

TURBOMACHINES

Ce document n'est qu'un
brouillon.

Il peut y avoir des erreurs de
toute sorte.

Par exemple: le monde est divisé
en trois

catégories de personnes, celles qui
savent compter et celles qui ne
savent pas

Avant-directrices d'une Turbine Hydraulique

Dans les turbines à LG3, le débit volumique est $\dot{Q} = 272m^3/sec$. Le rayon intérieur des avant-directrices est $r_i = 3.8m$ et l'hauteur des pales est de $b_o = 1.4m$. En supposant $\rho = 1000kg/m^3$, calculez la vitesse de l'écoulement à la sortie des avant-directrices si l'angle de sortie de ces pales est de 30° par rapport à la direction radiale.

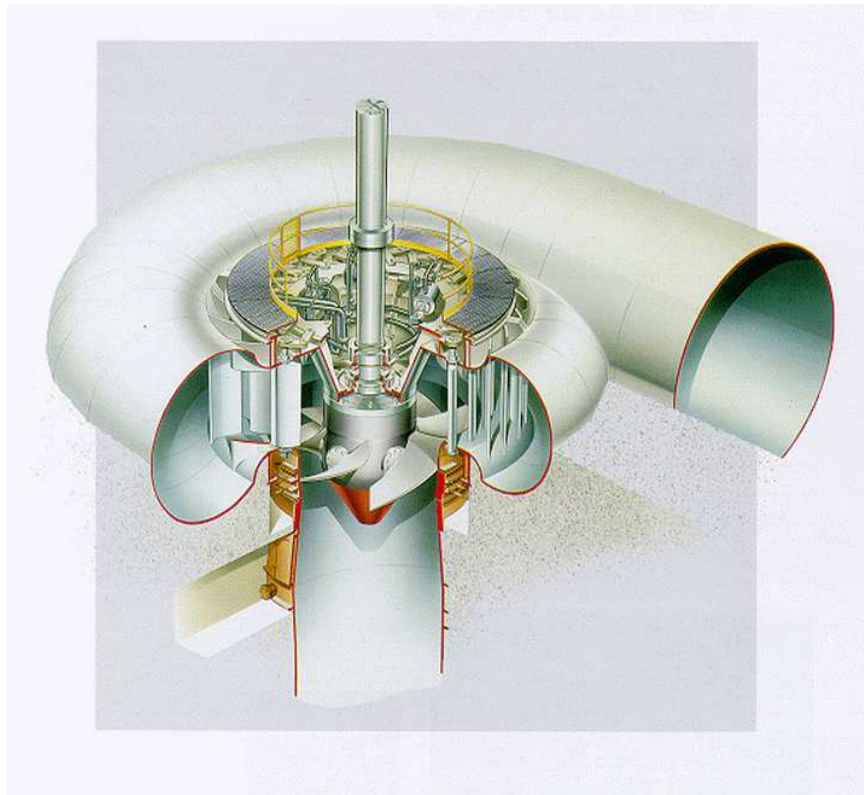


Figure 1: Turbine Kaplan

$$\dot{m} = \int \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S} = \rho v_r 2\pi r b$$

$$\dot{m} = \rho Q = \rho v_r 2\pi r b \rightarrow v_r = 8.14 \text{ m/s}$$

$$V = \frac{v_r}{\cos\theta} = \frac{8.14}{0.866} = 9.4 \text{ m/s}$$

Compresseur I

À l'entrée du rotor d'un compresseur la vitesse moyenne est de $C_1 = 300\text{m/s}$. L'aire de la section de passage est $A = 0.08\text{m}^2$. La température et la pression de l'environnement (stagnation) sont respectivement $T_0 = 300\text{K}$ et $p_0 = 100\text{kPa}$. La puissance fournie par le compresseur au fluide est $\dot{W} = 300\text{MW}$. Calculez:

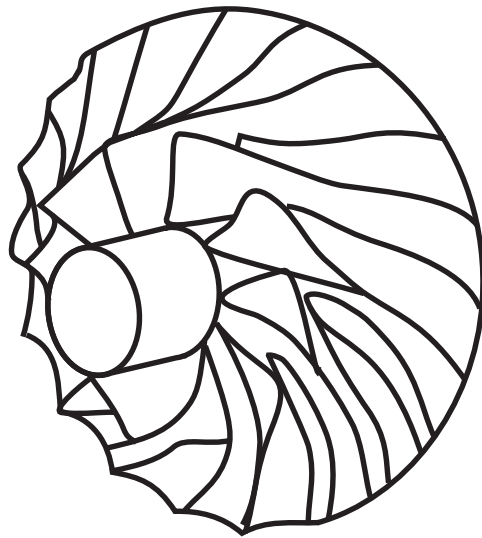


Figure 2: Compresseur

- La température, la pression et masse volumique à l'entrée du compresseur
- le débit massique

- la pression de stagnation maximale possible à la sortie.

Considérer l'air comme un gaz idéal avec $R = 286.96(J/Kg K)$ et $C_p = 1010(J/Kg K)$

$$T_{01} = 300K, \quad P_{01} = 100kPa \rightarrow \rho_{01} = \frac{P_{01}}{RT_{01}} = 1.162 \frac{kg}{m^3}$$

$$m_1 = \rho_1 A_1 C_1$$

$$\rho_1 = \frac{P_1}{RT_1}$$

$$T_{01} = T_1 + \frac{C_1^2}{2C_p}$$

$$T_1 = T_{01} - \frac{C_1^2}{2C_p} = 300 - \frac{300^2}{2 \times 1010} = 255.44$$

$$\frac{P_1}{P_{01}} = \left(\frac{T_1}{T_{01}} \right)^{\frac{C_p}{R}} \rightarrow P_1 = 100 \left(\frac{255}{300} \right)^{\frac{1010}{286.96}} = 56.75$$

$$\rho_1 = \frac{P_1}{RT_1} = \frac{56.75}{286.96 \times 255} = 0.774 \frac{kg}{m^3}$$

$$\dot{m}_1 = \rho_1 A_1 C_1 = 0.774 \times 0.08 \times 300 = 18.75 \frac{kg}{s}$$

Pression a la sortie

$$\frac{\dot{W}}{\dot{m}} = (h_2 - h_1) = C_p(T_{02} - T_{01})$$

$$T_{02} = T_{01} + \frac{\dot{W}}{C_p \times \dot{m}} = 315.8 \text{ K}$$

$$\left(\frac{T_{02}}{T_{01}}\right)^{\frac{C_p}{R}} = \frac{P_{02}}{P_{01}} \rightarrow P_{02s} = 119.8 \text{ kPa}$$

EULER I

Calculer la puissance générée par un turbine dans laquelle le débit massique est $\dot{m} = 6kg/s$ et la vitesse d'entrée $C_1 = 975m/s$, avec un angle de 70° par rapport à la direction axiale. On considère que la vitesse à la sortie des aubes est sans rotation (elle n'a pas de composante périphérique). Le diamètre moyen de la turbine est $d = 1m$ et l'arbre tourne à $10000rpm$.

$$\frac{\dot{W}}{\dot{m}} = (U_2 C_{2u} - U_1 C_{1u}) = -U_1 C_{1u}$$

$$U_1 = \frac{2\pi n d}{60 \cdot 2} = \frac{2\pi 10000 \cdot 1}{60 \cdot 2} = 523.6 \frac{m}{s}$$

$$C_{1u} = C_1 \cos 20^\circ = 916 \frac{m}{s}$$

$$\frac{\dot{W}}{\dot{m}} = -523 \times 916 = -479721 \frac{m^2}{s^2}$$

$$\dot{W} = -479721 \frac{m^2}{s^2} \times 6 \frac{kg}{s} = -2.878 \text{ MW}$$

Polytrop I

Trouvez le rapport: (pression de stagnation à la sortie)/ (pression de stagnation à l'entrée) pour un compresseur centrifuge dont le rotor a 300mm de diamètre et la vitesse de rotation est $n = 20000\text{rpm}$. Le nombre de pales est $N = 15$. À l'entrée on considère qu'il n'y a pas de prérotation et les conditions de l'air sont $T = 15^\circ\text{C}$ et $p = 100\text{kN/m}^2$. Le débit massique d'air est $\dot{m} = 0.9\text{kg/s}$ et la composante périphérique de la vitesse absolue à la sortie est 90% de la vitesse périphérique. Le rendement polytropique du compresseur est 80% .

$$\frac{\dot{W}}{\dot{m}} = (h_{02} - h_{01}) = (U_2 C_{2u} - U_1 C_{1u}) = U_2 C_{2u} = 0.9 U_2 \times U_2$$

$$U_2 = \frac{2\pi N D}{60 \cdot 2} = \frac{2\pi 200000 \cdot 0.30}{60 \cdot 2} = 314.6 \frac{m}{s}$$

Gaz idéal

$$C_p (T_{02} - T_{01}) = (h_{02} - h_{01}) = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = 88826 \frac{m^2}{s^2}$$

$$T_{02} = T_{01} + \frac{\dot{W}}{C_p \dot{m}} = 288k + \frac{88826}{1012} = 375.78$$

$$T_{0m} = \frac{T_{01} + T_{02}}{2} = 331,89 \rightarrow C_p = 1007.8 \frac{J}{kg K}$$

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = \left(\frac{T_{02}}{T_{01}} \right)^{\frac{\eta_p C_p}{R}} = \left(\frac{375.78}{288} \right)^{\frac{0.8 \times 1007}{288.97}} = 2.117$$

Polytrop II On considère un compresseur axial à N étages avec un rendement polytropique global $\eta_p = 0.9$. Les conditions de stagnation à l'entrée sont $p_{01} = 1atm$, $T_{01} = 300K$ et le rapport de pression $r_p = 10$.

a) Calculer le rendement isentropique de ce compresseur.

b) Calculer le rendement isentropique après M étages, si le rapport de pression est de $r_M = 5$.

c) Calculer le rendement isentropique entre l'étage M et l'étage N .

- Considérez que le rendement polytropique par étage est égale au rendement polytropique global.
- Considérez $C_p = cte$

a)

$$\eta_s = \frac{h_{02s} - h_{01s}}{h_{02} - h_{01}} = \frac{C_p(T_{02s} - T_{01s})}{C_p(T_{02} - T_{01})}$$

$$\frac{T_{02s}}{T_{01}} = \left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} = (10)^{\frac{0.4}{1.4}} = 1.931$$

$$\frac{T_{02}}{T_{01}} = \left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\eta_p \gamma}} = (10)^{\frac{0.4}{0.9 \times 1.4}} = 2.077$$

$$\eta_s = \frac{(579.2 - 300)}{(623.1 - 300)} = 0.86$$

b)

Après M étages, le rapport est:

$$\frac{T_{0Ms}}{T_{01}} = \left(\frac{P_{0M}}{P_{01}} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} = (5)^{\frac{0.4}{1.4}} = 1.584$$

$$T_{0Ms} = 475$$

$$\frac{T_{0M}}{T_{01}} = \left(\frac{P_{0M}}{P_{01}} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\eta_p \gamma}} = (5)^{\frac{0.4}{0.9 \times 1.4}} = 1.667$$

$$T_{0M} = 500$$

$$\eta_s = \frac{(475 - 300)}{(500 - 300)} = 0.876$$

Entre l'étage M et le 10 on a:

$$\frac{T_{02s}}{T_{0M}} = \left(\frac{P_{02}}{P_{0M}} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} = (2)^{\frac{0.4}{1.4}} = 1.22$$

$$T_{02s} = 609$$

$$\eta_s = \frac{(609 - 500)}{(623.1 - 500)} = 0.886$$

Polytrop III Un compresseur, à N étages, a un rapport de pression par étage r_p . Chaque étage a un rendement total-à-total η_e .

a) Dédurre une expression pour la variation de température totale par étage.

b) Trouver un formule pour le rendement total-à-total du compresseur.

$$\Delta T_{0s} = T_{0,k+1} - T_{0,k} = T_{0,k} \left(\frac{T_{0,k+1}}{T_{0,k}} - 1 \right) = T_{0,k} \begin{pmatrix} \frac{\gamma - 1}{\gamma} & & \\ r_p & \gamma & - 1 \end{pmatrix}$$

$$\Delta T_{0r} = \frac{\Delta T_{0s}}{\eta_p}$$

$$\Delta T_{0r} = T_{0,k} \underbrace{\frac{\begin{pmatrix} \frac{\gamma - 1}{\gamma} & & \\ r_p & \gamma & - 1 \end{pmatrix}}{\eta_p}}_A$$

$$T_{k+1,0} = T_{k,0}(1 + A)$$

$$T_{k+2,0} = T_{k+1,0}(1 + A)$$

$$T_{k+2,0} = T_{k,0}(1 + A)^2$$

$$T_{N+1,0} = T_{1,0}(1 + A)^N$$

$$\eta_{tt} = \frac{T_{N+1,0,s} - T_{1,0}}{T_{N+1,0,r} - T_{1,0}}$$

$$\frac{T_{N+1,0,s}}{T_{1,0}} = r_p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}N}$$

$$\eta_{tt} = \frac{\frac{\gamma-1}{\gamma}N}{(r_p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}N} - 1)T_{1,0}} \cdot T_{1,0}$$

Polytrop IV On a un compresseur axial à 16 étages et le rapport de pression de chacun des étages est le même. Le taux de compression du compresseur est 6.3 et le rendement 'total-total' de chaque étage est 89.5%. Le gaz peut être considéré comme un gaz idéal ($\gamma = 1.4$).

a) Estimer le rendement global, total-à-total, à partir d'un développement étage par étage.

b) Calculer le rendement polytropique infinitésimal

$$r_p = 6.3\overline{16} = 1.1219$$

L'incrément isentropique de température totale est:

$$\begin{aligned}\Delta T_s = T_{i+1,0} - T_{i,0} &= T_{i,0} \left(\frac{T_{i+1,0}}{T_{i,0}} - 1 \right) \\ &= T_{i,0} \left(r_p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)\end{aligned}$$

L'incrément réel de température totale est:

$$\begin{aligned}\Delta T_r &= \frac{\Delta T_s}{\eta_p} \\ &= T_{i,0} \left(\frac{\frac{\gamma - 1}{r_p^\gamma} - 1}{\eta_p} \right)\end{aligned}$$

$$A = \frac{\frac{\gamma - 1}{r_p^\gamma} - 1}{\eta_p} = \frac{1.1219 \frac{0.4}{1.4} - 1}{0.895} = 0.03733$$

$$\begin{aligned}T_{i+1,0} &= T_{i,0}(A + 1) \\ T_{i+2,0} &= T_{i,1}(A + 1) \\ T_{i+2,0} &= T_{i,0}(A + 1)^2 \\ \dots & \\ T_{N+1,0} &= T_{i,0}(A + 1)^N\end{aligned}$$

$$\eta_{tt} = \frac{T_{N+1,0}^r - T_{1,0}}{T_{N+1,0}^s - T_{1,0}}$$

$$\eta_{tt} = \frac{\frac{\gamma - 1}{\gamma} N}{(r_p^\gamma - 1) T_{1,0}} = \frac{0.4}{(6.3)^{1.4} - 1} = 0.8675$$

b)

De l'équation:

$$\eta_{is} = \frac{\left[\left(\frac{p_{o2}}{p_{o1}} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right]}{\left[\left(\frac{p_{o2}}{p_{o1}} \right)^{(\gamma-1)/\eta_{pol}\gamma} - 1 \right]}$$

on obtient:

$$\eta_p = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\ln r_p^N}{\ln \left(\frac{r_p^{\frac{\gamma-1}{\gamma} N} - 1 + \eta_{tt}}{\eta_{tt}} \right)}$$

$$\eta_p = \frac{0.4}{1.4} \frac{\ln 6.3}{\ln \left(\frac{6.3^{\frac{0.4}{1.4}} - 1 + 0.8675}{0.8675} \right)} = 0.8967$$

Pour une turbine axiale, on a les donnés suivants:

$$\begin{array}{llll}
 N_{\text{étages}} & = & 3 & n & = & 6000 \text{rpm} & T_{\text{entrée}} & = & 1200 \text{K} \\
 P_{\text{entrée}} & = & 2.5 \text{bar} & P_{\text{sortie}} & = & 1.020 \text{bar} & \dot{m} & = & 35 \text{kg/s} \\
 \eta_{tt} & = & 0.92 & R & = & 287 \text{J/kgK} & \gamma & = & 1.4 \\
 r_{\text{ext}} & = & 0.45 \text{m} & r_{\text{int}} & = & 0.3 \text{m} & & &
 \end{array} \tag{1}$$

a) Calculez ψ et ϕ . b) Calculez les angles du triangle de vitesse si $R = 0.5$

Compresseur Axial

$$\begin{array}{llll} N_{\text{étages}} & = & 5 & U & = & 313\text{m/s} & T_{\text{entrée},0} & = & 293\text{K} \\ P_{\text{entrée},0} & = & 0.1\text{Mpa} & \psi & = & 0.393 & \dot{m} & = & 19\text{kg/s} \\ R & = & 0.5 & R_g & = & 287\text{J/kgK} & \gamma & = & 1.4 \\ r_{\text{ext}} & = & 0.339\text{m} & r_{\text{int}} & = & 0.271\text{m} & \eta_{\text{pol}} & = & 0.9 \end{array}$$

Estimer

(2)

- la vitesse axiale
- la puissance transmise au fluide
- les angles α_1, β_1 et β_2
- les conditions de stagnation à la sortie

$$T_{01} = 293K, \quad P_{01} = 0.1MPa \quad A_1 = \pi(0.339^2 - 0.271^2) \quad \dot{m}_1 =$$

(On pose $C_{1x} = C_1$)

$$\left(\begin{array}{l} C_{1x} = \frac{\dot{m}_1}{\rho_1 A_1} = \frac{19}{\rho_1 \pi (0.339^2 - 0.271^2)} \\ \rho_1 = \frac{P_1}{RT_1} = \frac{P_1}{286.96 \times T_1} \\ T_1 = T_{01} - \frac{C_1^2}{2C_p} = 293 - \frac{C_1^2}{2 \times 1004} \\ P_1 = P_{01} \left(\frac{T_1}{T_{01}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = 0.1 \times 10^6 \left(\frac{T_1}{293} \right)^{\frac{1.4}{0.4}} \end{array} \right.$$

NEWTON $\rightarrow T = 284K, \quad P = 0.0897 MPa,$
 $\rho = 1.1 kg/m^3, \quad C_{1x} = 132 m/s$

$$W_e = \psi U^2 = (0.393 \times (313)^2) \times 5$$

$$W_e = 192\,5095 \text{ J/kg}$$

$$\dot{W} = \dot{m} W_e = 3.657 \text{ MW}$$

$$R = \frac{\phi}{2} (\tan\beta_1 + \tan\beta_2)$$

$$\psi = \phi (\tan\beta_1 - \tan\beta_2)$$

$$\phi = \frac{C_{1x}}{U} = \frac{132.7}{313} = 0.424$$

$$\tan\beta_1 = \frac{2R + \psi}{2\phi} = \frac{2 \times 0.5 + 0.393}{2 \times 0.424} = 1.63$$

$$\beta_1 = 58.67$$

$$\tan\beta_2 = \frac{2R - \psi}{2\phi} = \frac{2 \times 0.5 - 0.393}{2 \times 0.424} = 0.715$$

$$\beta_2 = 35.58$$

$$\alpha_1 = \beta_2 = 35.58$$

$$\eta_s = \frac{\left[\left(\frac{p_{o2}}{p_{o1}} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right]}{\left[\left(\frac{p_{o2}}{p_{o1}} \right)^{(\gamma-1)/\eta_{pol}\gamma} - 1 \right]} \quad (3)$$

Hypothèse $r_p = 5 - >$

$$\eta_{tt} = \frac{(5)^{(0.4)/1.4} - 1}{(5)^{(0.4)/0.9 \times 1.4} - 1} = 0.875 \quad (4)$$

$$W = C_p(T_{02} - T_{01}) \rightarrow T_{02} = 484.7$$

$$\eta_{tt} = \frac{T_{02s} - T_{01}}{T_{02} - T_{01}} \quad (5)$$

$$T_{02s} = 460.12$$

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = \left(\frac{T_{02}}{T_{01}} \right)^{(\gamma)/\gamma-1} = \left(\frac{460}{293} \right)^{1.4/0.4} = 4.84$$

Turbine axiale

$$\begin{array}{llll}
 \phi & = & 0.8 & n & = & 250 \text{ rps} & T_{\text{entrée}} & = & 1100K \\
 P_{\text{entrée}} & = & 4 \text{ bar} & P_{01}/P_{03} & = & 1.873 & \dot{m} & = & 20kg/s \\
 \eta_{tt} & = & 0.9 & R & = & 287J/kgK & \gamma & = & 1.333 \\
 U_{\text{moy}} & = & 340m/s & \Delta T_{01-03} & = & 145K & \alpha_3 & = & 10^\circ
 \end{array} \tag{6}$$

a) Calculer ψ , β_3 , R , β_2 , α_2 , C_2 , T_2 , P_2 , ρ_2 , A_2 (normale à la vitesse C_2).

