}}} = \frac{\left(-\frac{\Delta E_m}{\Delta E_{mc}} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_c} \right)}{\left(-\frac{\Delta E_m}{\Delta E_{mc}} \cdot \frac{(R_1 + 3\rho) \cdot (R_1 + \rho)}{R_1 R_c} \right)} = \frac{R_1^2}{(R_1 + 3\rho) \cdot (R_1 + \rho)}$$

Par exemple, si nous avons des jauges de 120Ω et des fils qui ont une résistance de 4Ω , nous obtenons alors $\frac{\delta_{1\text{faux}}}{\delta_{1\text{vrai}}} = 0.88$, ce qui représente une erreur non négligeable.

b) Étalonnage dans une branche adjacente entre A' et D (fig. 2.35b).

Dans ce cas nous obtenons avec des longs fils lors de l'étalonnage (voir annexe 2-2):

$$K''_c = \frac{\Delta E_{mc}}{\delta''_{1c}} = - \left(\frac{(R_4 + R_c) \cdot (R_4 + \rho)}{R_4^2} \right) \cdot \Delta E_{mc}$$

Sans long fil
$$K''_c = - \left(\frac{(R_4 + R_c)}{R_4} \right) \cdot \Delta E_{mc}$$

Durant la mesure, on sait que le changement de résistance de la branche 1 du pont sera égal à

$\delta'_1 = \frac{\Delta R_1}{R_1 + \rho}$, alors que le changement de résistance à la jauge qui sert au calcul de la

déformation sera égal à $\delta_{1jauge} = \frac{\Delta R_1}{R_1}$. Nous pouvons donc écrire que:

$$\delta'_1 = \frac{\Delta R_1}{R_1 + \rho} = \delta_{1jauge} \cdot \left(\frac{R_1}{R_1 + \rho} \right)$$

Donc, durant la mesure: $\Delta E_m = K_c'' \cdot \delta'_c = - \left(\frac{(R_4 + R_c) \cdot (R_4 + \rho)}{R_4^2} \right) \cdot \Delta E_{mc} \cdot \left(\frac{R_1}{R_1 + \rho} \right) \cdot \delta_{1jauge}$

Si on pose que $R_4 \approx R_1$

$$\delta_{1jauge} = - \frac{\Delta E_m}{\Delta E_{mc}} \left(\frac{R_1}{R_1 + R_c} \right)$$

Ce résultat est identique à celui de l'équation (27) obtenu en l'absence de longs fils.

L'annexe 2-2 présente le calcul complet de l'erreur d'étalonnage entre les points A' et D

c) Amélioration de l'étalonnage: système à 4 fils

Ce système qui est présenté à la fin de l'annexe 2, permet d'éliminer complètement l'erreur due aux longs fils.

d) Effet des longs fils dans un demi pont

Si on a des jauges dans les branches 1 et 4 du pont, alors l'effet des longs fils de ce montage est le même que dans le système à trois fils pour le 1/4 de pont.

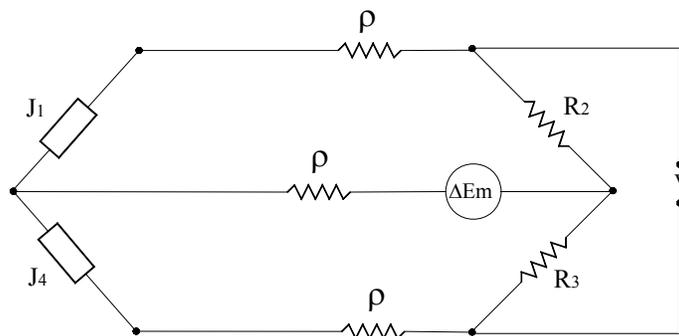


Figure 2.36 - Demi pont avec longs fils

e) Pont complet éloigné de l'instrumentation

C'est souvent le cas des capteurs à base de jauge

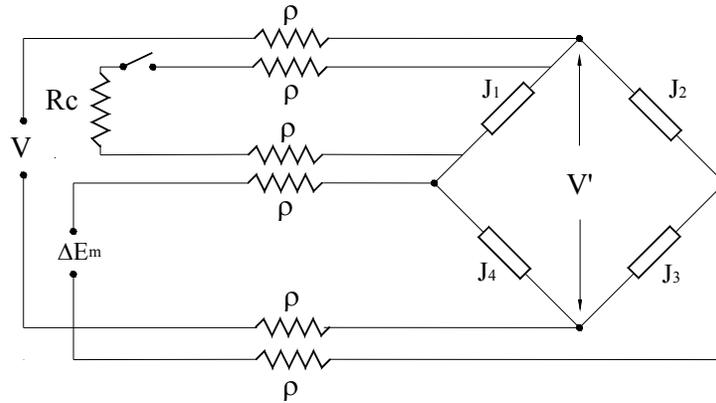


Figure 2.37 – Pont complet relié à l'instrumentation et à l'alimentation par de longs fils

- Pas de déséquilibre initial puisque dans chaque branche on a $R + \rho$
- L'effet de la variation $\Delta\rho$ avec la température est compensé (si tous les fils sont à la même température)
- Il y a désensibilisation du pont puisque le voltage d'alimentation aux bornes du pont V' est plus petit que V à cause de la présence des longs fils. Par exemple, pour des jauges de 120Ω et des fils de 3Ω , le voltage V' aux bornes du est égal à 95% de V .
- Puisque $R_c \gg \rho$, l'équation d'étalonnage sans longs fils demeure valide. En effet, lors de l'étalonnage:

$$R_1 = \frac{R_1 (R_c + 2\rho)}{R_1 + R_c + 2\rho}$$

$$\delta_c = \left(\frac{\Delta R}{R} \right)_c = -\frac{R_1}{R_1 + R_c + 2\rho} \approx -\frac{R_1}{R_1 + R_c} \quad \text{car } R_c \gg 2\rho$$

2.7 CHAÎNE DE MESURE, SCRUTATEURS ET PONTS MULTIVOIES

2.7.1 - Chaîne de mesure

La chaîne de mesure est constituée des éléments suivants (Figure 2.38) :

Le capteur :

- Soit une jauge (détecteur) collée sur la pièce (corps d'épreuve)
- Soit le capteur proprement dit, c'est-à-dire un dispositif réalisé avec des jauges et destiné à mesurer des grandeurs physiques.

