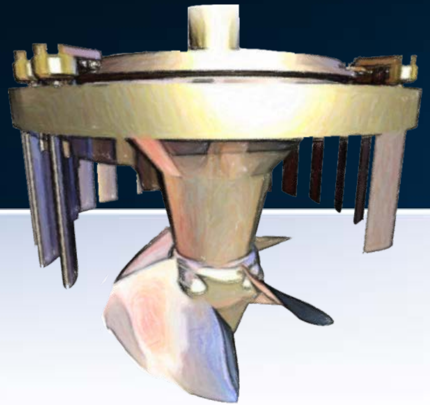
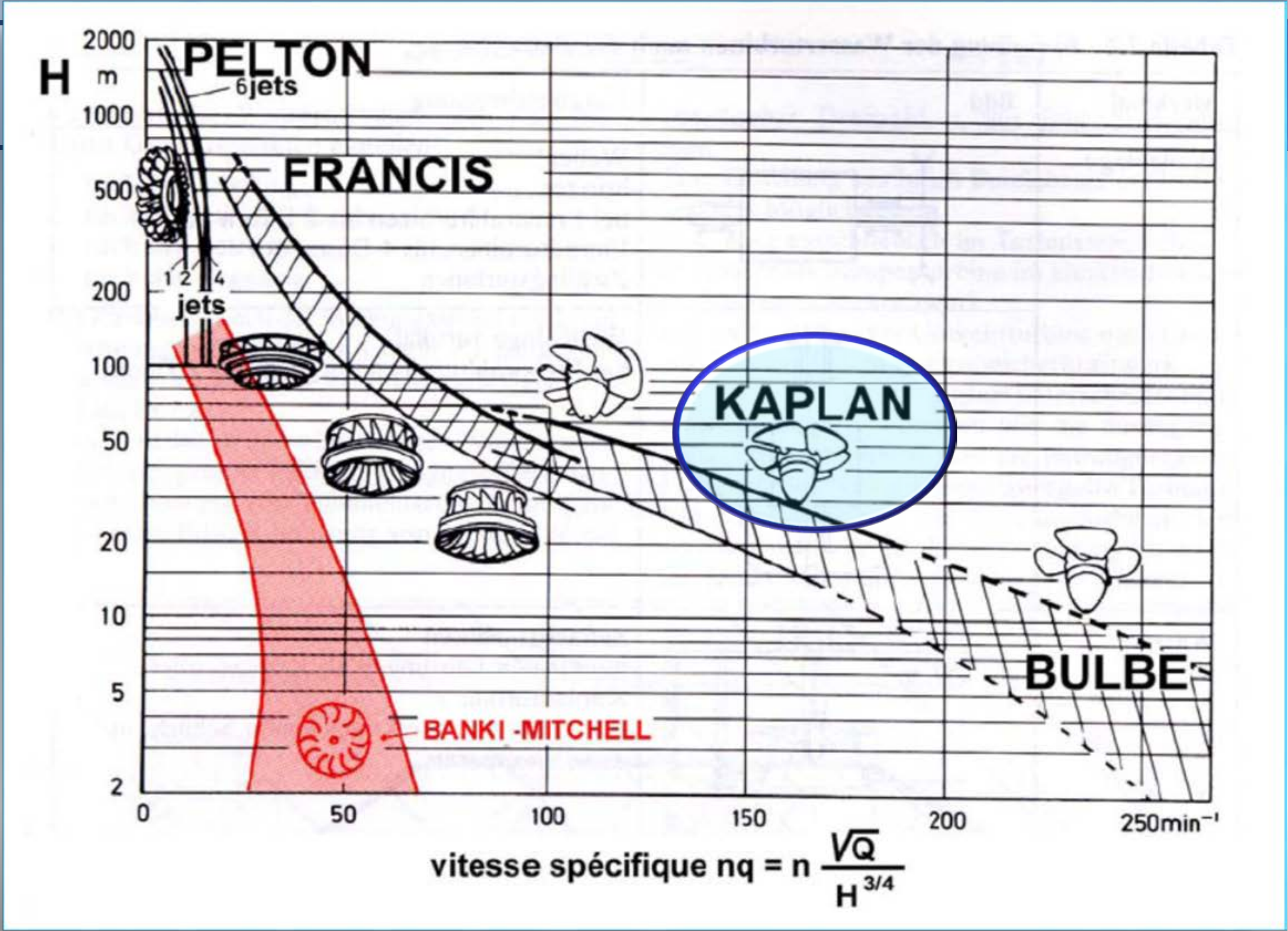
Turbomachines