Considérer $C_p = cte = 1148J/kg K$

b) Calculer les surface annulaires aux sections 1,2,et 3.

d) Calculer l'hauteur des aubes aux sections 1,2 et 3.

$$\psi = \frac{C_p \Delta T}{U^2} = \frac{1148 \times 145}{340^2} = 1.44$$

$$\tan \alpha_3 = \tan \beta_3 - \frac{1}{\phi}$$

$$\tan \beta_3 = \tan 10 + \frac{1}{0.8} = 0.1763 + 1.25$$

$$\beta_3 = 54.57$$

$$\tan \beta_3 = \frac{1}{2\phi}(0.5\phi + 2R)$$

— > R

$$\tan \beta_2 = \frac{1}{2\phi}(0.5\phi - 2R)$$

— > β_2

$$\tan \alpha_2 = \tan \beta_2 + \frac{1}{\phi}$$

– α_2

$$C_{2x} = U \phi = 340 \times 0.8 = 272 \text{ m/s}$$

$$C_{2x} = C_2 \cos \alpha_2 = \text{–} > C_2 = \frac{272}{\cos 58.23} = 519 \text{ m/s}$$

$$T_2 = T_{02} - \frac{C_2^2}{2C_p}$$

Hypothèse $T_{02} = T_{01}$

$$T_2 = 1100 \text{ K} - \frac{(519)^2}{2 \times 1148} = 982.7 \text{ K}$$

$$\frac{P_{02}}{P_2} = \left(\frac{T_{02}}{T_2} \right)^{\gamma/\gamma-1} = 1.57$$

$$P_2 = 2.548$$

$$C_1 = C_3 = \frac{C_x}{\cos 10} = 276.4 \text{ m/s}$$

$$T_1 = T_{01} - \frac{C_1^2}{2C_p} = 1100 - \frac{(276.4)^2}{2 \times 1148}$$

$$T_1 = 1067.8 \text{ K}$$

$$\frac{P_1}{P_{01}} = \left(\frac{T_1}{T_{01}} \right)^{\gamma/\gamma-1} = 1.57$$

$$P_1 = 3.54 \text{ bar}$$

$$\rho_1 = \frac{p_1}{R T_1} = 1.155 \text{ kg/m}^3$$

$$A_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1 C_{1m}} = \frac{20}{1.115 \times 272}$$

$$A_1 = 0.00637 \text{ m}^2$$

$$T_{03} = T_{01} - \Delta T_{03} = 1100 - 145 = 955 \text{ K}$$

$$T_3 = T_{03} - \frac{C_3^2}{2C_p} = 955 - \frac{(276.4)^2}{2 \times 1148}$$

$$T_3 = 922.8$$

$$\frac{P_3}{P_{03}} = \left(\frac{T_3}{T_{03}} \right)^{\gamma/\gamma-1}$$

$$P_3 = 1.856 \text{ bar}$$

$$\rho_3 = \frac{P_3}{R \times T_3} = \frac{100 \times 1.856}{0.287 \times 922}$$

$$\rho_3 = 0.702 \text{ kg/m}^3$$

$$A_3 = \frac{\dot{m}}{\rho_1 C_{1x}} = \frac{20}{0.702 \times 272}$$

$$A_3 = 0.1047 \text{ m}^2$$

$$\rho_2 = \frac{P_2}{R \times T_2} = \frac{100 \times 2.5478}{0.287 \times 982.7}$$

$$\rho_2 = 0.9 \text{ kg/m}^3$$

$$A_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2 C_{2x}} = \frac{20}{0.702 \times 272}$$

$$A_2 = 0.0817 \text{ m}^2$$

$$U_m = 2\pi r_m n$$

$$A = 2\pi r_m h = \frac{U_m h}{n}$$

$$h = \frac{A}{U_m/n} = \frac{nA}{U_m}$$

Compresseur axial

1) L'angle entre la vitesse absolue et la vitesse relative à l'entrée d'un compresseur axial est de 60° et la température totale est $T_{01} = 540^\circ R$. Considérer que la vitesse absolue à l'entrée est axiale.

Trouver les nombres de Mach absolu et relatif à l'entrée si la vitesse périphérique est de 1141 pi/s .
 $C_p = 6006 \text{ pi}^2/\text{s}^2 \text{ } ^\circ R$, $R = 1716 \text{ pi}^2/\text{s}^2 \text{ } ^\circ R$

2) L'angle de la vitesse relative à la sortie du rotor est de $\beta_2 = 35^\circ$. Trouver l'énergie transmise en pi^2/s^2 et le rapport de pression P_{02}/P_{01} si le rendement isentropique est $\eta = 0.87$

3) On a un compresseur à 4 étages ayant le même rendement et la même consommation énergétique (W). Trouver la variation totale de température de stagnation ainsi que le rapport de pression par étage et total (entrée-sortie). Inclure le "*work done factor*" dans le calcul du travail.

Compresseur Centrifuge I

$$\begin{array}{llll}
 C_p & = & 1005 J/kg K & n & = & 16200 \text{ rpm} & T_{amb} & = & 15^\circ C \\
 P_{ambient} & = & 100 \text{ kPa} & \text{---} & = & \text{---} & \dot{m} & = & 8 \text{ kg/s} \\
 \text{---} & = & \text{---} & R & = & 287 J/kgK & \gamma & = & 1.4 \\
 D_{int-oeil} & = & 0.13 \text{ m} & D_{ext-oeil} & = & 0.3 \text{ m} & \text{---} & = & \text{---}
 \end{array}
 \tag{7}$$

a) Calculer l'angle à la racine et au sommet du rotor à l'entrée du compresseur.

b) Calculer le nombre de Mach relatif à l'entrée au sommet de l'oeil.

La vitesse d'entrée est axiale

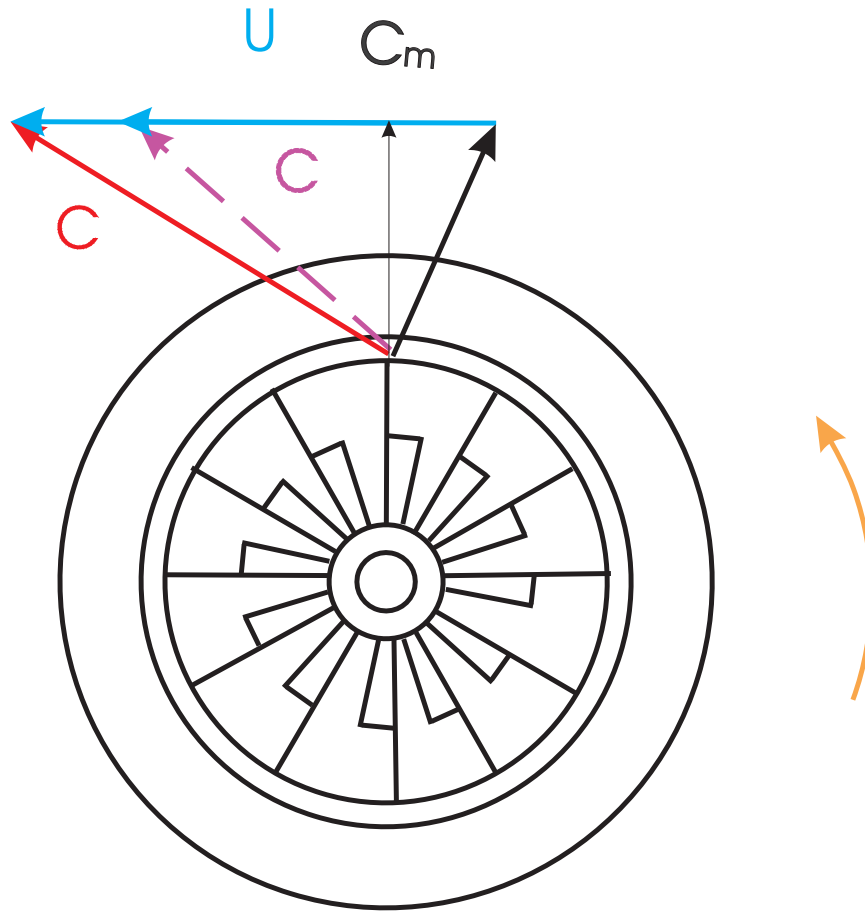


Figure 3: Compresseur Centrifuge

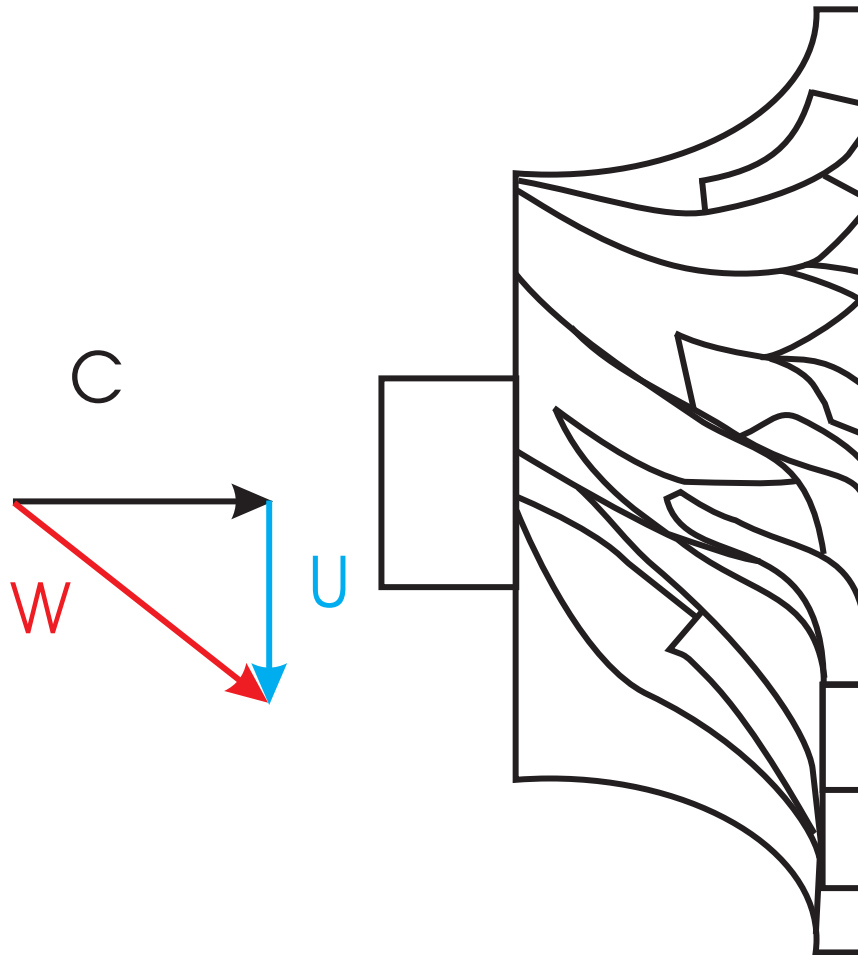


Figure 4: Compresseur Centrifuge

Compresseur: suite

$$\begin{aligned} A_1 &= \pi(r_{ext}^2 - r_{int}^2) \\ &= \pi(0.15^2 - 0.065^2) = 0.0574 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Hypothèse: $\rho_1 = \rho_{01}$

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \frac{p_{01}}{RT_{01}} \\ &= \frac{10^5}{287 \times 288} = 1.21 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

$\rho_1 = 1.21 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
--

Eq. Continuité

$$C_{1x} = C_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1 A_{1m}} = \frac{8}{1.21 \times 0.0574}$$

$$C_1 = 115.18.4 \frac{m}{s}$$

$$T_1 = T_{01} - \frac{C_1^2}{2C_p} = 288 - \frac{(115.18)^2}{2 \times 1005} = 281.4 \text{ K}$$

$$T_1 = 281.4 \text{ K}$$

$$\frac{P_1}{P_{01}} = \left(\frac{T_1}{T_{01}} \right)^{\gamma/\gamma-1}$$

$$P_1 = 10^5 \left(\frac{281.4}{288} \right)^{1.4/0.4} 92.2 \text{ kPa}$$

$$P_1 = 92.2 \text{ kPa}$$

Correction de ρ_1

$$\begin{aligned}\rho_1 &= \frac{p_1}{R T_1} \\ &= \frac{92.2 \cdot 10^3}{287 \times 281.4}\end{aligned}$$

$$\rho_1 = 1.14 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$C_{1x} = C_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1 A_{1m}} = \frac{8}{1.141 \times 0.0574}$$

$$C_1 = 122.25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_1 = T_{01} - \frac{C_1^2}{2C_p} = 288 - \frac{(115.18)^2}{2 \times 1005}$$

$$T_1 = 280.57 \text{ K}$$

$$P_1 = 10^5 \left(\frac{280.57}{288} \right)^{3.5}$$

$$P_1 = 91.25 \text{ kPa}$$

$$\begin{aligned} U_i &= \frac{2\pi r_i n}{60} = \frac{2\pi \times 0.065 \cdot 16200}{60} \\ &= 110.3 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

$$\tan\beta_1 = \frac{U_1}{C_1} = \frac{110.3}{122.25}$$

$$\rightarrow \beta_1 = 42.05^\circ$$

$$\begin{aligned} U_s &= \frac{2\pi r_{ext} n}{60} = \frac{2\pi \times 0.15 \times 16200}{60} \\ &= 254.5 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

$$\tan\beta_s = \frac{U_i}{C_1} = \frac{254.5}{122.5}$$

$$\rightarrow \beta_s = 64.34^\circ$$

$$M_r = \frac{W}{a}$$

$$a_1 = \sqrt{\gamma RT_1} = \sqrt{1.4 \times 287 \times 280.6}$$

$$a_1 = 335.8 \frac{m}{s}$$

$$W_1 = \sqrt{C_1^2 + U_1^2} = \sqrt{122.5^2 + 254.5^2}$$

$$W_1 = 282.3 \frac{m}{s}$$

$$M_r = \frac{282.3}{335.8}$$

$$M_r = 0.841$$

Compresseur Centrifuge II

Pour le compresseur illustré sur la figure on a les données suivantes

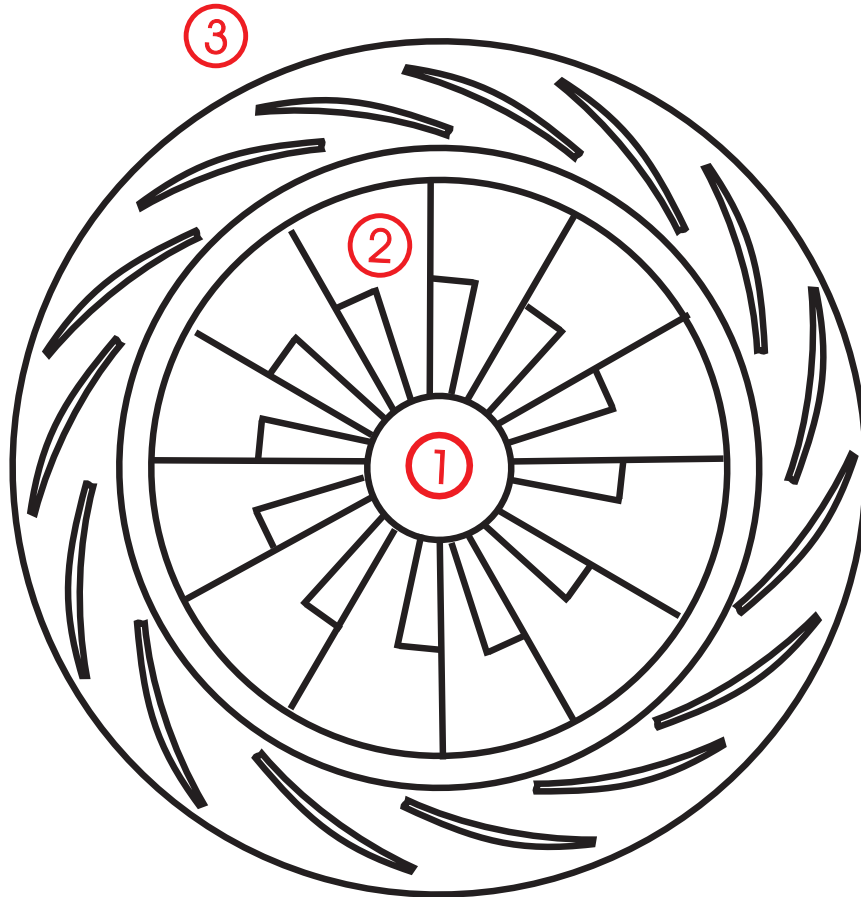


Figure 5: Compresseur Centrifuge

Compresseur Centrifuge II

$$\begin{array}{llll} \sigma & = & 0.92 & n & = & 12000 \text{ rpm} & \psi & = & 1.04 \\ P_{03}/P_{01} & = & 3.8 & \eta_{s(1-3)} & = & 0.82 & \dot{m} & = & 8 \text{ kg/s} \\ C_p & = & 1005 \text{ J/kg K} & R & = & 287 \text{ J/kgK} & \gamma & = & 1.4 \\ M_{\text{sortie}} & = & 1 & P_{01} & = & 101.3 \text{ kPa} & T_{01} & = & 288 \text{ K} \end{array} \quad (8)$$

La vitesse d'entrée est axiale

Le nombre de Mach (absolu) à la sortie (2) du rotor vaut 1

Considérer $T_{02} = T_{03}$

Considérer $\eta_s(\text{rotor}) = 0.91$

Calculer

- a) le diamètre du rotor
- b) P_2, T_2 et ρ_2
- c) l'épaisseur du rotor à la sortie.