Conditionneur :

- Pont de Wheatstone ou circuit potentiométrique (rarement)
- Permet de mesurer avec précision la variation de résistance des jauges
- Permet l'équilibrage (mise à zéro initiale)
- Permet l'étalonnage électrique (Volts/unité de déformation)

Alimentation :

- AC ou DC
- Doit être très stable

Scrutateur :

- Nécessaire pour mesurer les déformations en plusieurs points ou pour lire le signal de plusieurs capteurs.
- Il doit y avoir autant de conditionneurs que de points de mesure ou de capteurs.
- Contacteurs manuels ou commandés par dispositif électronique ou électrique. Dans ce cas, il n'y a pas mesure simultanée ce qui ne présente pas de problème pour une mesurande quasi-statique. Pour les phénomènes dynamiques, la scrutation doit être aussi rapide que possible (jusqu'à devenir impossible).
- Pour les systèmes automatiques, la scrutation est commandée par un dispositif qui doit en même temps indiquer au système de lecture et d'enregistrement quelle est la voie mesurée à un instant donné.

Amplification :

- Nécessaire dans le cas où l'on veut augmenter la puissance du signal pour agir sur un dispositif d'enregistrement (ex: traceur).
- Pour les phénomènes dynamiques il faut souvent un amplificateur par voie du système de scrutation (solution chère)

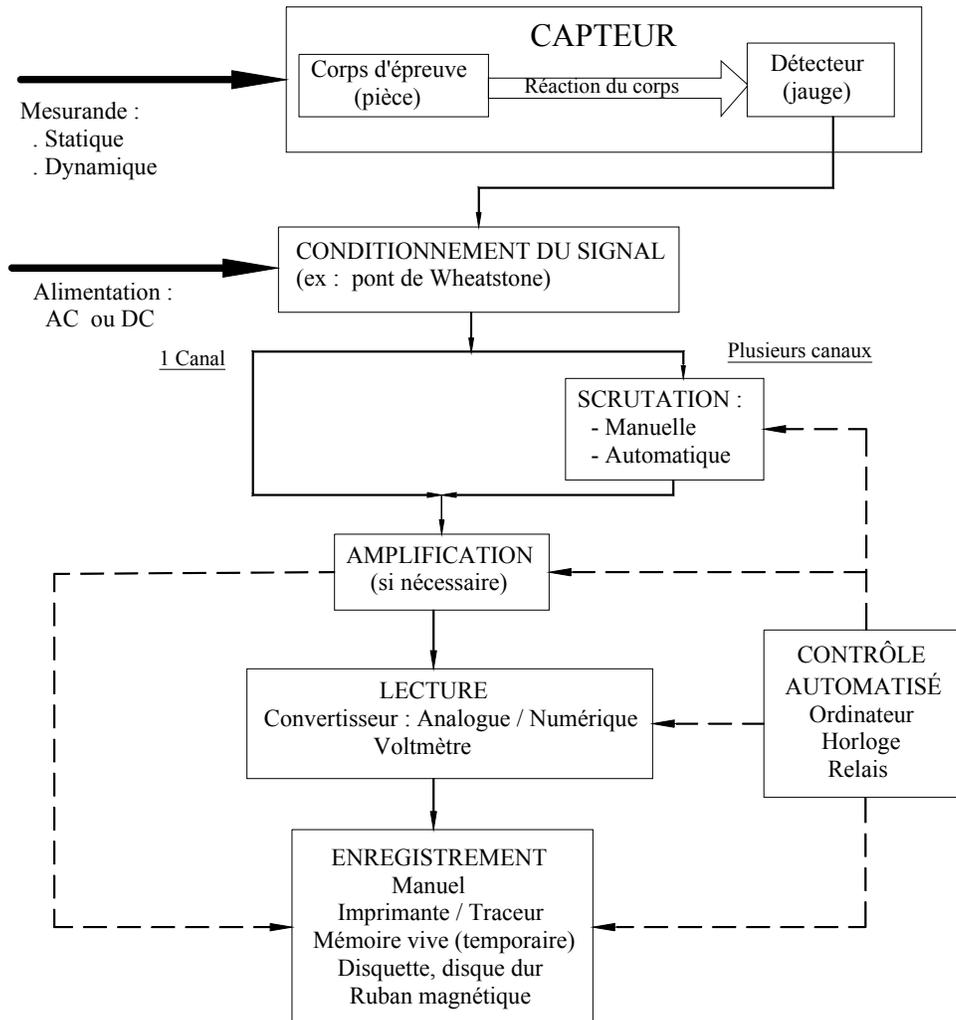


Figure 2.38 – Schéma synoptique d'une chaîne de mesure

Lecture et enregistrement :

- Indicateur de déformation²
- Voltmètre analogique (rare) ou numérique (courant)
- Traceur de courbe (mesurande = $f(t)$)
- Bande magnétique pour enregistrer des signaux analogiques ou des valeurs numériques
- Imprimante (valeurs numériques)
- Système d'acquisition de données informatisé

²Généralement ces instruments comprennent aussi une alimentation, un conditionneur et un amplificateur.

Tendance actuelle :

Systèmes d'acquisition de données commandés par micro ordinateur qui comprennent en général :

- Conditionneurs et amplificateurs
- Scrutateurs (multiplexeurs)
- Voltmètre numérique (Convertisseur A/D)
- Enregistrement et impression
- Logiciel de contrôle

Les conditionneurs viennent généralement sous formes de cartes ou de modules spécialement adaptés au type de capteur. Par exemple il existe des modules pour les jauges, les thermocouples, les hauts voltages, les grands courants, etc. Les systèmes d'acquisition de données se présentent souvent sous forme de cartes enfichable dans un ordinateur personnel. Ces cartes peuvent lire directement des voltages (analogiques et binaires). Elles comprennent également des compteurs et peuvent générer des signaux analogiques ou binaires.