Compresseur Centrifuge II

$$\psi = \frac{C_p \Delta T_0}{\sigma_s U^2} = \frac{C_p (T_{03} - T_{01})}{\sigma_s U^2} \quad (9)$$

$$\eta (T_{03} - T_{01}) = T_{01} \left(\frac{T_{03s}}{T_{01}} - 1 \right)$$

$$(T_{03} - T_{01}) = \frac{T_{01}}{\eta} \left(\frac{T_{03s}}{T_{01}} - 1 \right)$$

$$(T_{03} - T_{01}) = \frac{T_{01}}{\eta} \left[\left(\frac{P_{03}}{P_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]$$

$$(T_{03} - T_{01}) = \frac{288}{0.82} (3.8^{\frac{0.4}{1.4}} - 1) = 163.3K$$

$$(T_{03} - T_{01}) = 163.3K = \frac{\psi \sigma_s U^2}{C_p}$$

$$U_2 = \sqrt{\frac{163.3 \times 1005}{1.04 \times 0.92}} = 414.5 \frac{m}{s}$$

$$U_2 = \frac{\pi n D_2}{60}$$

$$D_2 = \frac{U_2 \times 60}{\pi \times n} = \frac{414.15 \times 60}{\pi \times 12000} = 0.659 \text{ m}$$

Rotor 1-2

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = \left[1 + \frac{\eta_{sr}(T_{02} - T_{01})}{T_{01}} \right]^{\gamma/(\gamma-1)}$$

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = \left[1 + \frac{0.91 \times 163.3}{288} \right]^{\gamma/(\gamma-1)}$$

$\frac{P_{02}}{P_{01}} = 4.29$

$$T_{02} = T_{03} = T_{01} + (T_{03} - T_{01}) = 288 + 163.3$$

$$T_{02} = 451.3 \text{ K}$$

$$C_2 = a_2 = \sqrt{\gamma RT_2}$$

$$T_2 = T_{02} - \frac{C_2^2}{2C_p}$$

$$T_2 = 376.1 \text{ K} + P_2 \rightarrow \rho_2$$

$$\left(\frac{T_2}{T_{02}}\right) = \left(\frac{P_2}{P_{02}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\left(\frac{P_2}{P_{02}}\right) = \left(\frac{T_2}{T_{02}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{376.1}{451.3}\right)^{3.5} = 0.582$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{P_2}{P_{01}}\right) &= \left(\frac{P_2}{P_{02}}\right) \left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right) \\ &= 0.528 \times 4.29 \\ &= 2.266 \end{aligned}$$

$$P_2 = 2.266 \times 101.3 = 229.58 \text{ kPa}$$

$$\begin{aligned} \rho_2 &= \frac{p_2}{R T_2} \\ &= \frac{229.6 \cdot 10^3}{287 \times 376.1} \end{aligned}$$

$\rho_2 = 2.127 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$$C_2^2 = a_2 = \gamma R T_2 = 1.4 \times 287 \times 376.1 = 151117 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$C_{2u} = \sigma U_2 = 0.92 \times 414.15$$

$$C_{2u} = 381 \frac{m}{s}$$

$$C_{2m} = C_2^2 - C_{2u}^2 = 151117 - (318)^2$$

$$C_{2m} = 77.17 \frac{m}{s}$$

$$A_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2 C_{2m}} = \frac{8}{2.127 \times 77.17}$$

$$A_2 = 0.0487 \text{ m}^2$$

FINALEMENT!

$$b = \frac{A_2}{\pi D_2} = \frac{0.0487}{\pi 0.659}$$

$$b_2 = 0.0235 \text{ m}$$

Compresseur Centrifuge III

$$\begin{array}{llll} C_p & = & 1000 J/kg K & \dot{m} & = & 3 kg/s \\ P_{03}/P_{01} & = & 2 & \eta_s & = & 0.75 \\ R & = & 287 J/kgK & \gamma & = & 1.4 \\ P_{01} & = & 101.3 kPa & T_{01} & = & 288 K \end{array} \quad (10)$$

Calculer

$\Delta T_{0(1-3)}$ **isentropique**

$\Delta T_{0(1-3)}$ **réelle**

Le travail isentropique

Le travail réel

Le travail polytropique et le coefficient n

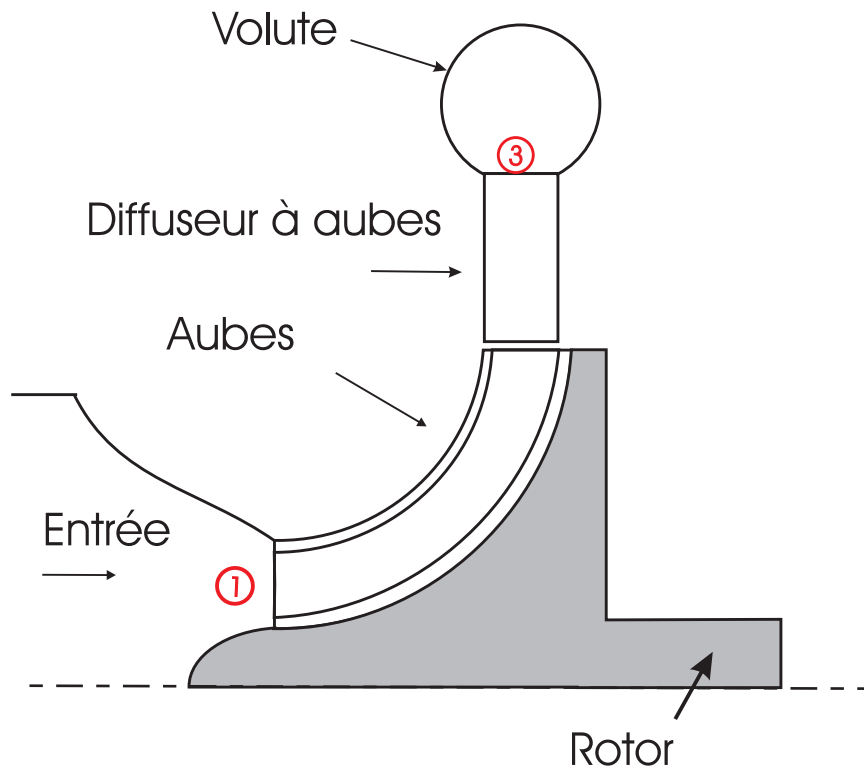


Figure 6: Compresseur Centrifuge

$$\eta(T_{03} - T_{01}) = T_{01} \left(\frac{T_{03s}}{T_{01}} - 1 \right)$$

$$(T_{03} - T_{01}) = \frac{T_{01}}{\eta} \left(\frac{T_{03s}}{T_{01}} - 1 \right)$$

$$(T_{03} - T_{01}) = \frac{T_{01}}{\eta} \left[\left(\frac{P_{03}}{P_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]$$

$$\Delta T_{re} = (T_{03} - T_{01}) = \frac{288}{0.75} (2^{\frac{0.4}{1.4}} - 1) = 84.1K$$

$$\Delta T_{is} = T_{03s} - T_{01} = \eta_s * (T_{03} - T_{01}) = 0.75 * 84.1 = 63.07K$$

$$T_{03r} = T_{01} + \Delta T_{re} = 372.1K$$

$$T_{03s} = T_{01} + \Delta T_{is} = 351.07K$$

$$W_{is} = C_p * (\Delta T_{is}) = 63.7Kj/kg$$

$$W_{re} = C_p * (\Delta T_{re}) = 84.1Kj/kg$$

Rotor 1-2

$$W_{pl} = \frac{nR}{n-1} [\Delta T_{re}]$$

$$\left(\frac{P_{03}}{P_{01}}\right) = 2 = \left(\frac{T_{03r}}{T_{01}}\right)^{\frac{n}{n-1}}$$

$$n = 1.586$$

$$W_{pl} = 65.45 \frac{kJ}{kg}$$

Compresseur Centrifuge IV

$$\begin{array}{llll} C_p & = & 1005 J/kg K & C_{2m}/U_2 & = & 0.3 & \beta_2 & = & 0 \\ D_2 & = & 58 \text{ cm} & \eta_s & = & 0.82 & \dot{m} & = & 5.89 kg/s \\ \sigma_s & = & 0.9 & R & = & 287 J/kgK & \gamma & = & 1.4 \\ P_{02} & = & 400 kPa & P_{01} & = & 100 kPa & T_{01} & = & 20^\circ C \end{array} \quad (11)$$

La vitesse d'entrée est axiale Les pales sont radiales a la sortie

Calculer

- a) la vitesse angulaire du rotor
- b) la temprature totale , T_{02}

c) C_2, T_2, P_2, ρ_2

d) l'épaisseur b_2 du rotor à la sortie.

Compresseur Centrifuge IV

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = \left[1 + \frac{\eta \psi \sigma_s U^2}{C_p T_{01}} \right]^{\gamma/(\gamma-1)}$$

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \left[1 + \sigma \eta (\gamma - 1) \left(\frac{U_2}{a_{01}} \right)^2 \left(1 - \frac{C_{2m}}{U_2} \tan \beta_2 \right) \right]^{\gamma/(\gamma-1)}$$

$$\frac{400}{100} = \left[1 + 0.9 \times 0.82 \times 0.4 \left(\frac{U_2}{0.4 \times 287 \times 293} \right)^2 (1 - 0.3 \times \tan 0) \right]^{1.4/(0.4)}$$

$$U_2 = 440.2 \frac{m}{s} \rightarrow \omega = \frac{U_2}{r_2} = \frac{440.2}{0.29} = 1518 \frac{rad}{s}$$

$$\frac{T_{02s}}{T_{01}} = \left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} = (4)^{\frac{0.4}{1.4}} = 1.486$$

$$T_{02s} = 1.486 \times 293 = 435 \text{ K}$$

$$\eta_s = \frac{T_{02s} - T_{01}}{T_{02} - T_{01}} = 0.82 = \frac{435 - 293}{T_{02} - 293} \rightarrow T_{02} = 454 \text{ K}$$

$$C_2 = \sqrt{C_{2m}^2 + C_{2u}^2}$$

$$C_{2m} = U_2 \frac{C_{2m}}{U_2} = 440.3 \times 0.3 = 132.1$$

$$C_{2u} = \sigma U_2 = 0.9 \times 440.2 = 396.2$$

$$C_2 = \sqrt{132.1^2 + 396.2^2} = 417.6$$

$$T_{02} = 454, C_2 = 417 \rightarrow T_2 = 379.8; P_{02} = 400 \text{ kPa}, T_{02}, T_2 \rightarrow P_2 = 213 \text{ kPa} \rightarrow \rho_2 = 1.96 \text{ kg/m}^3 \rightarrow \dot{m}, \rho_2, C_{2m}, r_2 \rightarrow b_2 = 0.0125 \text{ m}$$

Pompe centrifuge

$$\begin{array}{llllll} N & = & 6 & & r_2 & = & 23 \text{ cm} & r_1 & = & 9 \text{ cm} \\ Q & = & 0.102 \text{ m}^3/\text{s} & e_1(\% \text{ aubes})_1 & = & 0.1 & n & = & 1000 \text{ rpm} \\ \beta_{2a} & = & 65^\circ & e_2(\% \text{ aubes})_2 & = & 0.05 & & & & \\ \phi_2 & = & 0.1 & c_{1m} & \simeq & c_{2m} & & & & \end{array} \quad (12)$$

La vitesse d'entrée est axiale

a) Calculer l'épaisseur du rotor à l'entrée et à la sortie.

b) Calculer l'angle β_1

c) Calculer la tête théorique

d) Calculer la puissance spécifique théorique

Pompe centrifuge

$$A_2 = 2\pi r_2 b_2 (1 - e_2) = 2\pi 0.23 \times 0.95 b_2 = 1.3729 b_2$$

$$u_2 = \frac{2\pi r_2 n}{60} = \frac{2\pi \times 0.23 \times 1000}{60} = 24.09 \frac{m}{s}$$

$$\phi_2 = \frac{c_{2m}}{U_2} \rightarrow c_{2m} = 0.1 \times 24.09 = 2.409 \frac{m}{s}$$

$$Q_2 = c_{2m} A_2 \rightarrow A_2 = \frac{Q_2}{c_{2m}} = \frac{0.102}{2.409} = 0.0424 m^2$$

$$b_2 = \frac{A_2}{1.3729} = \frac{0.0424}{1.3729} = 0.0309 m$$

$$A_1 = 2\pi r_1 b_1 (1 - e_1) = 2\pi \times 0.23 \times 0.090 b_1 = 0.509 b_1$$

$$A_1 = A_2 = 0.0424 m^2$$

$$b_1 = \frac{A_1}{0.509} = \frac{0.0424}{0.509} = 0.0832 \text{ m}$$

$$U_1 = U_2 \frac{r_1}{r_2} = 24.09 \frac{9}{23} = 9.43 \frac{m}{s}$$

$$\tan \beta_1 = \frac{c_{1m}}{U_1} = \frac{2.409}{9.43} \rightarrow \beta_1 = 14.33^\circ$$

Tête théorique:

$$\sigma_s = 1 - \frac{(\pi/Z) \cos \beta_{2a}}{1 - (C_{2m}/U_2) \tan \beta_{2a}} \quad \text{Stodola}$$

$$\sigma_s = 1 - \frac{(\pi/6)\cos 65}{1 - (0.1)\tan 65} = 0.718$$

$$\psi = \sigma(1 - \phi_2 \tan \beta_{2a}) = 0.718(1 - 0.1 \times \tan 65) = 0.564$$

$$(\alpha_1 = 0)$$

$$W_e = \psi U_2^2 = 0.564 \times 24.09 = 327 \frac{J}{kg}$$

Similitude 1

La hauteur de charge H , le rendement η et la caractéristique du système hydraulique H_s associé à une pompe sont donnés par les équations:

$$\begin{aligned} H &= 20 + 0.8333Q - 0.1667Q^2 \\ \eta &= \quad + 29.643Q - 3.2143Q^2 \\ H_s &= 10 \quad + 2.116Q^2 \end{aligned} \tag{13}$$

La vitesse de rotation de la pompe est de 1800 *rpm*, la charge est donnée en *mètres*, le débit est exprimé en *l/s* et le rendement en *%*.

- a) Si la vitesse de rotation du rotor du même système est augmentée à 3600 *rpm*, quel sera le débit et quelle sera la puissance au point d'opération?
- b) Quel est la vitesse de rotation (en *rpm*) nécessaire pour augmenter le débit à 1.7 fois la valeur obtenue à 1800 *rpm*?

b): L'intersection de la courbe caractéristique de la pompe et celle du système hydraulique donnent un débit et une charge de:

$$Q = 2.283 \text{ l/s} \quad H = 21.0341 \text{ m}$$

et le débit demandé:

$$Q_b = 1.7(2.283) = 3.882 \text{ l/s}$$

et

$$H_b = 10 + 2.116Q_b^2 = 41.88 \text{ l}$$

Ce point, (3.882, 41.88), n'est pas similaire avec la condition $Q = 2.283 \text{ l/s}$ puisque le lien se fait seulement par la courbe du système. Pour trouver une condition similaire on utilise

$$\phi = \left(\frac{Q}{D^3 N} \right)_a = \left(\frac{Q}{D^3 N} \right)_b, \psi = \left(\frac{gH}{N^2 D^2} \right)_a = \left(\frac{gH}{N^2 D^2} \right)_b$$

Puisque $D=cte$, alors

$$\left(\frac{Q}{N}\right)_a = \left(\frac{Q}{N}\right)_b, \quad \left(\frac{H}{N^2}\right)_a = \left(\frac{H}{N^2}\right)_b$$

et si on utilise $N_a/N_b = Q_a/Q_b$, on trouve

$$\left(\frac{H}{Q^2}\right)_a = \left(\frac{H}{Q^2}\right)_b = \left(\frac{41.88}{3.882^2}\right)_b = 2.779$$

L'intersection de cette courbe avec avec la courbe pour la pompe à 1800 rpm donne $Q_a = 2.7507$ et $H_a = 21.0316$, Alors:

$$\left(\frac{Q}{N}\right)_b = \left(\frac{Q}{N}\right)_a$$

d'où:

$$N_b = N_a \frac{Q_b}{Q_a} = 1800 \frac{3.882}{2.7507} = 2540.3 \text{ rpm}$$

aussi, a partir de

$$\left(\frac{H}{Q^2}\right)_a = \left(\frac{H}{Q^2}\right)_b$$

on a :

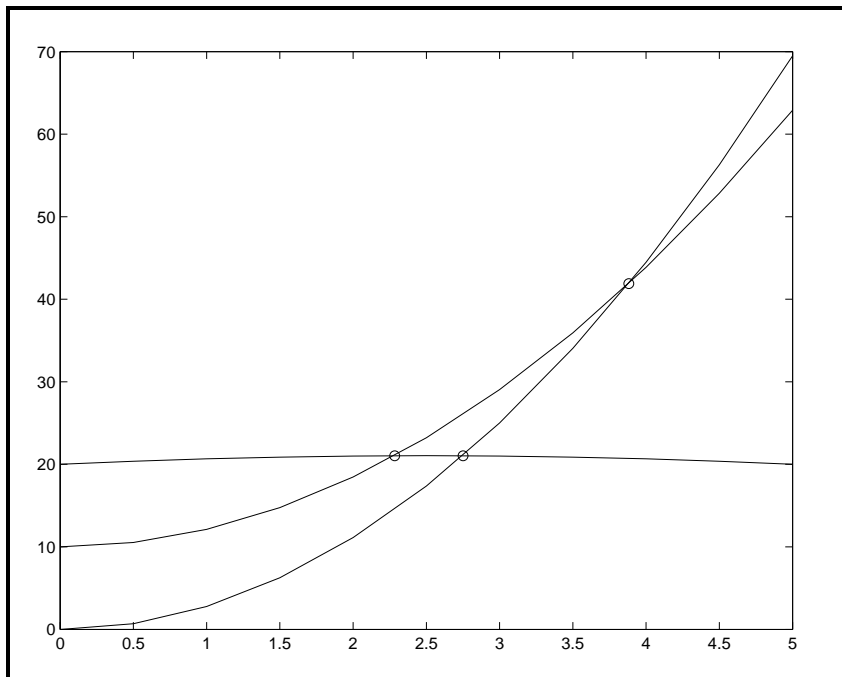
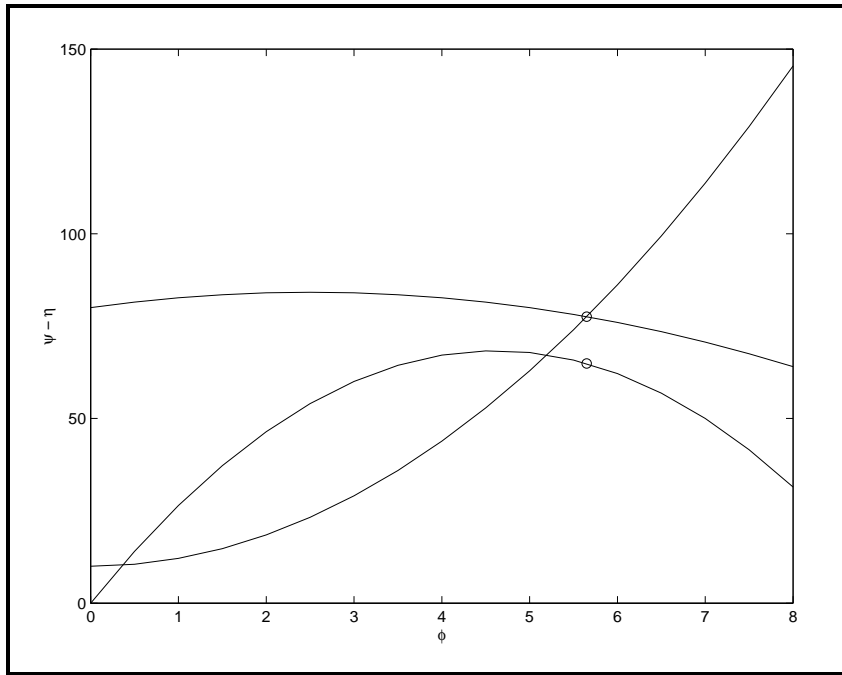
$$N_b = N_a \left(\frac{H_b}{H_a}\right)^{1/2} = 1800 \left(\frac{41.88}{21.0316}\right)^{1/2} = 2540.3 \text{ rpm}$$

Maintenant, le rendement est:

$$\eta = 29.643Qa - 3.2143Qa.^2 = 29.643(2.7507) - 3.2143(2.7507)$$

Finalement ,

$$\dot{W} = \frac{Q_b H_b \rho g}{\eta} = 2788W$$



Similitude 2

Un ventilateur opère à 800rpm ayant un débit d'air de $425\text{m}^3/\text{min}$. Il produit une augmentation de pression statique de $7.6\text{ cm d}'H_2O$ et une variation de pression totale de $10\text{ cm d}'H_2O$. Le rendement total-à-total est de 75% . Les propriétés de l'air à l'entrée sont: $T_{01} = 20^\circ\text{C}$ et $P_{01} = 1\text{ bar}$.

On a un deuxième ventilateur géométriquement similaire ayant une grandeur $1/2$ fois celle du premier. La vitesse de rotation de ce ventilateur est 1000 rpm et il opère sur un point homologue (par rapport au premier). On doit trouver:

- a) Le débit, la variation de pression statique, l'augmentation de pression totale, et la puissance employée. Les conditions thermodynamiques pour l'air à l'entrée sont les mêmes pour les deux ventilateurs.

$$\phi = \left(\frac{Q}{D^3 N} \right)_1 = \left(\frac{Q}{D^3 N} \right)_2$$

alors

$$Q_2 = Q_1 \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^3 \left(\frac{N_2}{N_1} \right)$$

$$Q_2 = 425 \left(\frac{1}{2} \right)^3 \left(\frac{1000}{800} \right) = 66.4 m^3/min$$

$$\psi = \left(\frac{\Delta P_0}{\rho N^2 D^2} \right)_2 = \left(\frac{\Delta P_0}{\rho N^2 D^2} \right)_1$$

$$\Delta P_{02} = \Delta P_{01} \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2 \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 = 10 \left(\frac{1}{1} \right) \left(\frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{1000}{800} \right)$$

$$\left(\frac{\Delta(P + \rho V^2/2)}{\rho N^2 D^2} \right)_2 = \left(\frac{(\Delta P + \rho V^2/2)}{\rho N^2 D^2} \right)_1$$

$$\left(\frac{\Delta P}{\rho N^2 D^2}\right)_2 + \left(\frac{\Delta(V^2/2)}{N^2 D^2}\right)_2 = \left(\frac{\Delta P}{\rho N^2 D^2}\right)_1 + \left(\frac{\Delta(V^2/2)}{N^2 D^2}\right)_1$$

Mais $\left(\frac{\Delta(V^2/2)}{N^2 D^2}\right)_2 = \left(\frac{\Delta(V^2/2)}{N^2 D^2}\right)_1$ Pourquoi?

$$\Delta P_2 = \Delta P_1 \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 = 7.6 \left(\frac{1}{1}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1000}{800}\right)$$

$$\dot{W} = \frac{\Delta P_0 Q}{\eta} = \dot{W} = \frac{0.039 \cdot 1000 \cdot 9.81 \cdot 66.4/60}{0.75} = 564 \text{ W}$$

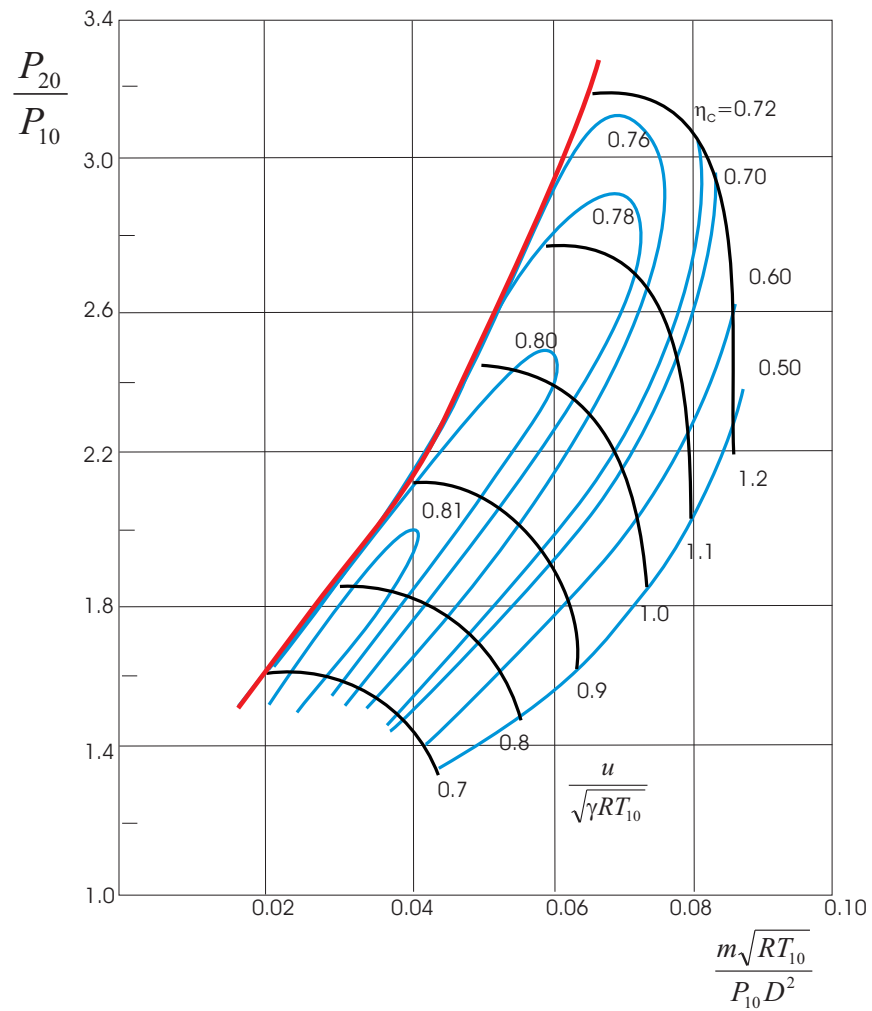
Similitude 3

Un compresseur centrifuge fonctionne au point nominal. Le rotor a un diamètre de 40 cm et le rapport de pression totale est $P_{02}/P_{01} = 2$. Les conditions à l'entrée sont $T_{01} = 20^\circ\text{C}$ et $P_{01} = 1\text{ bar}$. Déterminer:

- Le débit massique
- La puissance requise
- Le vitesse angulaire
- Le diamètre et la vitesse spécifique

D'après la carte du compresseur

$$\frac{\dot{m}\sqrt{RT_{10}}}{P_{01}D^2} = 0.04, \quad \eta = 0.81$$



a) Le débit massique

$$\dot{m} = \frac{0.04 \times 10^5 \times (0.4)^2}{\sqrt{8314/28.97 \times 293}} = 2.21 \text{ kg/s}$$

b) La puissance

$$T_{02s} = \left(\frac{p_{02}}{p_{01}} \right)^{\gamma-1/\gamma} T_{01} = 2^{0.4/1.4} 293 = 357K$$

Le rendement

$$\eta = \frac{T_{02s} - T_{01}}{T_{02} - T_{01}} = \frac{357 - 293}{T_{02} - 293} = 0.81 \quad \rightarrow T_{02} = 372$$

$$\dot{W} = \frac{\dot{m}\gamma R}{\gamma - 1}(T_{02} - T_{01})$$

$$= 2.21 \times (1.4/0.4) \times (8314/28.97)(372 - 293) = 175kW$$

c) La vitesse angulaire

Encore, d'après la carte du compresseur:

$$\frac{DN}{2\sqrt{\gamma RT_{10}}} = 0.85$$

$$DN = 0.85 \times 2 \sqrt{\gamma RT_{01}} = 0.85 \times 2 \sqrt{1.4R \times 293} = 584 \text{ m/s}$$

$$N = DN/D = 584 \text{ m/s} / 0.4 \text{ m} = 1460 \text{ rad/s} = 1400 \text{ rpm}$$

d) Diamètre et vitesse spécifique

$$D_s = \left(\frac{DW_e^{1/4}}{Q^{1/2}} \right) = \left(\frac{DW_e^{1/4}}{(\dot{m}/\rho)^{1/2}} \right) = 4.7$$

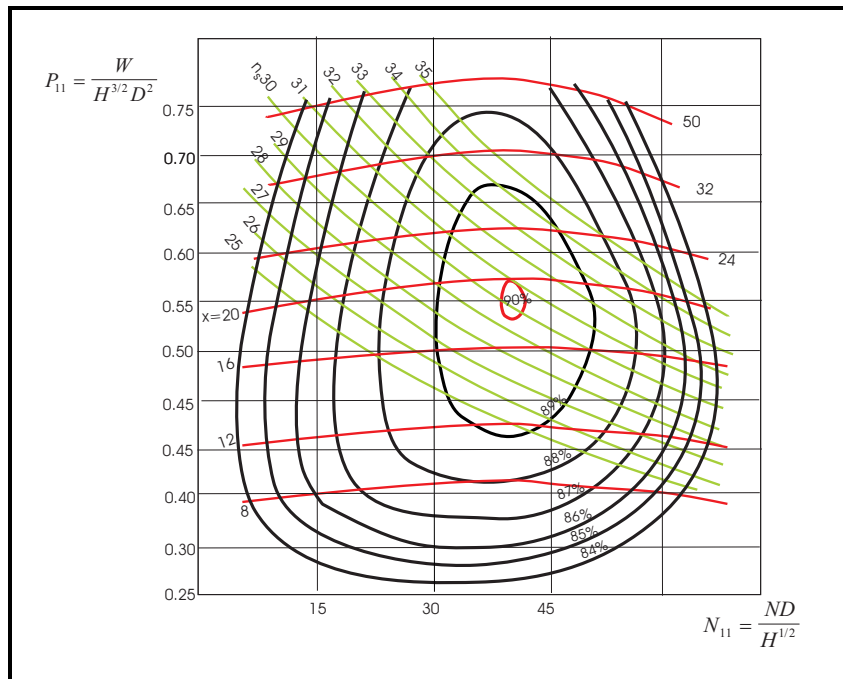
$$N_s = \left(\frac{N(\dot{m}/\rho)^{1/2}}{W_e^{3/4}} \right)$$

$$W_e = \frac{\gamma RT_{01}}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{p_{02}}{p_{01}} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right]$$

$$N_s = 0.534$$

Similitude 4

On propose la construction d'une turbine de type Pelton ayant les mêmes caractéristiques d'un design connu. Les paramètres de vitesse et de puissance sont donnés par une carte de rendement. Sur l'axe des abscisses on trouve le regroupement $\frac{ND}{H^{1/2}}$ tandis que sur l'axe des ordonnées on trouve le coefficient $\frac{W}{H^{3/2}D^2}$. Le rendement η et la vitesse spécifique N_s (dimensionnelle dans le système métrique) sont représentés par des isocontours. La charge ou chute nette pour l'aménagement hydroélectrique est de $H = 300m$ et la puissance produite par la roue est $W = 20\,000\,kW$. Considérez un seul injecteur et sur la base du point de design (le point nominal), déterminez: la vitesse de rotation, le diamètre du jet de l'injecteur et le diamètre de la roue.



À partir de la colline de rendement, on a pour le point nominal:

$$\eta = 0.9, \quad \bar{N}_s = 30, \quad \frac{ND}{H^{1/2}} = 40$$

Alors, d'après:

$$\bar{N}_s = 30 = \frac{N \times W^{1/2}(\text{en CV})}{H^{5/4}} = \frac{N \times 20\,000 \times 1.359^{1/2}}{300^{5/4}}$$

on trouve: $N = 227$ rpm.

Pour trouver le diamètre du jet on cherche la vitesse du jet et le débit. Si on considère un écoulement sans pertes entre le niveau du lac et l'injecteur on a:

$$v = \sqrt{2gH} = \sqrt{2.81 \times 300} = 76.7 \text{ m/s}$$

Le débit est trouvé par la relation $W = \eta \rho g H Q$, alors

$$Q = \frac{20\,000 \times 10^3}{0.9 \times 300 \times 9.81 \times 1000} = 7.64 \text{ m}^3/\text{s}$$

Alors, selon l'équation de continuité: $Q = VA$. Si on considère un jet cylindrique avec $A = \pi d^2/4$ on trouve

$$d = \frac{4Q}{\pi V} = 0.356 \text{ m}$$

Finalement, à partir du coefficient:

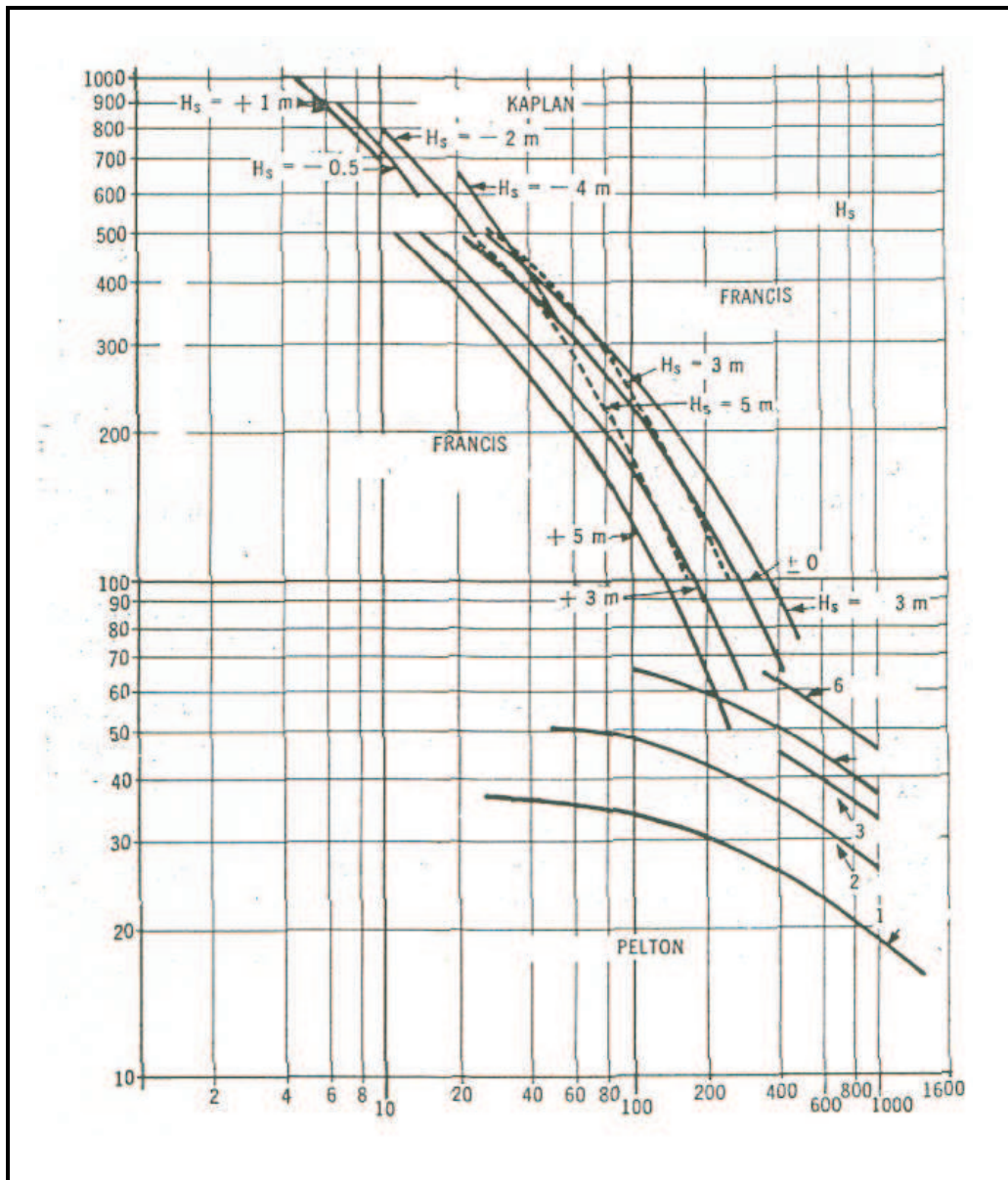
$$\frac{ND}{H^{1/2}} = 40$$

on trouve

$$D = \frac{40 \times H^{1/2}}{N} = \frac{40 \times 300^{1/2}}{227} = 3.57m$$

Similitude 5

Une turbine Francis opère avec une charge de 60 m avec un débit de $30\text{m}^3/\text{s}$. Estimez les *rpm* et le diamètre de la roue si le rendement est $\eta = 88\%$.



$$n_s = 260 \text{ (carte)}, \quad \rho g = \gamma = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$n_s = \frac{N \dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}}$$

$$\dot{W}(\text{HP}) = \frac{\eta \rho g Q H}{76} = \frac{0.88 \times 1000 \times 30 \times 60}{76} = 21\,000$$

$$N = \frac{n_s H^{5/4}}{\dot{W}(\text{HP})^{1/2}}$$

$$\pi D N / 60 = \sqrt{2gH}$$

$$D = \frac{\sqrt{2gH}}{\pi N / 60}$$

Similitude 6

Estimez le diamètre et la vitesse de rotation d'un ventilateur faisant circuler $4.8m^3/s$ d'air ($\rho = 1.21kg/m^3$) et avec un $\Delta P = 500 Pa$. Considérez $N_s = 5$.

$$N_s = \frac{NQ^{1/2}}{(\Delta P/\rho)^{3/4}}$$

$$N = N_s \frac{(\Delta P/\rho)^{3/4}}{Q^{1/2}} = 250 \text{ rad} \rightarrow 2387 \text{ rpm}$$

$$D_s = \frac{D(\Delta P/\rho)^{1/4}}{Q^{1/2}}$$

$$D_s = 2.84N_s^{-0.476} = 1.32$$

Turboréacteur

Un turboréacteur opère au sol ($u_a = 0$) avec de l'air à capacité calorifique constante Les données sont