2.7.2 - SCRUTATEURS ET PONTS MULTIVOIES

Une fois le signal du pont de Wheatstone conditionné, il peut être amplifié si nécessaire. C'est ce que l'on fait lorsqu'on a qu'une seule voie ou bien lorsque chaque voie possède sa propre amplification. Cette approche est utilisée, entre autres, dans le cas des phénomènes rapides.

Lorsqu'on a plusieurs voies (plusieurs ponts) et que les phénomènes ne varient pas trop rapidement, par économie, on n'utilise qu'un seul amplificateur ou un seul instrument de mesure qui est commuté successivement à chacune des voies. Cette commutation des mesures est assurée par un scrutateur ou multiplexeur dont les qualités essentielles sont:

- faibles valeurs des résistances de contact
- fiabilité supérieure

Question fondamentale de la commutation

Doit-on alimenter les jauges en permanence, ou bien seulement lorsqu'on effectue la mesure?

Les avantages et inconvénients des deux modes d'alimentation sont:

Alimentation permanente de n voies:

- stabilisation des jauges en température
- peut demander une source de grand ampérage
- solution potentiellement coûteuse

Alimentation à la commutation:

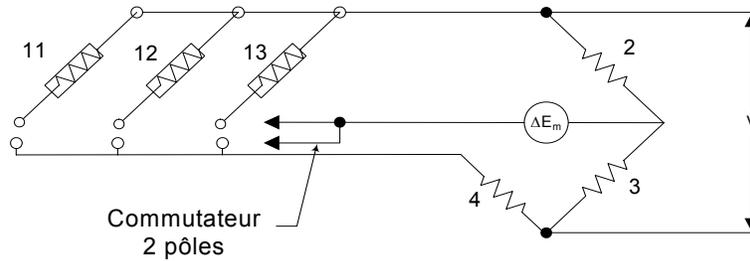
- problème de régime transitoire en température

- plus simple et moins coûteux

Le choix dépend de la précision requise, de l'équipement disponible et du type d'installation (temporaire ou permanente). Dans les pages qui suivent, nous présenterons cinq modes de scrutation que l'on rencontre couramment dans la pratique.

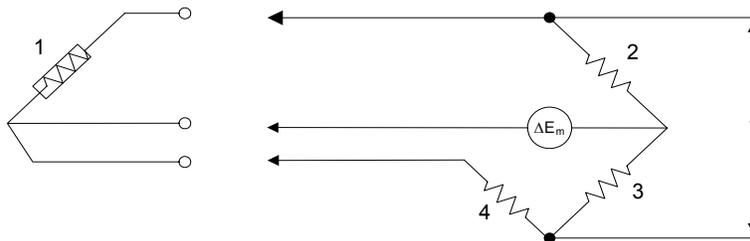
1/4 de pont, jauge à trois fils

a) Commutateur à deux pôles



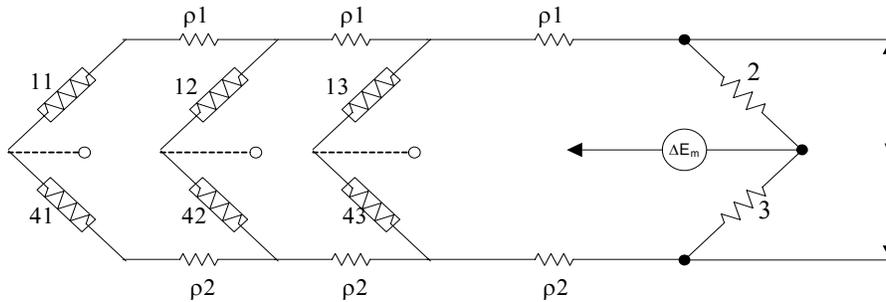
- économique
- alimentation temporaire de la jauge active et de R_4 (transitoire en température)
- problème de résistances de contact (requière des commutateurs de qualité supérieure)
- pas d'équilibrage initial de chaque pont (zéro initial)

b) Commutateur à trois pôles



- le commutateur à trois pôles est respectivement en série avec R_1 , R_4 et l'instrument de mesure.
- l'effet des résistances de contact est possiblement annulé dans les branches 1 et 4.
- alimentation temporaire de la jauge active et de R_4 (transitoire en température).
- pas d'équilibrage initial de chaque pont (zéro initial).

Demi pont



Avantages:

- pas de contact à l'intérieur du pont (seulement en série avec l'instrument de mesure).
- simple et économique (commutateur à un pôle)
- peut être utilisé pour arrangement avec jauge active et jauge témoin
- alimentation permanente des jauges
- ajustement du zéro possible du côté des jauges actives (non illustré)

Inconvénients:

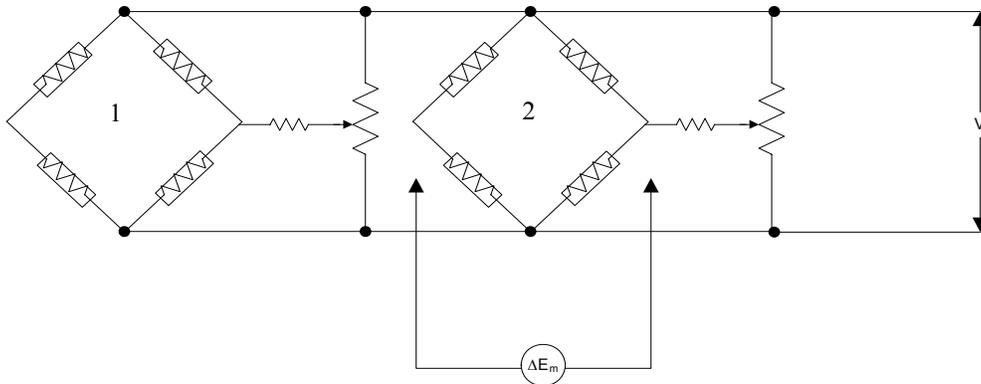
- la résistance des fils communs, $n\rho_1$ et $n\rho_2$ peut devenir importante ce qui peut entraîner une désensibilisation des derniers demis ponts.
- peut demander une alimentation de grand ampérage

Modification possible:

- Pour éliminer l'effet de $n\rho_1$ et $n\rho_2$, on peut avoir trois fils indépendants par demi pont (commutateur à 3 pôles). Cependant l'alimentation des demis ponts ne se fera qu'à la mesure.
- Des problèmes de résistance de contact peuvent également affecter la mesure.