- La température et la pression à l'entrée du compresseur $T_{02} = 288K$, $p_{02} = 0.1 MPa$.
- Le rendement du compresseur (**C**) $\eta_c = 85\%$.
- Le rendement de la turbine (**T**) $\eta_{tp} = 90\%$.
- Le rapport de compression $r_p = p_{03}/p_{02} = 10$
- La température maximale $T_{max} = 1200 K$.
- Pouvoir calorifique inférieur du combustible $L_{hv} = 44000KJ/kg$
- Le rendement mécanique du compresseur et de la turbine $\eta_m = 98\%$
- Le rendement de la tuyère $\eta_{Ty} = 98\%$

Calculez

- Les sommets (p , T) du cycle thermodynamique
- Le rapport $1/f$: **débit massique d'air/ débit massique de combustible**
- Le **rendement** du turboréacteur
- la consommation spécifique **TSFC**

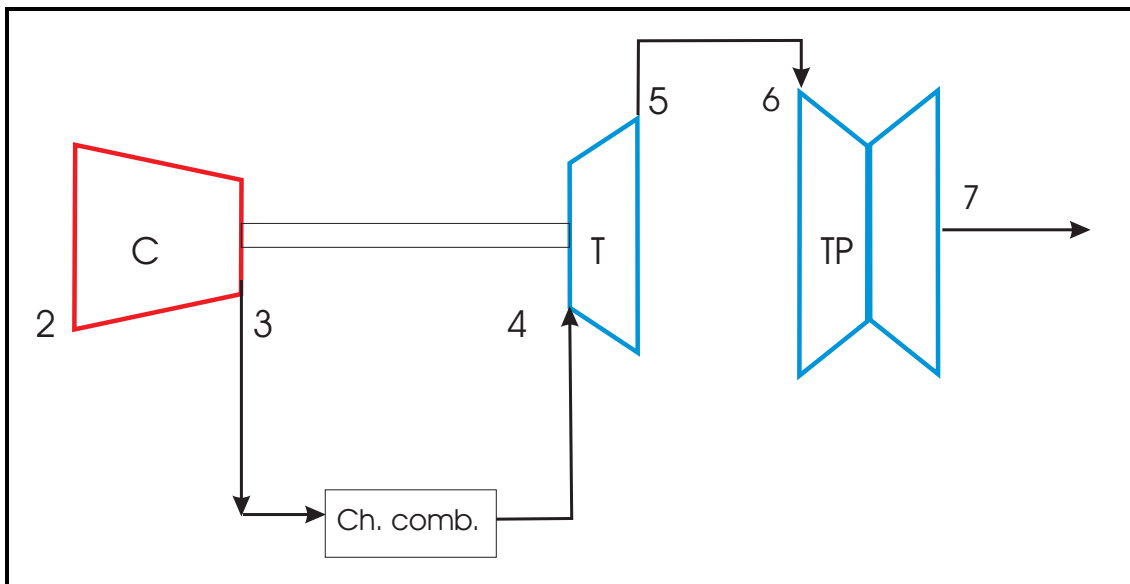


Figure 7: Turbomoteur générique

Sortie du compresseur: ③

$$r_p = \frac{p_{03}}{p_{02}} = 10$$

$$p_{03} = r_p \times p_{02} \rightarrow p_{03} = 10 \times 0.1 \text{MPa} = 1 \text{MPa}$$

Température réelle

$$\frac{T_{03s}}{T_{02}} = \left(\frac{p_{03}}{p_{02}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \rightarrow T_{03s} = 556.04 \text{ K}$$

$$\eta_c = \frac{T_{03s} - T_{02}}{T_{03} - T_{02}} \rightarrow T_{03} = 603.3$$

Chambre de combustion

$$p_{04} = p_{03} = 1 \text{MPa}, \quad T_{04} = 1200 \text{ K}$$

Bilan enthalpique

$$\frac{m_a}{m_f} h_3 + h_c + L_{hv} = \left(1 + \frac{m_a}{m_f}\right) h_4$$

$$\frac{1}{f} = \alpha = \frac{m_a}{m_f} = \frac{L_{hv}}{c_p(T_{04} - T_{03})} - 1 = 71.36$$

Turbine

$$\bar{w}_T = \bar{w}_c$$

$$\frac{\alpha c_p (T_{03} - T_{02})}{\eta_m c} = (\alpha + 1) c_p (T_{04} - T_{05}) \eta_m t \rightarrow T_{05} = 876.2K$$

$$\eta_T = \frac{T_{04} - T_{05}}{T_{04} - T_{05s}} = 0.9 \rightarrow T_{05s} = 836.7K$$

$$\frac{T_{04}}{T_{05s}} = \left(\frac{p_{03}}{p_{05}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \rightarrow p_{05} = 0.287 \text{ MPa}$$

$$\frac{T_{05}}{T_{7s}} = \left(\frac{p_{05}}{p_7} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \rightarrow T_{7s} = 648.3 \text{ K}$$

$$\eta_{Ty} = \frac{T_{05} - T_7}{T_{05} - T_{7s}} = 0.95 \rightarrow T_7 = 652.8 \text{ K}$$

$$\frac{u_7^2}{2} = C_p(T_{05} - T_7) \rightarrow u_7 = 665 \text{ m/s}$$

$$\eta_{th} = \frac{\alpha \times u_7^2/2}{L_{hv}} = \boxed{\eta_{th} = 0.36}$$

Poussée

$$TSFC = \frac{3600}{\alpha \times u_7} = 0.0736 \frac{kg_{cb}/heure}{N}$$

Turboréacté

Un turboréacteur opère avec de *l'air standard* (la capacité calorifique est variable). Les données sont

- La température et la pression à l'entrée du compresseur $T_2 = T_{02} = 288K(519R)$, $p_2 = 101.3 \text{ kPa}(14.7 \text{ psia})$.
- Le rendement du compresseur (**C**) $\eta_c = 87\%$.
Le rendement de la turbine de génération (**T**) $\eta_{tg} = 89\%$
Le rendement de la turbine de puissance (**TP**) $\eta_{tp} = 89\%$.
- Le rapport de compression $r_p = p_3/p_2 = 12$
La température à l'entrée de la turbine $T_4 = 1400 \text{ K}(2520 \text{ R})$.
- Le débit massique d'air $\dot{m} = 1 \text{ kg/s}(1 \text{ lb/s})$.

Calculez

- La **pression** et la **température** à la sortie de la turbine de génération

- Le **travail**, utile, la **chaleur** ajoutée et le **rendement** du cycle. Considérez que la pression demeure constante lors de la combustion et que la pression à la sortie est $p_6 = p_2 = 101.3kPa(14.7 psia)$.

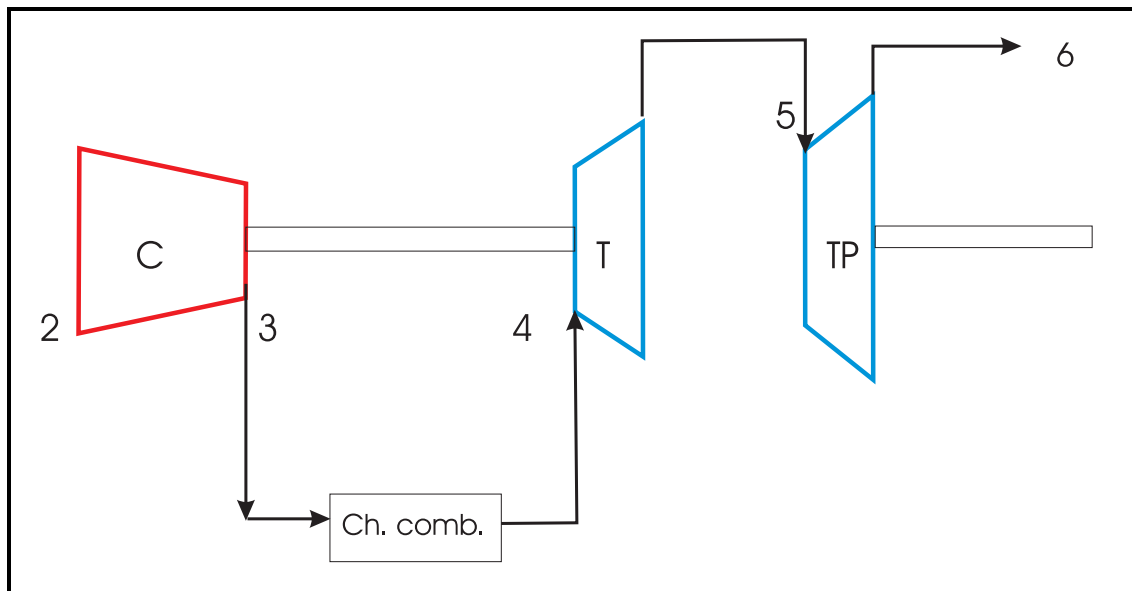


Figure 8: Turbomoteur générique

Entrée du compresseur: ② À partir de la table (T, h, p_r) pour $T_2 = 519R$ on trouve:

$$h_2 = -173.7 \text{ BTU/lbmol} \quad p_{r2} = 1.2095$$

Sortie du compresseur: ③

$$\frac{p_{r3}}{p_{r2}} = r_p = \frac{p_3}{p_2} = 12$$

$$p_{r3} = 14.51 \rightarrow T_3 = 1046 \text{ R} \quad h_3 = 3547 \text{ BTU/lbmol}$$

Travail spécifique du compresseur

$$p_3 = p_2 r_p = 14.7 * 12 = \boxed{p_3 = 176.40 \text{ psia}}$$

$$\bar{w}_{cs} = h_3 - h_2 = \boxed{\bar{w}_{cs} = 3721 \text{ BTU/lbmol}} \quad \text{T. idéal}$$

$$\bar{w}_{cr} = \frac{\bar{w}_{cs}}{\eta_c} = \frac{3721}{0.87} = \boxed{\bar{w}_{cr} = 4277 \text{ BTU/lbmol}} \quad \text{T. réel}$$

Enthalpie à la sortie du compresseur

$$h_{3r} = h_3 + \bar{w}_{cr} = \boxed{h_{3r} = 4103 \text{ BTU/lbmol}}$$

$$Table \rightarrow \boxed{T_{2r} = 1122 \text{ R}}$$

Entrée de la turbine de génération ④

$$\bar{w}_{Tgr} = \bar{w}_{cr} = 4277 \text{ BTU/lbmol}$$

$$\bar{w}_{Tgs} = \frac{\bar{w}_{Tgr}}{\eta_{Tg}} = 4805 \text{ BTU/lbmol}$$

$$T_4 = 2520 \text{ R} \rightarrow \boxed{h_4 = 15108 \text{ BTU/lbmol}}, \quad p_{r4} = 451$$

Sortie de la turbine de génération ⑤

$$\begin{aligned} h_{5r} = h_4 - \bar{w}_{Tgr} &= 15108 - 4277 \\ &= \boxed{h_{5r} = 10831 \text{ BTU/lbmol}} \end{aligned}$$

$$Table \rightarrow \boxed{T_{5r} = 1996 \text{ R}}, \quad p_{r5r} = 173.3,$$

$$\begin{aligned} h_{5s} = h_4 - \bar{w}_{Tgs} &= 15108 - 4805 \\ &= \boxed{h_{5s} = 10303 \text{ BTU/lbmol}} \end{aligned}$$

$$Table \rightarrow , \quad p_{r4r} = 151.3,$$

$$\frac{p_{r5}}{p_{r4}} = \frac{p_5}{p_4} \rightarrow p_5 = p_4 \left(\frac{p_{r5s}}{p_{r4}} \right) = 176.4 \left(\frac{151.3}{451} \right)$$

$$\rightarrow \boxed{p_5 = 59.2 \text{ psia}}$$

$$\frac{p_{r6s}}{p_{r5}} = \frac{p_6}{p_5} \rightarrow p_{r6s} = p_{r5r} \left(\frac{p_6}{p_5} \right) = 173.3 \left(\frac{14.7}{59.2} \right) = 43.03$$

$$\rightarrow \boxed{h_{6s} = 6172.5 \text{ BTU/lbmol}}$$

Sortie de la turbine de puissance ⑥

$$\bar{w}_{Tpr} = \eta_{tp}(h_{5r} - h_{6s}) = 0.89(10831 - 6172.5) =$$

$$\boxed{\bar{w}_{Tpr} = 4147 \text{ BTU/lbmol}}$$

$$h_{6r} = h_{5r} - \bar{w}_{Tpr} = 10831 - 4147 =$$

$$\boxed{h_{6r} = 6684 \text{ BTU/lbmol}}$$

$$\rightarrow \boxed{T_{6r} = 1467 \text{ R}}$$

Effacité thermique

Énergie ajoutée dans la chambre de combustion

$$q_{ch} = h_4 - h_{2r} = 15108 - 4103 =$$

$$q_{ch} = 11005 \text{ BTU/lbmol}$$

Effacité thermique

$$\eta_{th} = \frac{\bar{w}_{Tpr}}{q_{ch}} = \frac{4147}{11005} = \eta_{th} = 0.3768$$

Turboréacté +

La turbine de puissance est remplacée par une tuyère convergente-divergente et les gaz atteignent les conditions atmosphériques à la sortie. Calculez:

- La poussée et le rendement.
Le rendement de la tuyère est $\eta_t = 100\%$, la vitesse à l'entrée $v_e = 0$ et $q = 11005 \text{ BTU/mol}$.
- Le $TSFC$ si $f = 0.0215$ et $\dot{m}_a = 1 \text{ lb/s}$

$$\frac{u_{6s}^2}{2} = h_{5r} - h_{6s} = (10831 - 6172.5) = 4658 \text{ BTU/lbmol}$$

$$h_{6s} = 6172.5 \text{ BTU/lbmol} \quad \rightarrow \quad \boxed{T_{5s} = 1400 \text{ R}}$$

$$\begin{aligned}
 u_{6s} &= \sqrt{\frac{2 \times 32.2 \times 778(h_{5r} - h_{6s})}{M_{air}}} \\
 &= \sqrt{\frac{2 \times 32.2 \times 778(10831 - 6172)}{29.96}}
 \end{aligned}$$

$$u_{6s} = 2838 \text{ pi/s}$$

$$F_p = \frac{2828 \times 1}{32.2} = F = 88.2 \text{ lbf}$$

Efficacité

Rendement

$$\eta_{th} = \frac{(V_{5c}^2/2)(1 + f)}{32.2 \times 778 \times q_{ch}/M_{air}} = 0.423$$

$f = m_f/m_a = 0.0215$, alors

$$TSFC = \frac{\dot{m}_a f}{F} = \frac{1 lb_a \cdot 0.0215 (lb_{cb}/lb_a) \times 3600}{88.2 lbf} =$$

$$TSFC = 0.8776 \frac{lb_{cb}}{lbf \text{ heure}}$$

Remarque: La combustion stoechiométrique du C_8H_{18} exige 12.5 mol de O_2 par mol de C_8H_{18} . Pour l'air ayant 0.2095 mol de O_2 par mol d'air on a:

$$\frac{12.5}{0.2095} = x_s = 59.67 \frac{\text{mol d'air}}{\text{mol de } C_8H_{18}}$$

Alors, le rapport stoechiométrique *massique* (m_f/m_a) est:

$$\frac{114.23}{28.96 \times 59.67} = f/A = 0.0661$$

Turbosoufflante

Une turbosoufflante opère aux mêmes conditions antérieures. Calculez la poussée spécifique et le rendement thermique si $BPR = 2$ (taux de dilution), $p_{rf} = 1.35$ (le rapport de pression pour la soufflante) et $\eta_f = 1.35$ (le rendement de la soufflante). Calculez:

- La poussée, la TSFC et le rendement thermodynamique

On connaît

- $\bar{w}_{cr} = 4277 \text{ BTU/lbmol}$
- $f = 0.0215$
- $\dot{m}_a = 1 \text{ lb/s},$
- $p_3 = 176.4 \text{ psia}, \quad q_c = 11005 \text{ BTU/lbmol}$

Des tables on trouve pour

$$T = 519 \text{ R} \rightarrow$$

$$p_{r1} = 1.2095, \quad h_2 = -173.7 \text{ BTU/lbmol}$$

Pour la soufflante

$$p_{r2-f} = p_{rf} * p_{r1} = 1.35 * 1.209 = 1.6328 \rightarrow$$

$$h_{2sf} = 149.2 \text{ Btu/mol}$$

$$\bar{w}_{fr} = \frac{\bar{w}_{fs}}{\eta_f} = \frac{h_{2s-f} - h_2}{\eta_f} = \frac{149.2 + 173.7}{0.85} = 380 \text{ BTU/lbmol}$$

Enthalpie après la soufflante

$$h_{2rf} = h_2 + \bar{w}_{cr} = \boxed{h_{2r} = 206.2 \text{ BTU/lbmol}}$$

Table \rightarrow

$$\boxed{p_{2r} = 1.7170}$$

$$p_{r5-f} = p_{r2f}/p_{rf} = 1.710/1.35 = 1.2719 \rightarrow$$

$$h_{5sf} = -121.6 \text{ Btu/mol}$$

$$w_{tg} = \frac{\bar{w}_{cr} + BPR \times \bar{w}_{fr}}{1 + f}$$

$$w_{tg} = 2931 \text{ BTU/mol}$$

$$u_{5s} = \sqrt{\frac{2 \times 32.2 \times 778(h_{2r} - h_{5s})}{M_{air}}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 32.2 \times 778(206 - 121.6)}{28.96}}$$

$$u_{5sf} = 753 \text{ pi/s}$$

avec $BPR = 2$

$$\bar{w}_{fr} = \frac{BRP * \bar{w}_{fs} + \bar{w}_{cr}}{1+f} == 4931 \text{ BTU/lbmol } \text{ W réel}$$

Également.....

$$u_{5sc} = 2605 \text{ pi/s}$$

$$F_p = \frac{BPR * u_{5sf} + (1 + f) * u_{5sc}}{32.2}$$

$$F_p = \frac{2 * 753 + (1.0215 * 2605)}{32.2} = F = 129.5 \text{ lbf}$$

$$TSFC = \frac{\dot{m}_a f}{F} = \frac{1 \text{ lb}_a \cdot 0.0215 (\text{lb}_{cb}/\text{lb}_a) \times 3600}{88.2 \text{ lbf}} =$$

$$TSFC = 0.598 \frac{\text{lb}_{cb}}{\text{lbf heure}}$$

$$\eta = \frac{(1 + f) \times (u_{5sc})^2/2 + BPR \times (u_{5sf})^2/2}{q_c} =$$

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{((1.0215) \times (2605)^2/2 + 2 \times (753)^2/2)/32.2 \times 778}{1105/28.95} \\ &= 0.416 \end{aligned}$$

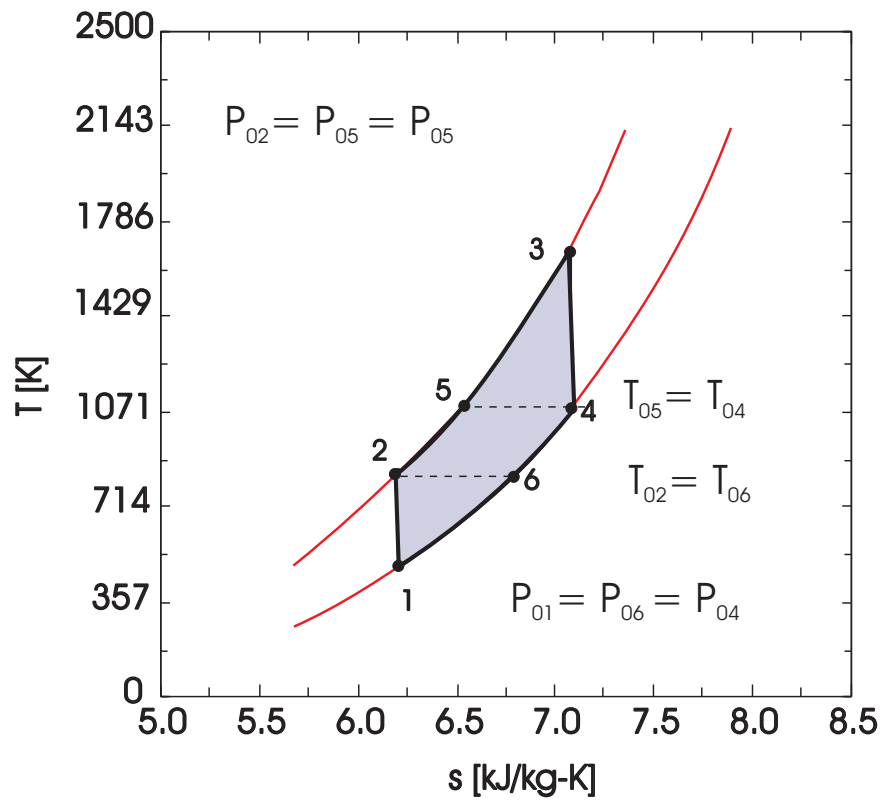
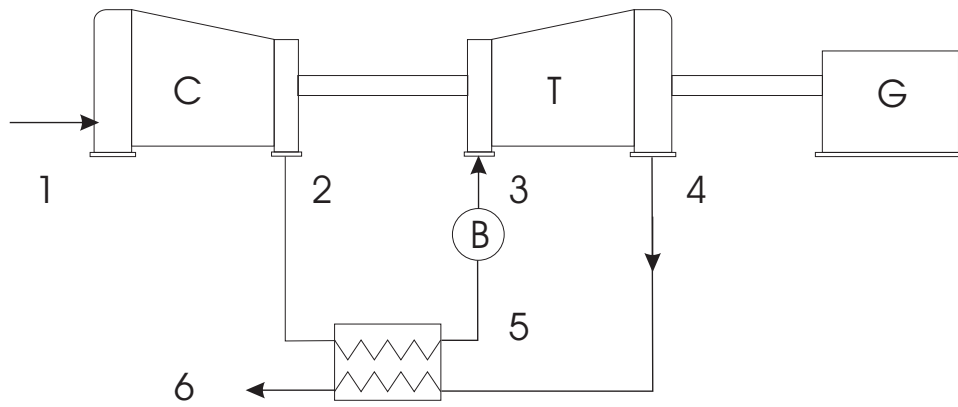
Turbine à gaz avec échangeur: cycle idéal

Une turbine à gaz opère avec de l'air à $c_p = \text{cte}$. Les données sont

- La température et la pression à l'entrée du compresseur C est $T_1 = 288K$, $p_1 = 0.1MPa$.
- Le rapport de compression $r_c = 8$
- La température à la sortie de la chambre de combustion $T_3 = 1500 K$.
- $T_4 - T_6 = T_4 - T_2$
- Le débit massique d'air $\dot{m} = 1 \text{ kg/s}$.

Calculez

- Les coordonnées (T, P) du cycle
- l'efficacité thermique



$$p_2 = p_1 \times r_p = 0.8 \text{ MPa}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\rightarrow T_2 = 522 \text{ K}$$

$$p_4 = p_1 = 0.1 \text{ MPa}$$

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\rightarrow T_4 = 827.6 \text{ K}$$

$$W = w_t - w_c = C_p(T_3 - T_4) - C_p(T_2 - T_1) = 440.4 \text{ kJ/kg}$$

$$Q = C_p(T_3 - T_5)$$

$$\eta = \frac{W}{Q_c} = \frac{C_p(T_3 - T_4) - C_p(T_2 - T_1)}{C_p(T_3 - T_5)} = 0.65$$

Turbine à gaz avec refroidissement

Une turbine à gaz opère avec de l'air standard. Les données sont

- La température et la pression à l'entrée du compresseur C_1 $T_1 = 288K$ et $p_1 = 101.3 kPa$.
- Le rendement des compresseurs (**C**) $\eta_c = 87\%$.
- Le rendement des turbines (**T**) $\eta_{tg} = 89\%$
- Pression à la sortie du premier compresseur C_1 $p_2 = 351kPa = p_{2a}$
- Pression à la sortie du compresseur C_2 $p_{2b} = 1216 kPa$
- La température à l'entrée du compresseur C_2 $T_{2a} = 288 K$
- La température à la sortie de la chambre de combustion $T_3 = 1400 K$

- Le débit d'air $\dot{m} = 1 \text{ mol/s}$.

Calculez

- La pression optimale d'opération pour le refroidisseur
- Le travail total de compression
- Le travail net
- L'efficacité thermique
- La consommation spécifique

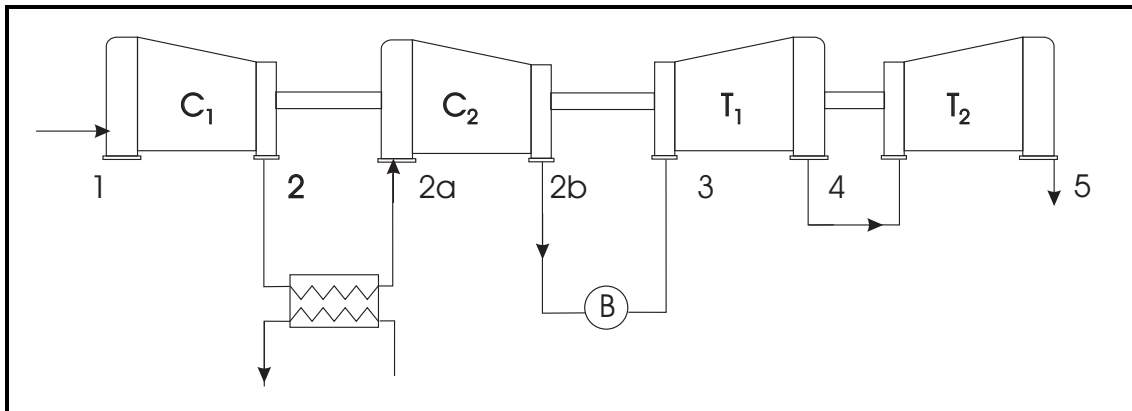


Figure 9: Turbomoteur

Pression idéale: ②

$$p = \sqrt{p_1 p_2} = 351 \text{ kPa}$$

Compresseur C_1 : ② À partir de la table (T, h, p_r) pour $T_2 = 288\text{k}$ on trouve:

$$h_1 = -413.4 \text{ kJ/kmol} \quad p_{r1} = 1.2055$$

Sortie du compresseur: ③

$$p_{r2} = p_{r1} \frac{p_2}{p_1} = 4.176 = \boxed{p_{r2} = 4.176}$$

$$p_{r2} = 4.176 \rightarrow h_2 = 3160$$

$$\bar{w}_{c1r} = \frac{h_2 - h_1}{\eta_c} = \boxed{\bar{w}_{cs} = 4107 \text{ kJ/kmol}}$$

$$h_2 = h_1 + w_{c1r} = 3694 \text{ kJ/kmol} \rightarrow T_2 = 428 \text{ K}$$

Compresseur C_2 : Le rapport de pression $r_p = 3.46$ pour C_1 et C_2 est le même. Le rendement $\eta = 0.89$ est le même pour les deux compresseurs et la température d'entrée est encore la même, alors

$$w_{c2r} = 4107 \text{ kJ/kmol}$$

$$h_{2b} = 3694 \text{ kJ/kmol}$$

$$T_{2b} = 428 \text{ K}$$

$$w_{c-tot} = w_{c1r} + w_{c2r} \rightarrow \boxed{\bar{w}_{ctot} = 8214 \text{ kJ/kmol}}$$

Turbine de génération T_1 ④

$$\begin{aligned}
T_{3r} &\rightarrow Table \rightarrow \\
h_{3r} &= 35118.8 \text{ kJ/kmol} \\
P_{r3} &= 450.9 \\
\bar{w}_{Tg-r} &= 8214 \text{ kJ/kmol} \\
\bar{w}_{Tg-s} &= \frac{\bar{w}_{Tg-r}}{\eta_{Tg}} = 92295 \text{ kJ/kmol}
\end{aligned}$$

Sortie de la turbine de génération ⑤

$$h_{4s} = h_3 - \bar{w}_{Tg-s} = \boxed{h_{4s} = 25889 \text{ kJ/kmol}}$$

$$Table \rightarrow p_{r4-s} = 187$$

$$h_{4r} = h_3 - \bar{w}_{Tg-r} = \boxed{h_{4r} = 26905 \text{ kJ/kmol}}$$

$$Table \rightarrow p_{r4-r} = 208$$

$$\frac{p_{r4}}{p_{r3}} = \frac{p_4}{p_3} \rightarrow p_4 = p_3 \left(\frac{p_{r4}}{p_{r3}} \right) = 1216 \left(\frac{187}{450.9} \right)$$

$$\rightarrow \boxed{p_4 = 504.3 \text{ kPa}}$$

Turbine T_2

$$\frac{p_{r5s}}{p_{r4-r}} = \frac{p_5}{p_4} \rightarrow p_{r5s} = p_{r5r} \left(\frac{p_6}{p_5} \right) = 208 \left(\frac{101.3}{504.3} \right) = 41.8$$

$$\rightarrow \boxed{h_{5s} = 14160 \text{ kJ/kmol}}$$

$$\bar{w}_{Tpr} = \eta_{tp}(h_{4r} - h_{56s}) = 0.89(26905 - 14160) =$$

$$\boxed{\bar{w}_{Tpr} = 11343 \text{ kJ/kmol}}$$

Efficacité thermique

Énergie ajoutée dans la chambre de combustion

$$q_{ch} = h_3 - h_{2b} =$$

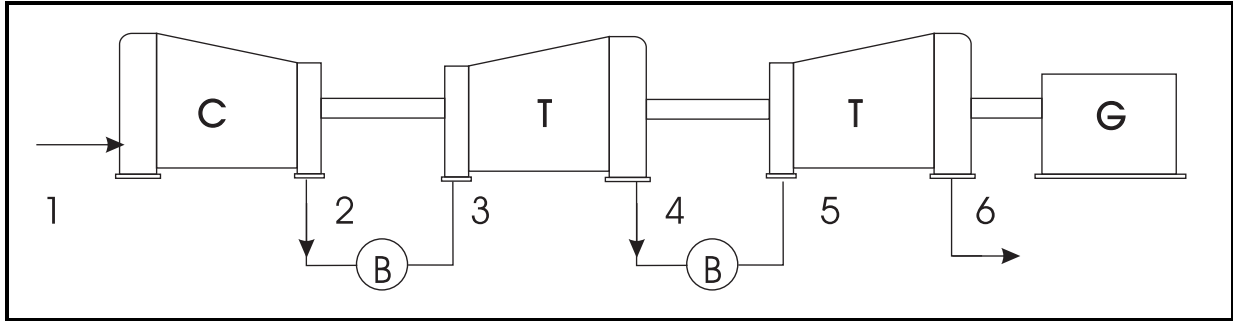
$$q_{ch} = 31245 \text{ kJ/kmol}$$

Efficacité thermique

$$\eta_{th} = \frac{\bar{w}_{Tpr}}{q_{ch}} = \frac{11343}{31245} = \boxed{\eta_{th} = 0.361}$$

$$SFC = \frac{3600}{\eta L_{HV}} = \frac{3600}{0.361 \times 42798 \text{ kJ/kg}} = 0.233 \text{ kJ/kW h}$$

Turbine à gaz avec resurchauffe



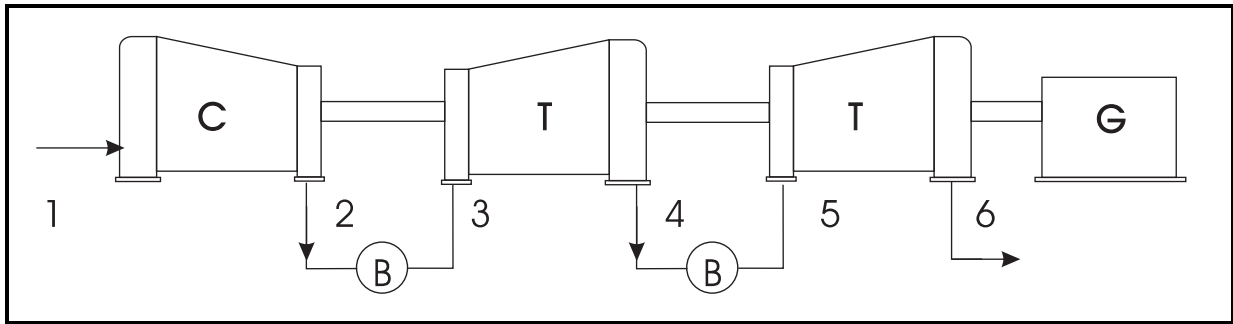
Une turbine à gaz avec resurchauffe opère avec de l'air standard. Les données sont

- La température et la pression à l'entrée du compresseur C est $T_1 = 288K$, $p_1 = 101.3 \text{ kPa}$.
- Le rendement du compresseur (**C**) $\eta_c = 87\%$
- Pression à la sortie du compresseur $p_2 = 1216 \text{ kPa}$
- Le rendement des turbines (**T**) $\eta_{tg} = 89\%$
- La température à la sortie des Chs. de Cb. $T_3 = T_5 = 1400 \text{ K}$.
- Le débit d'air $\dot{m} = 1 \text{ mol/s}$.

Calculez

- La pression optimale d'opération pour le refroidisseur
- Le travail total de compression
- Le travail net
- l'efficacité thermique
- La consommation spécifique

Turbine à gaz avec resurchauffe



Pression idéale: ②

$$p = \sqrt{p_1 p_2} = 351 \text{ kPa}$$

Compresseur C_1 : À partir de la table (T, h, p_r) pour $T_1 = 288K$ on trouve:

$$h_1 = -413.7 \text{ kJ/kmol} \quad p_{r1} = 1.2055$$

Sortie du compresseur: ③

étapes...

$$p_{r2} = p_{r1} \frac{p_2}{p_1} = \boxed{p_{r2} = 14,47} \rightarrow T_2 = 428K$$

$$h_2 = 8230 \text{ kJ/kmol}$$

$$w_{cs} = h_2 - h_1 = 8230 + 413 = 8643$$

$$w_{cr} = \frac{w_{cs}}{\eta_t} = \frac{8643}{0.87} = 9936$$

$$w_{Tgr} = w_{cr} = 9936 \text{ kJ/kmol}$$

$$w_{Tgs} = \frac{w_{tgr}}{\eta_t} = 11163 \text{ kJ/kmol}$$

$$h_4 = h_3 - w_{Tgs} = 23955 \text{ kJ/kmol} \rightarrow p_{r4} = 151.4$$

$$p_4 = p_3 \frac{p_{r5}}{p_{r3}} = \boxed{p_4 = 408 \text{ kPa}}$$

$$p_4 = p_5 = 408 \text{ kPa}$$

$$T_4 = T_5 = 1400 \text{ K}$$

$$h_5 = 35119 \text{ kJ/kmol}$$

$$w_c = 9935 \text{ kJ/kmol}$$

$$p_{r5} = 450.9$$

$$p_{r6} = p_{r5} \frac{p_6}{p_5} = 111.9 = \boxed{p_{r5} = 111.9}$$

$$p_{r6} = 111.9 \rightarrow h_{6s} = 21362$$

$$\bar{w}_{tpr} = (h_5 - h_{6s})\eta_c = \boxed{\bar{w}_{tpr} = 12243 \text{ kJ/kmol}}$$

Efficacité thermique

Énergie ajoutée dans la chambre de combustion

$$q_{ch} = (h_5 - h_4) + (h_3 - h_2) =$$

$$q_{ch} = 35532 \text{ kJ/kmol}$$

Efficacité thermique

$$\eta_{th} = \frac{\bar{w}_{Tpr}}{q_{ch}} = \frac{12243}{35532} = \eta_{th} = 0.345$$

$$SFC = \frac{3600}{\eta L_{HV}} = \frac{3600}{0.345 \times 42798 \text{ kJ/kg}} = 0.2438 \text{ kJ/kW h}$$

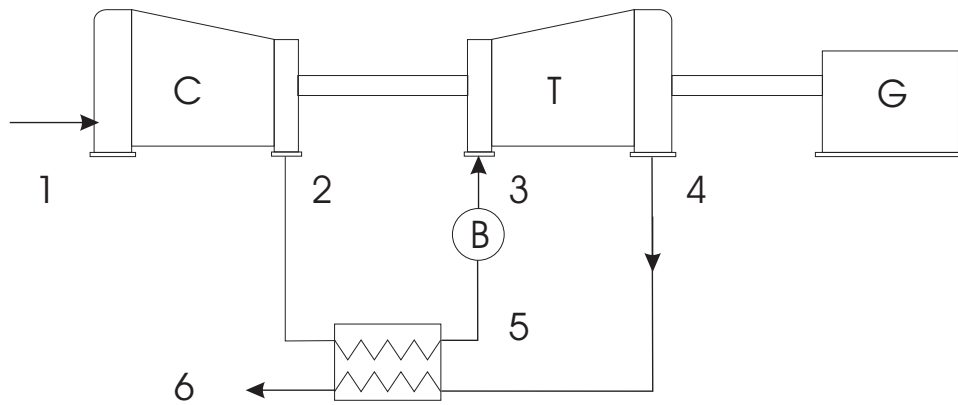
Turbine avec régénérateur

Une turbine à gaz avec un régénérateur opère avec de l'air standard. Les données sont

- La température et la pression à l'entrée du compresseur C : $T_1 = 0^\circ C$, $p_1 = 1bar$.
- Le rapport de compression $r_c = 8$
- La température à la sortie de la chambre . de combustion $T_4 = 750^\circ C$.
- Les rendements du compresseur et de la turboine $\eta_c = 0.85$ et $\eta_t = 0.88$, respectivement
- Le débit massique d'air $\dot{m} = 10kg/s$.