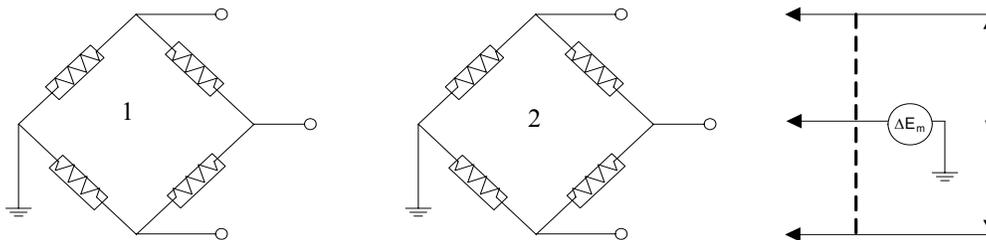
Ponts complets (valable aussi pour les 1/4 et 1/2 ponts)

a) Système chaud (alimentation permanente des jauges)



- pas de régime transitoire
- équilibrage individuel de chacun des ponts (peut être supprimé si on mesure avec des systèmes d'acquisition de données ayant une bonne résolution, ex. 16 bits)
- pas de problème de résistance de contact
- peut demander une alimentation à grand ampérage
- requiers un commutateur 2 pôles de qualité moyenne
- bien adapté pour utilisation avec les systèmes d'acquisition de données

b) Système froid (alimentation temporaire des jauges)



- régime transitoire possible
- pas d'équilibrage individuel des ponts (des résistances d'équilibrage peuvent cependant être ajoutées à chaque pont).
- nécessite un commutateur 3 pôles de qualité moyenne
- alimentation de petit ampérage (économie)

2.8 LECTURE ET EXPLOITATION DU SIGNAL

(Cette partie est à compléter)

2.9 DÉPOUILLEMENT DES MESURES PAR JAUGES

2.9.1- Généralités

Une jauge mesure la déformation longitudinale apparente suivant la direction des brins qui la constituent.

$$\varepsilon' = \frac{1}{S_G} \cdot \frac{\Delta R}{R}$$

Pour retrouver la déformation réelle selon la direction de la jauge, il faut corriger pour l'effet transversal de la jauge.

En tout point à la surface d'une structure, l'état des déformations dans un plan peut être déterminé à partir de trois paramètres:

- Une direction θ donnant l'orientation des déformations principales
- Les valeurs de déformation maximale et minimale, ε_1 et ε_2

Pour connaître cet état, il est nécessaire de faire trois mesures par jauges selon des directions différentes.

2.9.2- Correction pour l'effet transversal (K)

Principe

On mesure les déformations apparentes dans deux directions orthogonales x et y à l'aide de jauges identiques (S_G , K).

Déformations apparentes en x et y

On sait que
$$\varepsilon'_x = \frac{\varepsilon_x + K\varepsilon_y}{1 - K\nu_0} = \frac{1}{S_G} \cdot \left(\frac{\Delta R}{R} \right)_{\text{jauge en x}}$$

de même
$$\varepsilon'_y = \frac{\varepsilon_y + K\varepsilon_x}{1 - K\nu_0} = \frac{1}{S_G} \cdot \left(\frac{\Delta R}{R} \right)_{\text{jauge en y}}$$

De ces deux déformations apparentes, ε'_x et ε'_y , on peut obtenir ε_x et ε_y sous la forme d'une somme ou d'une différence,

$$\varepsilon_x \pm \varepsilon_y = \frac{1 - K\nu_0}{1 \pm K} (\varepsilon'_x + \varepsilon'_y)$$

ou encore

$$\varepsilon_x = \frac{(1 - K\nu_0)(\varepsilon'_x - K\varepsilon'_y)}{1 - K^2}$$

$$\varepsilon_y = \frac{(1 - K\nu_0)(\varepsilon'_y - K\varepsilon'_x)}{1 - K^2}$$

2.9.3- Les déformations dans un plan (rappel)

Puisque les jauges sont collées à la surface d'une structure, on mesurera donc l'état des déformations dans un plan.

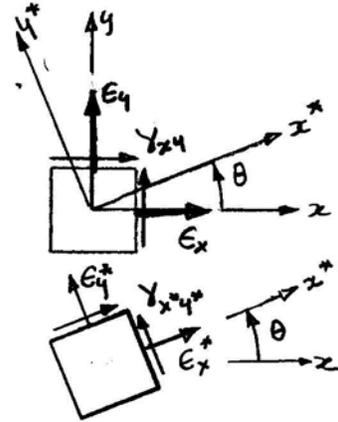
Déformations selon un système d'axes orthogonaux (2D)

Soit l'état connu ε_x , ε_y et γ_{xy} dans le système (x, y) . Dans un autre système (x^*, y^*) orienté à θ par rapport au système (x, y) , les déformations se calculent à l'aide des relations suivantes:

$$\varepsilon_{x^*} = \frac{(\varepsilon_x + \varepsilon_y)}{2} + \frac{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)}{2} \cdot \cos(2\theta) + \frac{\gamma_{xy}}{2} \cdot \sin(2\theta)$$

$$\varepsilon_{y^*} = \frac{(\varepsilon_x + \varepsilon_y)}{2} - \frac{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)}{2} \cdot \cos(2\theta) - \frac{\gamma_{xy}}{2} \cdot \sin(2\theta)$$

$$\gamma_{x^*y^*} = -(\varepsilon_x - \varepsilon_y) \cdot \sin(2\theta) - \gamma_{xy} \cdot \cos(2\theta)$$