Calculez

- Les sommets (T, P) du cycle
- La puissance nette



Compresseur C : À partir de la table (T, h, p_r) , pour $T_1 = 273K$, on trouve:

$$h_1 = 273.11 \text{ kJ/kg} \quad p_{r1} = 0.9980$$

Sortie du compresseur: ③

$$p_2 = p_1 \times r_c = \boxed{p_2 = 8 \text{ bar}}$$

$$p_{r2} = p_{r1} \frac{p_2}{p_1} = 7.9838 = \boxed{p_{r2} = 7.9838}$$

$$p_{r2} = 7.9838 \rightarrow h_{2s} = 49.58 \text{ kJ/kg}$$

$$\bar{w}_{cs} = h_{2s} - h_1 = \boxed{\bar{w}_{cs} = 222.47 \text{ kJ/kmol}}$$

$$w_{cr} = \frac{h_{2s} - h_1}{\eta_c} = \boxed{\bar{w}_{cs} = 261.47 \text{ kJ/kmol}}$$

Turbine T

$$\begin{aligned} T_{3r} &= 1023 & \rightarrow & \text{Table} \rightarrow \\ h_{3r} & & = & \text{---} \text{ kJ/kg} \\ P_{r3} & & = & 132.45 \end{aligned}$$

$$p_{r4} = p_{r3} \frac{p_4}{P_3}$$

$$p_4 = p = 1 \text{ bar}$$

$$p_{r4} = 16.556 \rightarrow h_{4s} =$$

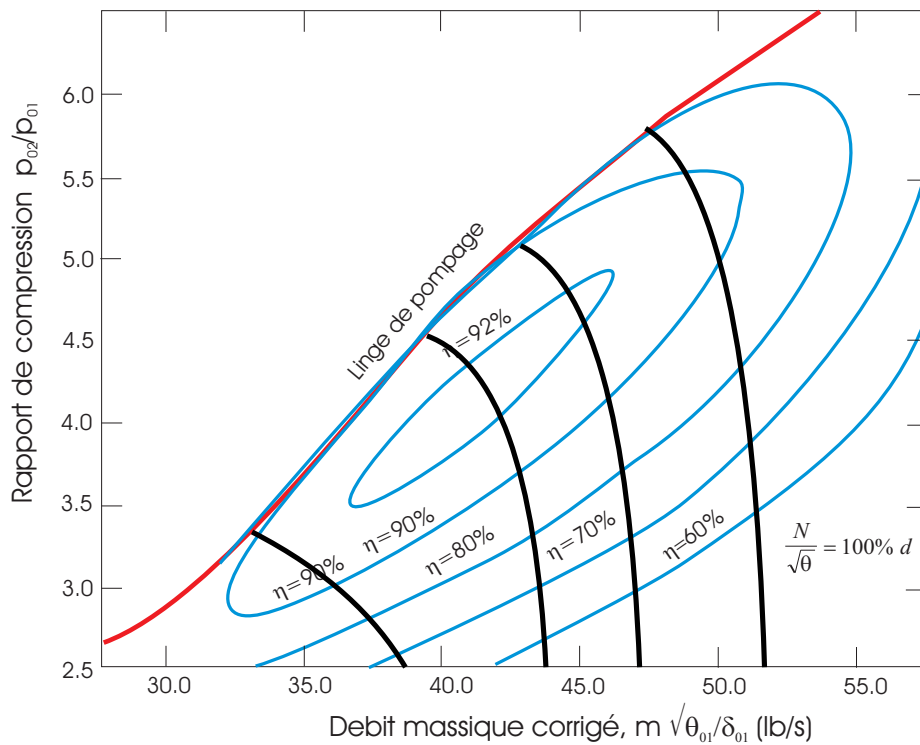
$$w_{ts} = h_{3r} - h_{4s} = 462.09 \text{ kJ/kg}$$

$$w_{tr} = \eta_t \times w_{ts} = 406.64 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{W} = \dot{m} \times w_{tr} = 4066 \text{ kW}$$

Compresseur d'avion

Les caractéristiques d'un compresseur d'une turbine à gaz sont représentées sur la carte ci-dessous. Cette turbine produit 88.2 lb de poussée spécifique (par kg d'air) au niveau de la mer et 83.4 lb à une altitude de 36089 pi . Calculez la pousse cette altitude lorsque la vitesse de l'avion est de 600 pi/s et que le débit massique corrigé, $\dot{m} \sqrt{\theta_0/\delta_0} = 1 \text{ lb/s}$, est considéré comme tant une constante.



D'après la table d'altitude on trouve pour 36089 *pi*.

$$T_{amb} = 390 R$$

$$p_{amb} = 3.28 \text{ psia}$$

Pour $T = 390 R$, on trouve des tables pour l'air:

$$h = -1070.8 \text{ Btu/lb} - \text{mol}$$

$$p_{r1} = 0.449$$

de sorte que l'enthalpie totale est

$$h_{01} = -1070.8 + \frac{(600)^2 \times (28.096)}{2 \times 32.2 \times 778} = -862.5 \text{ Btu/lb} - \text{mol}$$

alors

$$T_{01} = 420 \text{ R}$$

$$p_{0r1} = 0.5767$$

avec les valeurs de p_r

$$p_{01} = p_1 \frac{p_{r01}}{p_{r1}} = 3.323 \frac{0.5767}{0.4440} = 4.256$$

$$\sqrt{\theta_0} = \sqrt{\frac{420}{519}} = 0.9$$

$$\delta_0 = \frac{4.256}{14.7} = 0.29$$

puisque

$$\dot{m} \frac{\sqrt{\theta_0}}{\delta_0} = 1$$

$$\dot{m} = \frac{(1) \times (0.290)}{0.9} = 0.322 \text{ kg/s}$$

tant donn. qu'il s'agit d'une pousse spcifique, la pousse est de

$$F_p = 0.322 \times 83.4 = 26.9lb$$

Considrez que le rapport de pression demeure le mme pour les deux conditions d'oprations (au sol et 36089 *pi*) et estimez la vitesse de rotation en altitude par rapport la vitesse de rotation au niveau du sol.

Si le dbit, massique corrig est le rapport de pression sont les mmes, alors le point d'oprations sera le mme pour les deux cas. Ainsi le rapport $N/\sqrt{\theta_0}$, sur la carte du compresseur, est encore le mme et

$$\frac{N_{sol}}{\sqrt{\theta_{sol}}} = \frac{N_{altitude}}{\sqrt{\theta_{altitude}}}$$

$$N_{altitude} = N_{sol} \sqrt{\frac{\theta_{altitude}}{\theta_{sol}}} = N_{sol} \frac{0.9}{1}$$

$$N_{altitude} = 0.9N_{sol}$$

Ligne d'opération

Rappel

Le travail idéal ($C_p = \text{cte}$) d'un compresseur entre les états 1-2 est donné par

$$w_c = C_p(T_{02} - T_{01}) = C_p T_{01} \left(\frac{T_{02}}{T_{01}} - 1 \right)$$

et si l'on divise par $T_{standard}$ on obtient:

$$w_c = \frac{\Delta h_c}{T_{std}} = C_p \frac{T_{01}}{T_{std}} \left(\frac{T_{02}}{T_{01}} - 1 \right)$$

ou encore avec $\theta_{01} = \frac{T_{01}}{T_{std}}$

$$\frac{\Delta h_c}{\theta_{01}} = C_p T_{std} \left(\left(\frac{p_{02}}{p_{01}} \right)^{\gamma-1/\gamma} - 1 \right)$$

Le travail rel est donné par $\frac{\Delta h_c}{\theta_{01}} \frac{1}{\eta_c}$

Pour des rapports de compression 2.5, 5 et 7.5, calculer:

- Le travail idéal pour des températures de 450 R, 540 R et 585 R
- Le rapport: travail idéal/ θ pour les différents rapports de pression et températures.

Pour ce problème: $c_p = 6.954 \text{ BTU/lb} - \text{mol}$ et $\gamma = 1.4$

Il s'agit simplement de remplacer les données dans les formules

$$w_c = C_p T_{01} \left(\left(\frac{p_{02}}{p_{01}} \right)^{\gamma-1/\gamma} - 1 \right)$$

et

$$\frac{w_c}{\theta_{01}} = C_p T_{std} \left(\left(\frac{p_{02}}{p_{01}} \right)^{\gamma-1/\gamma} - 1 \right)$$

Par exemple, pour un rapport de pression de 2.5 et pour $T_{01} = 450$ on trouve $w_c = 8936 BTU/lb - mol$ et $w_c \theta_{01} = 1079$

Le travail idal ($C_p = \text{cte}$) d'expansion d'une turbine entre les tats 3-4 est donn par

$$w_c = C_p(T_{03} - T_{04}) = C_p T_{03} \left(1 - \frac{T_{03}}{T_{04}} \right)$$

et si l'on divise par $T_{standard}$ on obtient:

$$w_c = \frac{\Delta h_t}{T_{std}} = C_p \frac{T_{03}}{T_{std}} \left(1 - \frac{T_{03}}{T_{04}} \right)$$

ou encore avec $\theta_{03} = \frac{T_{03}}{T_{std}}$

$$\frac{\Delta h_t}{\theta_{03}} = C_p T_{std} \left(\left(1 - \frac{p_{03}}{p_{04}} \right)^{\gamma-1/\gamma} \right)$$

Le travail rel est donne par $\frac{\Delta h_t c}{\theta_{03}} \eta_t$

Problme

Les conditions de design (nominales) d'un turbojet simple (un seul arbre) au niveau de la mer sont les suivantes:

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = 5.0$$

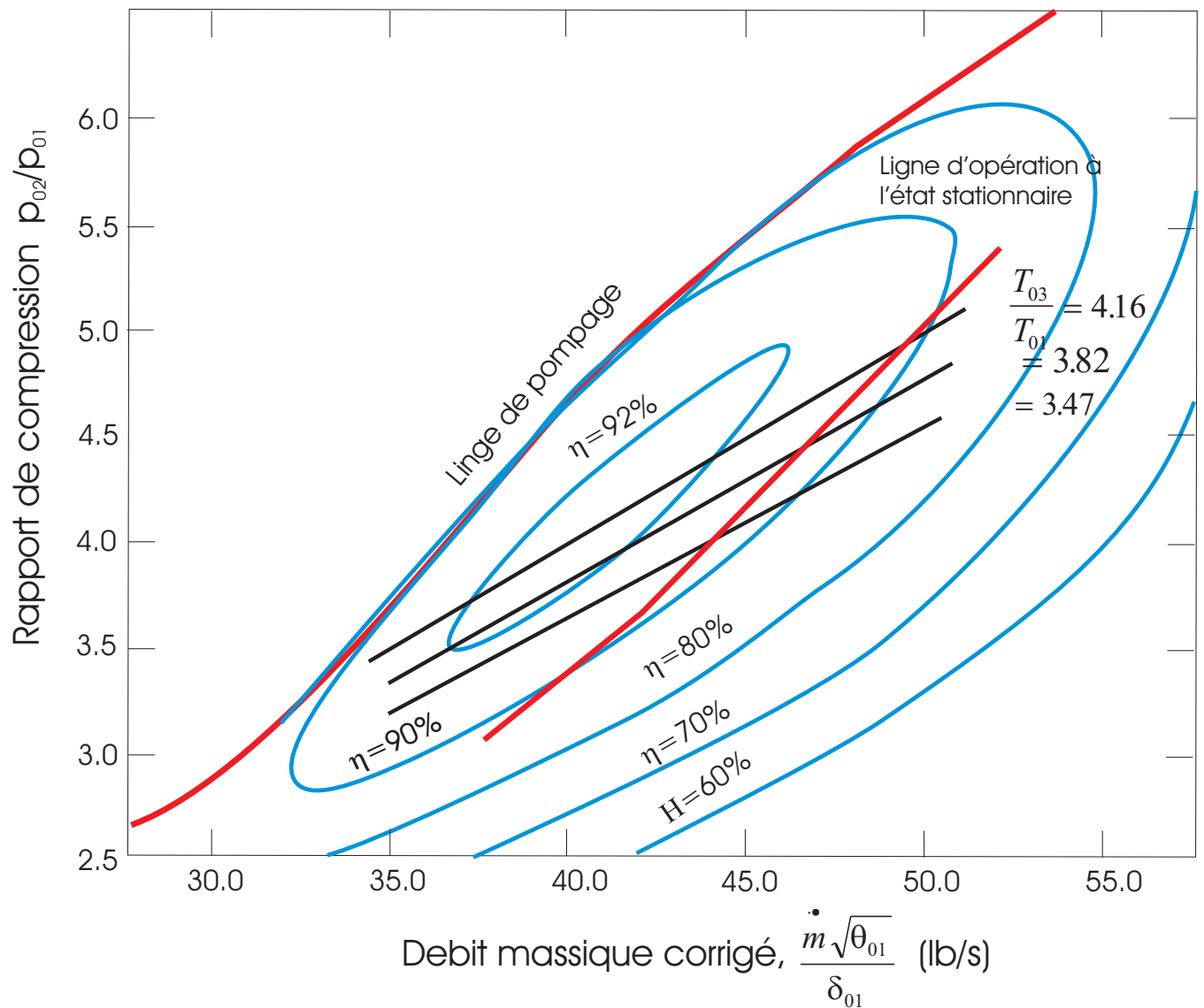
$$\frac{m\sqrt{\theta_{01}}}{\delta_{01}} = 50 \text{ lb/s}$$

$$T_{03} = 2160 \text{ R}$$

$$\eta_t = 0.92$$

Calculez la rapport d'expansion dans la turbine. Ngligez la masse du carburant. Les pertes dans la chambre de combustion peuvent tre consideres nulles.

$$C_p = 0.24 \text{ BTU/lb} - R$$



partir de la carte, on trouve pour les conditions nominales $\eta_c = 0.9$. Aussi au niveau de la mer $\theta_{01} = 1$. Alors,

$$\frac{w_{cr}}{1} = \frac{0.24 \times 519(5^{0.4/1.4} - 1)}{0.9} = 80.875 \text{ Btu/lb}$$

$$w_{st} = \frac{w_{cr}}{\eta_t} = \frac{80.75}{0.92} = 87.77 \text{ Btu/lb}$$

$$\theta_{03} = \frac{T_{03}}{519} = \frac{2160}{519} = 4.16$$

$$\frac{p_{03}}{p_{04}} = \left(1 - \frac{w_{st}}{c_p \times \theta_{03} \times T_{std}} \right)^{-(\gamma)/\gamma-1}$$

$$\frac{p_{03}}{p_{04}} = \left(1 - \frac{87.77}{0.24 \times 4.16 \times 519} \right)^{-(1.4)/0.4} = 1.91$$

Table B.1. Properties of Dry Air at 1 atm (SI)

Temp. K	\bar{C}_p° kJ/kmol K	\bar{h}° kJ/kmol	\bar{s}° kJ/kmol K	Pr	Temp. K	\bar{C}_p° kJ/kmol K	\bar{h}° kJ/kmol	\bar{s}° kJ/kmol K	Pr
210.	29.145	-2683.3	183.799	0.3987	710.	31.197	12216.4	219.854	30.475
220.	29.125	-2391.9	185.155	0.4693	720.	31.267	12528.7	220.291	32.119
230.	29.110	-2100.7	186.449	0.5483	730.	31.337	12841.8	220.723	33.831
240.	29.099	-1809.7	187.688	0.6364	740.	31.407	13155.5	221.150	35.613
250.	29.091	-1518.7	188.875	0.7342	750.	31.477	13469.9	221.572	37.468
260.	29.087	-1227.9	190.016	0.8421	760.	31.547	13785.0	221.989	39.397
270.	29.086	-937.0	191.114	0.9610	770.	31.616	14100.8	222.402	41.402
280.	29.089	-646.1	192.172	1.0914	780.	31.685	14417.4	222.810	43.487
290.	29.095	-355.2	193.193	1.2340	790.	31.754	14734.5	223.214	45.652
300.	29.104	-64.2	194.179	1.3894	800.	31.822	15052.4	223.614	47.902
310.	29.117	226.9	195.134	1.5585	810.	31.890	15371.0	224.010	50.24
320.	29.132	518.1	196.058	1.7418	820.	31.958	15690.2	224.402	52.66
330.	29.151	809.6	196.955	1.9401	830.	32.025	16010.1	224.789	55.17
340.	29.172	1101.2	197.826	2.154	840.	32.091	16330.7	225.173	57.78
350.	29.196	1393.0	198.672	2.385	850.	32.157	16652.0	225.553	60.49
360.	29.223	1685.1	199.495	2.633	860.	32.222	16973.9	225.930	63.29
370.	29.252	1977.5	200.296	2.899	870.	32.287	17296.4	226.303	66.19
380.	29.284	2270.2	201.076	3.185	880.	32.350	17619.6	226.672	69.20
390.	29.318	2563.2	201.837	3.490	890.	32.413	17943.4	227.038	72.31
400.	29.354	2856.5	202.580	3.816	900.	32.475	18267.9	227.401	75.53
410.	29.393	3150.3	203.305	4.164	910.	32.537	18592.9	227.760	78.87
420.	29.434	3444.4	204.014	4.535	920.	32.597	18918.6	228.116	82.32
430.	29.477	3738.9	204.707	4.929	930.	32.657	19244.9	228.468	85.88
440.	29.522	4033.9	205.385	5.348	940.	32.715	19571.7	228.818	89.57
450.	29.568	4329.4	206.049	5.792	950.	32.773	19899.2	229.165	93.38
460.	29.617	4625.3	206.700	6.264	960.	32.829	20227.2	229.508	97.32
470.	29.667	4921.7	207.337	6.763	970.	32.885	20555.7	229.849	101.39
480.	29.719	5218.7	207.962	7.291	980.	32.939	20884.9	230.186	105.59
490.	29.772	5516.1	208.576	7.849	990.	32.993	21214.5	230.521	109.93
500.	29.827	5814.1	209.178	8.439	1000.	33.045	21544.7	230.853	114.41
510.	29.883	6112.7	209.769	9.060	1010.	33.095	21875.4	231.182	119.02
520.	29.941	6411.8	210.350	9.716	1020.	33.145	22206.6	231.508	123.79
530.	30.000	6711.5	210.921	10.407	1030.	33.194	22538.3	231.832	128.70
540.	30.060	7011.8	211.482	11.133	1040.	33.243	22870.5	232.153	133.77
550.	30.121	7312.7	212.034	11.898	1050.	33.291	23203.1	232.471	138.99
560.	30.184	7614.2	212.577	12.701	1060.	33.339	23536.3	232.787	144.37
570.	30.247	7916.4	213.112	13.545	1070.	33.386	23869.9	233.100	149.91
580.	30.311	8219.2	213.639	14.431	1080.	33.433	24204.0	233.411	155.62
590.	30.376	8522.6	214.157	15.360	1090.	33.479	24538.6	233.719	161.50
600.	30.442	8826.7	214.669	16.334	1100.	33.525	24873.6	234.025	167.55
610.	30.508	9131.4	215.172	17.354	1110.	33.571	25209.1	234.329	173.79
620.	30.575	9436.8	215.669	18.422	1120.	33.616	25545.0	234.630	180.20
630.	30.643	9742.9	216.159	19.540	1130.	33.661	25881.4	234.929	186.80
640.	30.711	10049.7	216.642	20.709	1140.	33.705	26218.2	235.226	193.59
650.	30.780	10357.2	217.118	21.931	1150.	33.749	26555.5	235.520	200.6
660.	30.849	10665.3	217.589	23.207	1160.	33.792	26893.2	235.813	207.7
670.	30.918	10974.1	218.053	24.540	1170.	33.835	27231.3	236.103	215.1
680.	30.988	11283.7	218.512	25.932	1180.	33.878	27569.9	236.391	222.7
690.	31.057	11593.9	218.965	27.384	1190.	33.920	27908.9	236.677	230.5
700.	31.127	11904.8	219.412	28.897	1200.	33.962	28248.3	236.961	238.5

Table B.1 (continued)

Temp. K	\bar{C}_p° kJ/kmol K	\bar{h}° kJ/kmol	\bar{s}° kJ/kmol K	Pr	Temp. K	\bar{C}_p° kJ/kmol K	\bar{h}° kJ/kmol	\bar{s}° kJ/kmol K	Pr
1210.	34.004	28588.1	237.243	246.7	1710.	35.625	46029.2	249.292	1051.0
1220.	34.044	28928.4	237.523	255.2	1720.	35.650	46385.6	249.500	1077.6
1230.	34.085	29269.0	237.801	263.9	1730.	35.674	46742.2	249.706	1104.7
1240.	34.125	29610.1	238.077	272.8	1740.	35.699	47099.1	249.912	1132.4
1250.	34.165	29951.5	238.352	281.9	1750.	35.723	47456.2	250.117	1160.6
1260.	34.205	30293.4	238.624	291.3	1760.	35.746	47813.6	250.320	1189.4
1270.	34.244	30635.6	238.895	301.0	1770.	35.770	48171.1	250.523	1218.7
1280.	34.282	30978.3	239.163	310.9	1780.	35.793	48528.9	250.724	1248.6
1290.	34.320	31321.3	239.430	321.0	1790.	35.816	48887.0	250.925	1279.1
1300.	34.358	31664.7	239.695	331.4	1800.	35.839	49245.3	251.125	1310.2
1310.	34.396	32008.4	239.959	342.1	1810.	35.862	49603.8	251.323	1341.9
1320.	34.433	32352.6	240.221	353.0	1820.	35.884	49962.5	251.521	1374.2
1330.	34.470	32697.1	240.481	364.2	1830.	35.906	50321.5	251.718	1407.1
1340.	34.506	33042.0	240.739	375.7	1840.	35.928	50680.6	251.913	1440.6
1350.	34.542	33387.2	240.996	387.5	1850.	35.950	51040.0	252.108	1474.7
1360.	34.578	33732.8	241.251	399.6	1860.	35.971	51399.6	252.302	1509.5
1370.	34.613	34078.8	241.504	411.9	1870.	35.992	51759.4	252.495	1545.0
1380.	34.648	34425.1	241.756	424.6	1880.	36.013	52119.5	252.687	1581.1
1390.	34.683	34771.7	242.006	437.6	1890.	36.034	52479.7	252.878	1617.8
1400.	34.717	35118.8	242.255	450.9	1900.	36.054	52840.1	253.068	1655.3
1410.	34.751	35466.1	242.502	464.5	1910.	36.075	53200.8	253.258	1693.4
1420.	34.785	35813.8	242.748	478.4	1920.	36.095	53561.6	253.446	1732.2
1430.	34.818	36161.8	242.992	492.7	1930.	36.115	53922.7	253.634	1771.7
1440.	34.851	36510.1	243.235	507.3	1940.	36.135	54283.9	253.820	1811.9
1450.	34.884	36858.8	243.476	522.2	1950.	36.154	54645.4	254.006	1852.9
1460.	34.916	37207.8	243.716	537.5	1960.	36.174	55007.0	254.191	1894.6
1470.	34.948	37557.1	243.955	553.1	1970.	36.193	55368.8	254.375	1937.0
1480.	34.980	37906.8	244.192	569.1	1980.	36.212	55730.9	254.558	1980.2
1490.	35.011	38256.7	244.427	585.5	1990.	36.230	56093.1	254.741	2024.1
1500.	35.042	38607.0	244.662	602.2	2000.	36.249	56455.5	254.923	2068.8
1510.	35.073	38957.6	244.894	619.3	2010.	36.267	56818.1	255.103	2114.3
1520.	35.103	39308.4	245.126	636.8	2020.	36.285	57180.8	255.283	2160.6
1530.	35.133	39659.6	245.356	654.7	2030.	36.303	57543.8	255.463	2207.7
1540.	35.163	40011.1	245.585	673.0	2040.	36.321	57906.9	255.641	2255.6
1550.	35.192	40362.9	245.813	691.7	2050.	36.339	58270.2	255.819	2304.3
1560.	35.222	40715.0	246.039	710.8	2060.	36.356	58633.7	255.996	2353.9
1570.	35.250	41067.3	246.265	730.3	2070.	36.374	58997.3	256.172	2404.2
1580.	35.279	41420.0	246.489	750.2	2080.	36.391	59361.1	256.347	2455.5
1590.	35.307	41772.9	246.711	770.6	2090.	36.408	59725.1	256.522	2507.6
1600.	35.335	42126.1	246.933	791.4	2100.	36.425	60089.3	256.696	2560.6
1610.	35.363	42479.6	247.153	812.6	2110.	36.441	60453.6	256.869	2614.4
1620.	35.391	42833.4	247.372	834.3	2120.	36.458	60818.1	257.041	2669.2
1630.	35.418	43187.4	247.590	856.5	2130.	36.474	61182.8	257.213	2724.8
1640.	35.445	43541.7	247.807	879.1	2140.	36.490	61547.6	257.383	2781.4
1650.	35.471	43896.3	248.022	902.2	2150.	36.506	61912.6	257.554	2838.9
1660.	35.497	44251.1	248.236	925.7	2160.	36.522	62277.7	257.723	2897.4
1670.	35.524	44606.3	248.450	949.8	2170.	36.537	62643.0	257.892	2956.8
1680.	35.549	44961.6	248.662	974.3	2180.	36.553	63008.4	258.060	3017.1
1690.	35.575	45317.2	248.873	999.4	2190.	36.568	63374.1	258.227	3078.5
1700.	35.600	45673.1	249.083	1024.9	2200.	36.584	63739.8	258.394	3140.8

Table B.1 (continued)

Temp. K	\bar{C}_p° kJ/kmol K	\bar{h}° kJ/kmol	\bar{s}° kJ/kmol K	Pr	Temp. K	\bar{C}_p° kJ/kmol K	\bar{h}° kJ/kmol	\bar{s}° kJ/kmol K	Pr
2210.	36.599	64105.7	258.560	3204.1	2460.	36.933	73298.7	262.500	5147.
2220.	36.613	64471.8	258.725	3268.4	2470.	36.944	73668.1	262.650	5240.
2230.	36.628	64838.0	258.890	3333.8	2480.	36.956	74037.6	262.799	5335.
2240.	36.643	65204.4	259.053	3400.2	2490.	36.968	74407.2	262.948	5432.
2250.	36.657	65570.9	259.217	3467.6	2500.	36.979	74777.0	263.096	5529.
2260.	36.672	65937.5	259.379	3536.1	2510.	36.991	75146.8	263.244	5628.
2270.	36.686	66304.3	259.541	3605.6	2520.	37.002	75516.8	263.391	5729.
2280.	36.700	66671.2	259.703	3676.2	2530.	37.014	75886.9	263.538	5831.
2290.	36.714	67038.3	259.863	3748.0	2540.	37.025	76257.1	263.684	5934.
2300.	36.728	67405.5	260.023	3820.8	2550.	37.036	76627.4	263.829	6039.
2310.	36.741	67772.8	260.183	3894.7	2560.	37.047	76997.8	263.974	6145.
2320.	36.755	68140.3	260.341	3969.8	2570.	37.058	77368.3	264.119	6253.
2330.	36.768	68507.9	260.499	4046.	2580.	37.069	77738.9	264.262	6362.
2340.	36.782	68875.7	260.657	4123.	2590.	37.079	78109.7	264.406	6473.
2350.	36.795	69243.6	260.814	4202.	2600.	37.090	78480.5	264.549	6585.
2360.	36.808	69611.6	260.970	4282.	2610.	37.101	78851.5	264.691	6699.
2370.	36.821	69979.8	261.126	4363.	2620.	37.111	79222.5	264.833	6814.
2380.	36.834	70348.0	261.281	4445.	2630.	37.122	79593.7	264.974	6931.
2390.	36.847	70716.4	261.435	4528.	2640.	37.132	79965.0	265.115	7049.
2400.	36.859	71085.0	261.589	4613.	2650.	37.142	80336.4	265.256	7169.
2410.	36.872	71453.6	261.742	4698.					
2420.	36.884	71822.4	261.895	4786.					
2430.	36.896	72191.3	262.047	4874.					
2440.	36.909	72560.3	262.199	4964.					
2450.	36.921	72929.5	262.350	5055.					

TABLE A-22 Ideal Gas Properties of Air

T (K), h and u (kJ/kg), s° (kJ/kg·K)											
T	h	P_r	u	v_r	s°	T	h	P_r	u	v_r	s°
200	199.98	0.3363	142.56	1707.	1.29559	450	451.80	5.775	322.62	223.6	2.11161
210	209.97	0.3987	149.69	1512.	1.34444	460	462.02	6.245	329.97	211.4	2.13407
220	219.97	0.4690	156.82	1346.	1.39105	470	472.24	6.742	337.32	200.1	2.15604
230	230.02	0.5477	164.00	1205.	1.43557	480	482.49	7.268	344.70	189.5	2.17760
240	240.02	0.6355	171.13	1084.	1.47824	490	492.74	7.824	352.08	179.7	2.19876
250	250.05	0.7329	178.28	979.	1.51917	500	503.02	8.411	359.49	170.6	2.21952
260	260.09	0.8405	185.45	887.8	1.55848	510	513.32	9.031	366.92	162.1	2.23993
270	270.11	0.9590	192.60	808.0	1.59634	520	523.63	9.684	374.36	154.1	2.25997
280	280.13	1.0889	199.75	738.0	1.63279	530	533.98	10.37	381.84	146.7	2.27967
285	285.14	1.1584	203.33	706.1	1.65055	540	544.35	11.10	389.34	139.7	2.29906
290	290.16	1.2311	206.91	676.1	1.66802	550	554.74	11.86	396.86	133.1	2.31809
295	295.17	1.3068	210.49	647.9	1.68515	560	565.17	12.66	404.42	127.0	2.33685
300	300.19	1.3860	214.07	621.2	1.70203	570	575.59	13.50	411.97	121.2	2.35531
305	305.22	1.4686	217.67	596.0	1.71865	580	586.04	14.38	419.55	115.7	2.37348
310	310.24	1.5546	221.25	572.3	1.73498	590	596.52	15.31	427.15	110.6	2.39140
315	315.27	1.6442	224.85	549.8	1.75106	600	607.02	16.28	434.78	105.8	2.40902
320	320.29	1.7375	228.42	528.6	1.76690	610	617.53	17.30	442.42	101.2	2.42644
325	325.31	1.8345	232.02	508.4	1.78249	620	628.07	18.36	450.09	96.92	2.44356
330	330.34	1.9352	235.61	489.4	1.79783	630	638.63	19.84	457.78	92.84	2.46048
340	340.42	2.149	242.82	454.1	1.82790	640	649.22	20.64	465.50	88.99	2.47716
350	350.49	2.379	250.02	422.2	1.85708	650	659.84	21.86	473.25	85.34	2.49364
360	360.58	2.626	257.24	393.4	1.88543	660	670.47	23.13	481.01	81.89	2.50985
370	370.67	2.892	264.46	367.2	1.91313	670	681.14	24.46	488.81	78.61	2.52589
380	380.77	3.176	271.69	343.4	1.94001	680	691.82	25.85	496.62	75.50	2.54175
390	390.88	3.481	278.93	321.5	1.96633	690	702.52	27.29	504.45	72.56	2.55731
400	400.98	3.806	286.16	301.6	1.99194	700	713.27	28.80	512.33	69.76	2.57277
410	411.12	4.153	293.43	283.3	2.01699	710	724.04	30.38	520.23	67.07	2.58810
420	421.26	4.522	300.69	266.6	2.04142	720	734.82	32.02	528.14	64.53	2.60319
430	431.43	4.915	307.99	251.1	2.06533	730	745.62	33.72	536.07	62.13	2.61803
440	441.61	5.332	315.30	236.8	2.08870	740	756.44	35.50	544.02	59.82	2.63280

TABLE A-22 (Continued)

T	h	P_r	u	v_r	s°	T	h	P_r	u	v_r	s°
750	767.29	37.35	551.99	57.63	2.64737	1300	1395.97	330.9	1022.82	11.275	3.27345
760	778.18	39.27	560.01	55.54	2.66176	1320	1419.76	352.5	1040.88	10.747	3.29160
770	789.11	41.31	568.07	53.39	2.67595	1340	1443.60	375.3	1058.94	10.247	3.30959
780	800.03	43.35	576.12	51.64	2.69013	1360	1467.49	399.1	1077.10	9.780	3.32724
790	810.99	45.55	584.21	49.86	2.70400	1380	1491.44	424.2	1095.26	9.337	3.34474
800	821.95	47.75	592.30	48.08	2.71787	1400	1515.42	450.5	1113.52	8.919	3.36200
820	843.98	52.59	608.59	44.84	2.74504	1420	1539.44	478.0	1131.77	8.526	3.37901
840	866.08	57.60	624.95	41.85	2.77170	1440	1563.51	506.9	1150.13	8.153	3.39586
860	888.27	63.09	641.40	39.12	2.79783	1460	1587.63	537.1	1168.49	7.801	3.41247
880	910.56	68.98	657.95	36.61	2.82344	1480	1611.79	568.8	1186.95	7.468	3.42892
900	932.93	75.29	674.58	34.31	2.84856	1500	1635.97	601.9	1205.41	7.152	3.44516
920	955.38	82.05	691.28	32.18	2.87324	1520	1660.23	636.5	1223.87	6.854	3.46120
940	977.92	89.28	708.08	30.22	2.89748	1540	1684.51	672.8	1242.43	6.569	3.47712
960	1000.55	97.00	725.02	28.40	2.92128	1560	1708.82	710.5	1260.99	6.301	3.49276
980	1023.25	105.2	741.98	26.73	2.94468	1580	1733.17	750.0	1279.65	6.046	3.50829
1000	1046.04	114.0	758.94	25.17	2.96770	1600	1757.57	791.2	1298.30	5.804	3.52364
1020	1068.89	123.4	776.10	23.72	2.99034	1620	1782.00	834.1	1316.96	5.574	3.53879
1040	1091.85	133.3	793.36	22.39	3.01260	1640	1806.46	878.9	1335.72	5.355	3.55381
1060	1114.86	143.9	810.62	21.14	3.03449	1660	1830.96	925.6	1354.48	5.147	3.56867
1080	1137.89	155.2	827.88	19.98	3.05608	1680	1855.50	974.2	1373.24	4.949	3.58335
1100	1161.07	167.1	845.33	18.896	3.07732	1700	1880.1	1025	1392.7	4.761	3.5979
1120	1184.28	179.7	862.79	17.886	3.09825	1750	1941.6	1161	1439.8	4.328	3.6336
1140	1207.57	193.1	880.35	16.946	3.11883	1800	2003.3	1310	1487.2	3.944	3.6684
1160	1230.92	207.2	897.91	16.064	3.13916	1850	2065.3	1475	1534.9	3.601	3.7023
1180	1254.34	222.2	915.57	15.241	3.15916	1900	2127.4	1655	1582.6	3.295	3.7354
1200	1277.79	238.0	933.33	14.470	3.17888	1950	2189.7	1852	1630.6	3.022	3.7677
1220	1301.31	254.7	951.09	13.747	3.19834	2000	2252.1	2068	1678.7	2.776	3.7994
1240	1324.93	272.3	968.95	13.069	3.21751	2050	2314.6	2303	1726.8	2.555	3.8303
1260	1348.55	290.8	986.90	12.435	3.23638	2100	2377.4	2559	1775.3	2.356	3.8605
1280	1372.24	310.4	1004.76	11.835	3.25510	2150	2440.3	2837	1823.8	2.175	3.8901
2200	2503.2	3138	1872.4	2.012	3.9191						
2250	2566.4	3464	1921.3	1.864	3.9474						

Source: Adapted from K. Wark, *Thermodynamics*, 4th ed., McGraw-Hill, New York, 1983, as based on J. H. Keenan and J. Kaye, *Gas Tables*, Wiley, New York, 1945.

Table C.2. U.S. Standard Atmosphere, 1962 (Geopotential Altitude) (SI Units)

Altitude meters	Temperature K	Pressure kPa
0	288.150	101.325
500	284.900	95.461
1000	281.650	89.875
1500	278.400	84.556
2000	275.150	79.495
2500	271.900	74.683
3000	268.650	70.109
3500	265.400	65.764
4000	262.150	61.640
4500	258.900	57.728
5000	255.650	54.020
5500	252.400	50.507
6000	249.150	47.181
6500	245.900	44.035
7000	242.650	41.061
7500	239.400	38.251
8000	236.150	35.600
8500	232.900	33.099
9000	229.650	30.742
9500	226.400	28.524
10000	223.150	26.436
10500	219.900	24.474
11000	216.650	22.632
11500	216.650	20.916
12000	216.650	19.330
12500	216.650	17.865
13000	216.650	16.510
13500	216.650	15.259
14000	216.650	14.102
14500	216.650	13.033
15000	216.650	12.045
15500	216.650	11.131
16000	216.650	10.287
16500	216.650	9.507
17000	216.650	8.787
17500	216.650	8.120
18000	216.650	7.505
18500	216.650	6.936
19000	216.650	6.410
19500	216.650	5.924

Table C.1. U.S. Standard Atmosphere, 1962
(Geopotential Altitude)
(English Units)

Altitude feet	Temperature R	Pressure psia	Altitude feet	Temperature R	Pressure psia
0	518.670	14.696	25000	429.516	5.454
1000	515.104	14.173	26000	425.950	5.220
2000	511.538	13.664	27000	422.384	4.994
3000	507.972	13.171	28000	418.818	4.776
4000	504.405	12.692	29000	415.251	4.567
5000	500.839	12.228	30000	411.685	4.364
6000	497.273	11.770	31000	408.119	4.169
7000	493.707	11.340	32000	404.553	3.981
8000	490.141	10.916	33000	400.987	3.800
9000	486.575	10.505	34000	397.421	3.626
10000	483.008	10.106	35000	393.854	3.458
11000	479.442	9.720	*36089	389.970	3.283
12000	475.876	9.346	37000	389.970	3.142
13000	472.310	8.984	38000	389.970	2.994
14000	468.744	8.633	39000	389.970	2.854
15000	465.178	8.294	40000	389.970	2.720
16000	461.611	7.965	41000	389.970	2.592
17000	458.045	7.647	42000	389.970	2.471
18000	454.479	7.339	43000	389.970	2.355
19000	450.913	7.041	44000	389.970	2.244
20000	447.347	6.753	45000	389.970	2.139
21000	443.781	6.475	46000	389.970	2.039
22000	440.214	6.206	47000	389.970	1.943
23000	436.648	5.947	48000	389.970	1.852
24000	433.082	5.696	49000	389.970	1.765

*Boundary between troposphere and stratosphere.