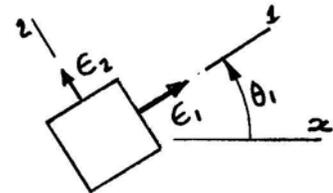
Déformations principales ε_1 et ε_2

Soit deux directions orthogonales 1 et 2 telles qu'un petit élément de matière ne subisse aucune déformation de cisaillement ($\gamma_{12} = 0$)

$$\tan(2\theta_1) = \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} \quad 2 \text{ réponses possibles } \begin{cases} \theta_1 \\ \theta_1 + \pi/2 \end{cases}$$

Et deux valeurs de déformations normales, ε_1 maximum et ε_2 minimum

$$\varepsilon_1, \varepsilon_2 = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}$$



Si ε_1 et ε_2 sont connus, alors on peut calculer les déformations selon n'importe quel système d'axes:

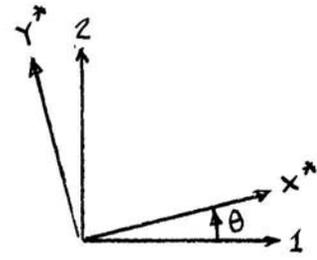
$$\varepsilon_{x^*}, \varepsilon_{y^*} = \left(\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} \right) \pm \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \right) \cdot \cos(2\theta)$$

$$\gamma_{x^*y^*} = -(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \sin(2\theta)$$

ou encore

$$\varepsilon_{x^*} + \varepsilon_{y^*} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

$$\varepsilon_{x^*} - \varepsilon_{y^*} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \cos(2\theta)$$



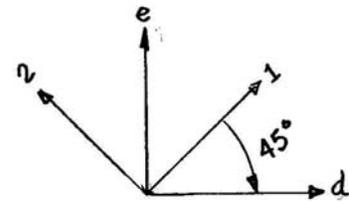
Cisaillement maximum et minimum (γ_{\max} et γ_{\min})

Deux directions orthogonales "d" et "e" telles que:

$$\tan(2\theta_2) = \frac{-(\varepsilon_x - \varepsilon_y)}{\gamma_{xy}} \quad \text{et aussi } \theta_2 = \theta_1 - 45^\circ$$

Deux valeurs γ_{\max} et γ_{\min}

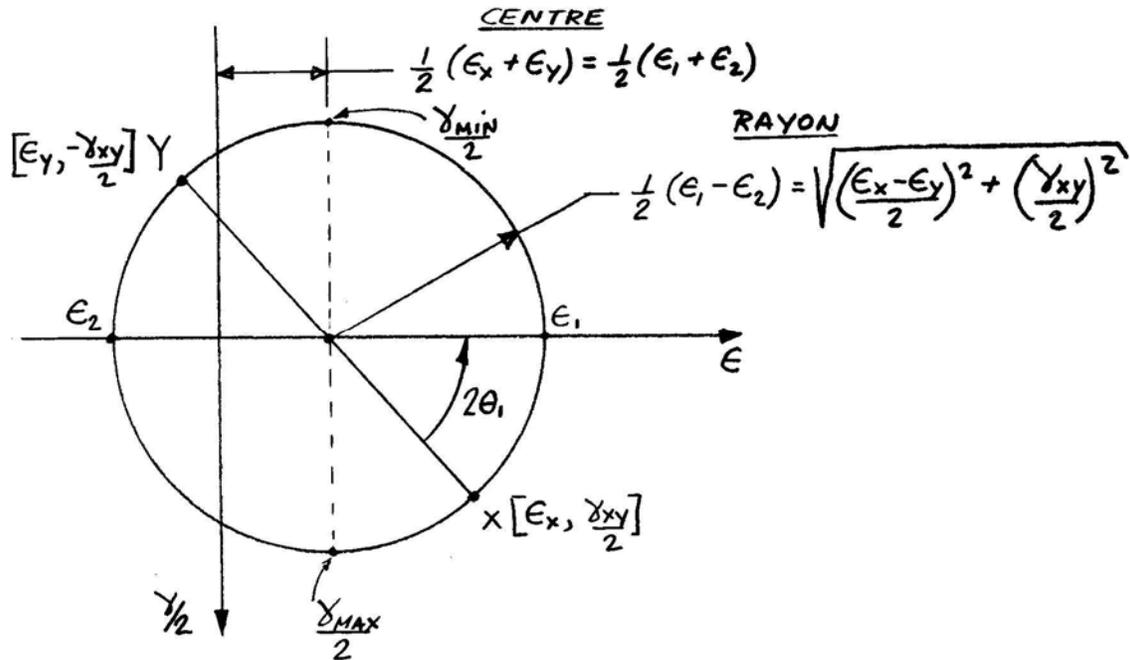
$$\gamma_{\max}, \gamma_{\min} = \pm(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = \pm 2 \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2} \right)^2}$$



et les déformations normales ε_d et ε_e

$$\varepsilon_d = \varepsilon_e = \frac{1}{2}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y)$$

Le cercle de Mohr des déformations



Conclusion

L'état de déformation en un point dans un plan est entièrement défini par la détermination de trois valeurs:

- Deux déformations principales ε_1 et ε_2
- Un angle θ de la direction de ε_1 par rapport à un système d'axes (x,y) pour lequel les déformations sont connues (ε_x , ε_y et γ_{xy})

Du point de vue expérimental, il faudra trois points de mesure (rosette) pour déterminer cet état.

Christian Otto Mohr' (1835-1918)

Born of Hoistein landowners on the coast of the North Sea, Otto Mohr became one of Europe's most decorated engineers of the 19th century. Early in his career, while working for the railroads in Hannover and Oldenburg, he designed some of the first steel trusses as well as some of the most renowned bridges in Germany. During those years, Mohr also began his theoretical work in mechanics and strength of materials.

At 32, Otto Mohr became an educator, first as professor of mechanics at the Stuttgart Polytechnikum and, later, at Dresden Polytechnikum. Despite an unpolished delivery, his lectures were well received by students because of their simplicity, clarity, and conciseness. Being both a theoretician and practicing engineer, Mohr knew his subject thoroughly and was always able to bring something fresh and interesting to his students' attention.

In addition to a lone textbook, Mohr published many research papers on the theory of structures and strength of materials. Graphical solutions to specific problems were a common theme in many of them. Borrowing upon earlier work by Karl Culmann, he expanded the graphical representation of stress about a



point to three dimensions. Later, using the "circles of stress" with which his name is now commonly associated, Mohr developed the first theory of strength based on shearing stresses.

Following retirement from the Polytechnikum, Mohr remained in the Dresden area where he continued his scientific work until his death.

'-S.P. Timoshenko, *History of Strength of Materials*, McGraw-Hill, 1953.

2.9.4 Concept de l'état apparent de déformations

Principe

Étant donné que l'état principal réel caractérise complètement un état de déformation en un point à la surface de la structure, on essaiera de concevoir l'état apparent de déformation à partir de la notion d'état principal.

État réel (s'il était connu en un point)

L'état principal réel se caractérise par trois valeurs, ε_1 , ε_2 et θ . Il est relié aux déformations dans le système d'axes (x,y) par les équations suivantes:

$$\begin{aligned}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) &= (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \\ (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) &= (\varepsilon_x - \varepsilon_y) \frac{1}{\cos(2\theta)}\end{aligned}$$

où ε_x , ε_y sont les déformations réelles mais inconnues.

Mesures apparentes à l'aide de jauges (S_G , K) selon x et y

On sait que:

$$\varepsilon_x \pm \varepsilon_y = \frac{1 - K\nu_0}{1 \pm K} (\varepsilon'_x + \varepsilon'_y)$$

Donc l'état réel est tel que:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x + \varepsilon_y &= \frac{1 - K\nu_0}{1 \pm K} (\varepsilon'_x + \varepsilon'_y) \\ \varepsilon_x - \varepsilon_y &= \frac{1 - K\nu_0}{1 \pm K} (\varepsilon'_x - \varepsilon'_y) \frac{1}{\cos(2\theta)}\end{aligned}$$

État principal apparent de déformation (ε'_1 , ε'_2 et θ')

Comme pour l'état principal réel on pourrait écrire:

$$\begin{aligned}(\varepsilon'_1 + \varepsilon'_2) &= (\varepsilon'_x + \varepsilon'_y) \\ (\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2) &= (\varepsilon'_x - \varepsilon'_y) \frac{1}{\cos(2\theta')}\end{aligned}$$

où ε'_x , ε'_y sont les déformations apparentes et connues.

À ce moment on peut mettre en relation l'état réel (ε_1 , ε_2 et θ) et l'état apparent (ε'_1 , ε'_2 et θ') par les équations suivantes:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{1 - K\nu_0}{1 \pm K} (\varepsilon'_1 + \varepsilon'_2)$$

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{1 - K\nu_0}{1 \pm K} (\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2) \frac{\cos(2\theta')}{\cos(2\theta)} \quad (a)$$

Si deux jauges étaient collées selon les directions 1 et 2, on pourrait aussi écrire:

$$\varepsilon_1 \pm \varepsilon_2 = \frac{1 - K\nu_0}{1 \pm K} (\varepsilon'_1 \pm \varepsilon'_2)$$

Soit encore:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 + \varepsilon_2 &= \frac{1 - K\nu_0}{1 \pm K} (\varepsilon'_1 + \varepsilon'_2) \\ \varepsilon_1 - \varepsilon_2 &= \frac{1 - K\nu_0}{1 \pm K} (\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2) \end{aligned} \quad (b)$$

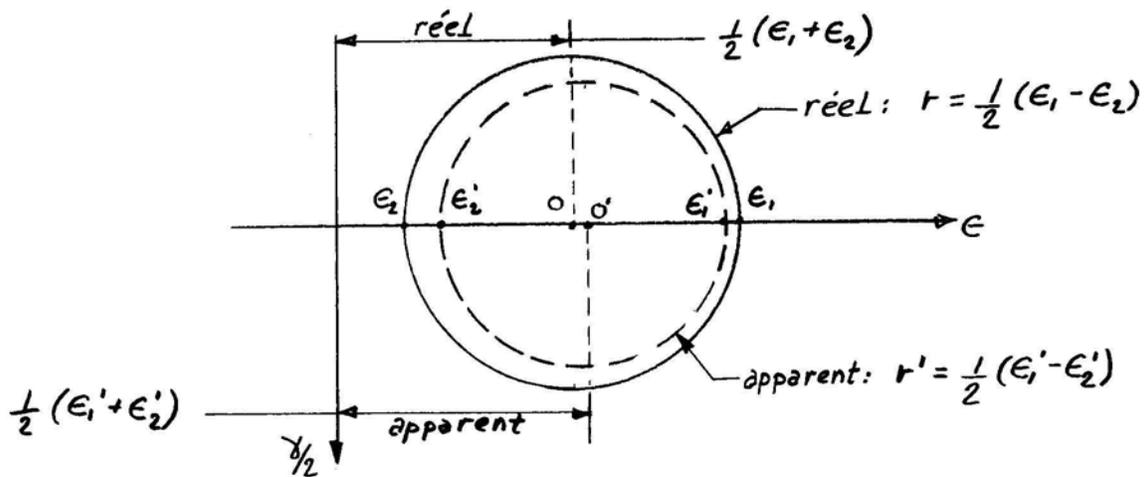
Puisque les équations (a) et (b) expriment la même relation entre les états réel et apparent, pour qu'il y ait compatibilité il faut que: $\theta \equiv \theta'$

Si l'état principal apparent est concevable, alors les directions principales sont les mêmes que celles de l'état principal réel.

Conclusions

- On peut concevoir un état principal apparent de déformation.
- Pour retrouver l'état principal réel, la correction de l'effet transversal (K) se fait sur les déformations principales apparentes.

Interprétation sur le cercle de Mohr



a) Centres O et O'

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{1 - Kv_0}{1 + K} (\varepsilon'_1 + \varepsilon'_2)$$

$$\frac{1 - Kv_0}{1 + K} < 1 \quad \text{pour } K > 0$$

donc $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 < \varepsilon'_1 + \varepsilon'_2$ et abscisse O < abscisse O'

b) Rayons r et r'

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{1 - Kv_0}{1 - K} (\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2)$$

$$\frac{1 - Kv_0}{1 - K} > 1 \quad \text{pour } K > 0$$

donc $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 > \varepsilon'_1 - \varepsilon'_2$ et $r > r'$

Aspect pratique pour la correction de K

- 1) On calcule ε'_1 , ε'_2 et $\theta' = \theta$, à partir des mesures de trois jauges en un point. Ces jauges sont identiques (S_G, K) et sont collées selon trois directions différentes (rosette).
- 2) On en déduit l'état principal réel ε_1 , ε_2 et $\theta = \theta'$, à partir des formules de correction présentées plus haut.

2.9.5- Notions de rosette

Lorsqu'une jauge $J_{\alpha'}$ est collée suivant une direction faisant un angle α' quelconque avec la direction de la déformation principale maximale (ε_1), elle mesure une déformation $\varepsilon_{\alpha'}$ telle que:

$$\varepsilon_{\alpha'} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \right) \cos(2\alpha')$$

On peut aussi, à ce même point, coller deux autres jauges selon deux autres directions α'' et α''' pour lesquelles on peut écrire des équations similaires.

On a donc trois équations analogues dans lesquelles les inconnues sont ε_1 , ε_2 et α . Les directions α' , α'' et α''' pourraient être choisies de façon arbitraire mais cela rendrait la solution plus compliquée. En pratique on choisit des angles entre les jauges qui sont des valeurs simples, 45°, 60° ou 120°, et l'on place les trois jauges sur un même support. C'est ce que l'on désigne comme une rosette.

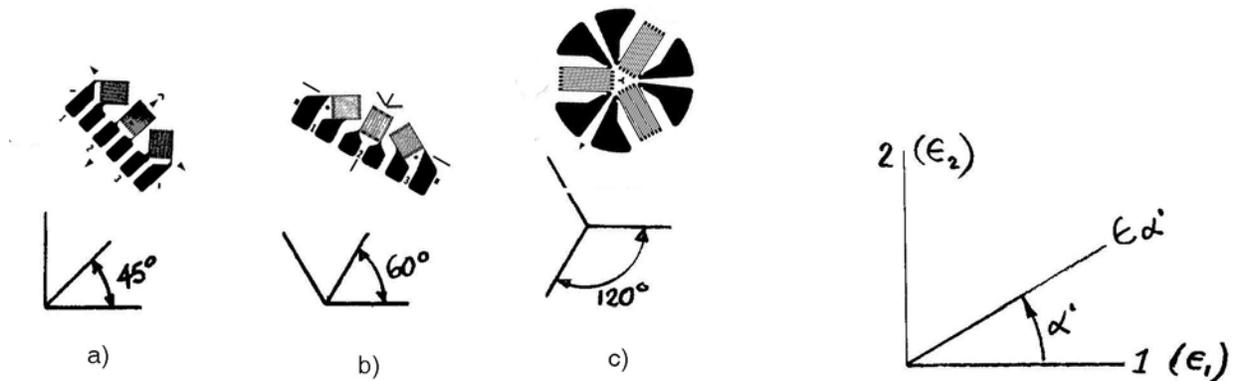


Figure 2.38 – a) Rosette de jauges à 45° , b) Rosette de jauges à 60° , c) Rosette de jauges à 120° .

Pour chaque type de rosette, on obtient des formules particulières donnant les déformations principales apparentes ε_1 , ε_2 et l'angle α' de la direction principale maximale (ε_1) par rapport à une référence qui est en général la direction axiale d'une des jauges de la rosette (jauge A, B, C).

Choix des rosettes

1) Cas général

Les rosettes à 60° et 120° sont équivalentes car elles correspondent aux mêmes directions de déformation.

2) Choix entre les rosettes à 45° et 60° (120°)

-Si l'état de contraintes est totalement inconnu, la rosette équilatérale (60°) est préférable.

-Si on préjuge d'une direction principale, on utilise une rosette à 45° avec la jauge centrale orientée dans la direction principale probable.

-La rosette à 45° est aussi utile pour séparer la torsion, la tension et la flexion dans les capteurs à base de jauges (voir section sur les capteurs)

3) Cas particuliers

-Si on connaît deux paramètres, α et une relation entre les deux déformations principales, comme c'est le cas dans la traction uniaxiale ($\varepsilon_2 = -\nu\varepsilon_1$), une seule jauge suffit.

-Si on connaît les deux directions principales, comme dans le cas d'un réservoir cylindrique sous pression, une rosette à deux jauges orthogonales (rosette 90°) suffit.

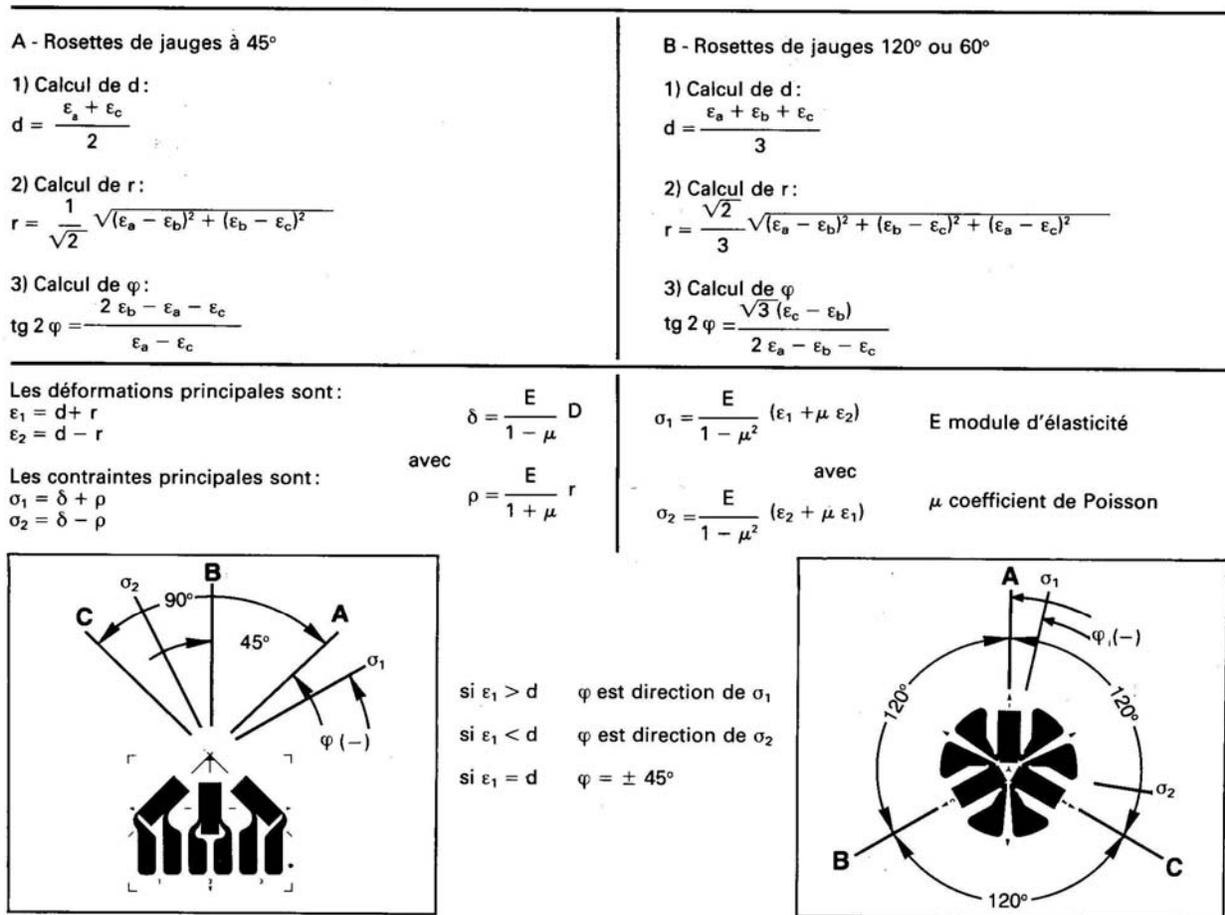


Figure 2.39 – Formules pour le calculs des déformations et des contraintes principales; rosettes avec jauges à 45° et 120° ou 60°.

Calcul des contraintes dans le plan

Connaissant ε_1 , ε_2 et θ , il est possible de calculer les contraintes principales dans le plan à l'aide des équations suivantes:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_1 + \nu \varepsilon_2)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_2 + \nu \varepsilon_1)$$

où E et ν sont les constantes élastiques du matériau et $\tau_{12} = 0$ (état contraintes principales)

Procédure de calcul des contraintes:

- Mesurer les déformations apparentes des trois jauges de la rosette, ε'_a , ε'_b , ε'_c .

- Appliquer les formules de la rosette pour déterminer l'état apparent principal, ε'_1 , ε'_2 et $\theta'=\theta$.
- Appliquer les formules de correction pour l'effet transversal qui donnent les déformations principales réelles, ε_1 et ε_2 .
- Appliquer les formules des relations contrainte-déformation pour trouver les contraintes principales, σ_1 et σ_2 .

2.10 CHOIX DES JAUGES

Les déformations obtenues par jauges électriques sont généralement interprétées sous deux aspects:

- vérifier si la structure réagit conformément aux prévisions théoriques établies par calcul lors de la conception.
- connaître en certain points spécifiques, la valeur des contraintes principales pour s'assurer qu'elles ne dépassent pas les limites imposées.

Les domaines d'application sont vastes mais on peut retenir principalement:

- mesure des états de contraintes ou de déformations sur des structures diverses, en chantier ou en laboratoire. On peut pratiquer ces mesures dans des conditions statiques ou bien dynamiques (fatigue, vibrations)
- mesure des concentrations de contraintes
- mesure des contraintes résiduelles
- mesure des contraintes thermiques

Il existe aussi un autre domaine particulier qui est celui des capteurs à base de jauges qui servent à mesurer des forces, des pressions ou des déplacements. Ce sujet est traité en détails au Chapitre 3.

Chacun des domaines d'utilisation des jauges nécessite une étude particulière et les techniques qui sont mises en oeuvre sont, en soi, des domaines de spécialisation qui ne sont pas l'objet de ce cours. Cependant, les jauges utilisées pour ces applications sont spécifiquement adaptées aux mesures à faire et les fabricants en produisent un grand éventail.

Pour choisir des jauges bien adaptées à une application, il faut considérer successivement les points suivants:

L'environnement

- température
 - la déformation maximale
 - la fatigue provenant des déformations et du nombre de cycles
- ⇒ ceci conduit au choix d'une série

Les conditions de mise en oeuvre

- facilité de collage et de câblage (laboratoire vs chantier)
- ⇒ conduit au choix d'une option

La nature physique de la structure

- coefficient de dilatation du matériau
- ⇒ conduit au choix d'une compensation

La géométrie de la structure

- détails à étudier (congs, arrondis, bords, recoins)
 - la cause des déformations (traction, torsion, flexion, cisaillement, contraintes résiduelles)
 - la puissance de dissipation acceptable
- ⇒ conduit au choix d'une géométrie

L'instrumentation utilisée

- conditionnement du signal, amplification, lecture, enregistrement
- ⇒ conduit au choix d'une résistance nominale et du facteur de jauge

L'annexe 2-3 décrit en détails les différentes étapes menant au choix des jauges.

Ce genre de classification, très général, est recommandé pour le choix des jauges dans les applications courantes. Dans le cas particulier des capteurs à base de jauges, cette classification peut différer étant donné que ces capteurs sont construits à partir de jauges spécifiquement adaptées aux conditions d'utilisation de ces capteurs. Nous en reparlerons au chapitre 3.