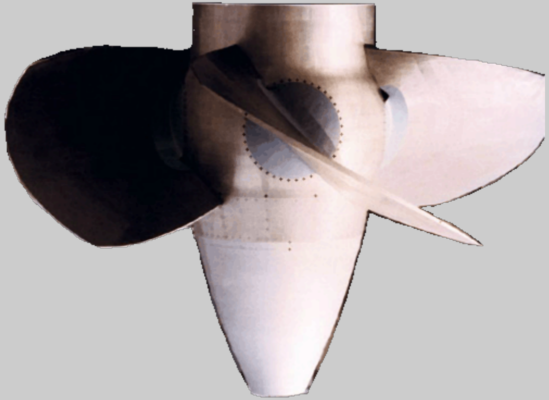


NRJ EN ROTATION

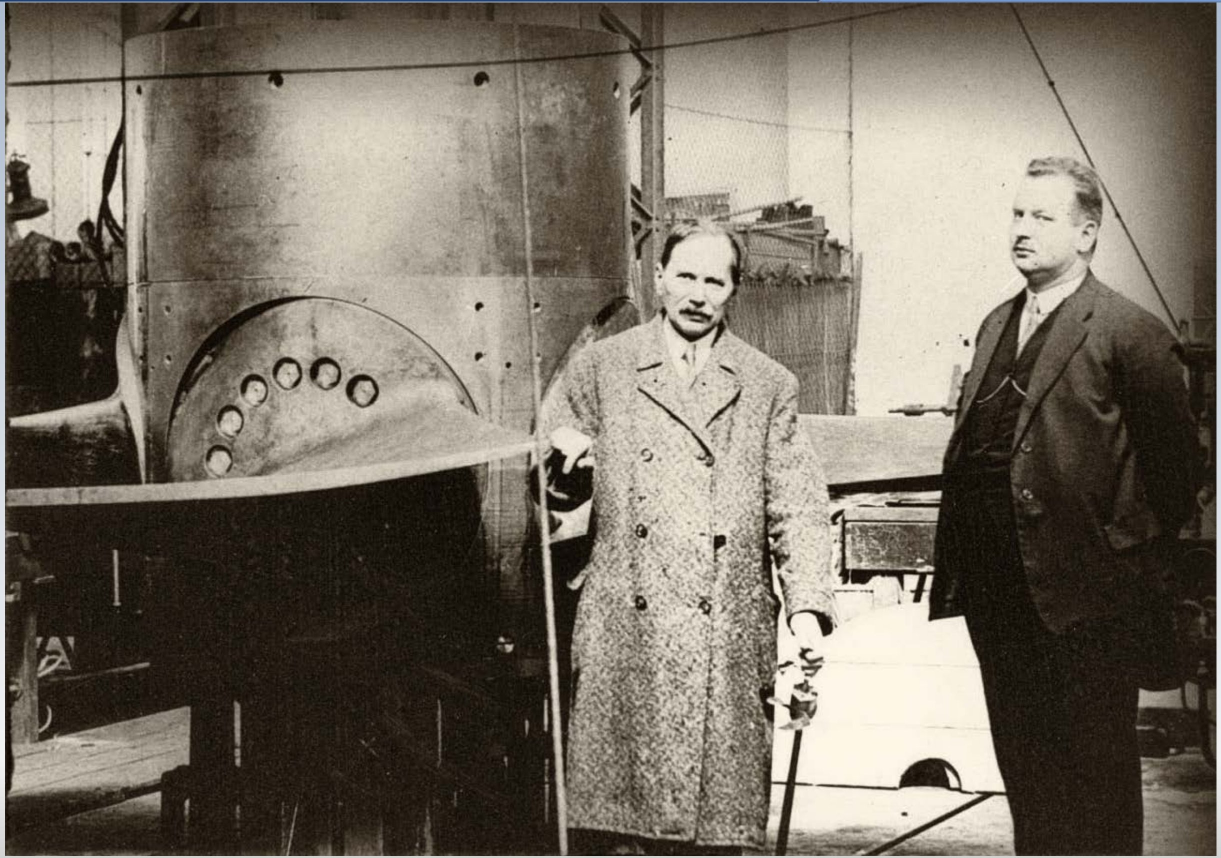
Turbine Kaplan

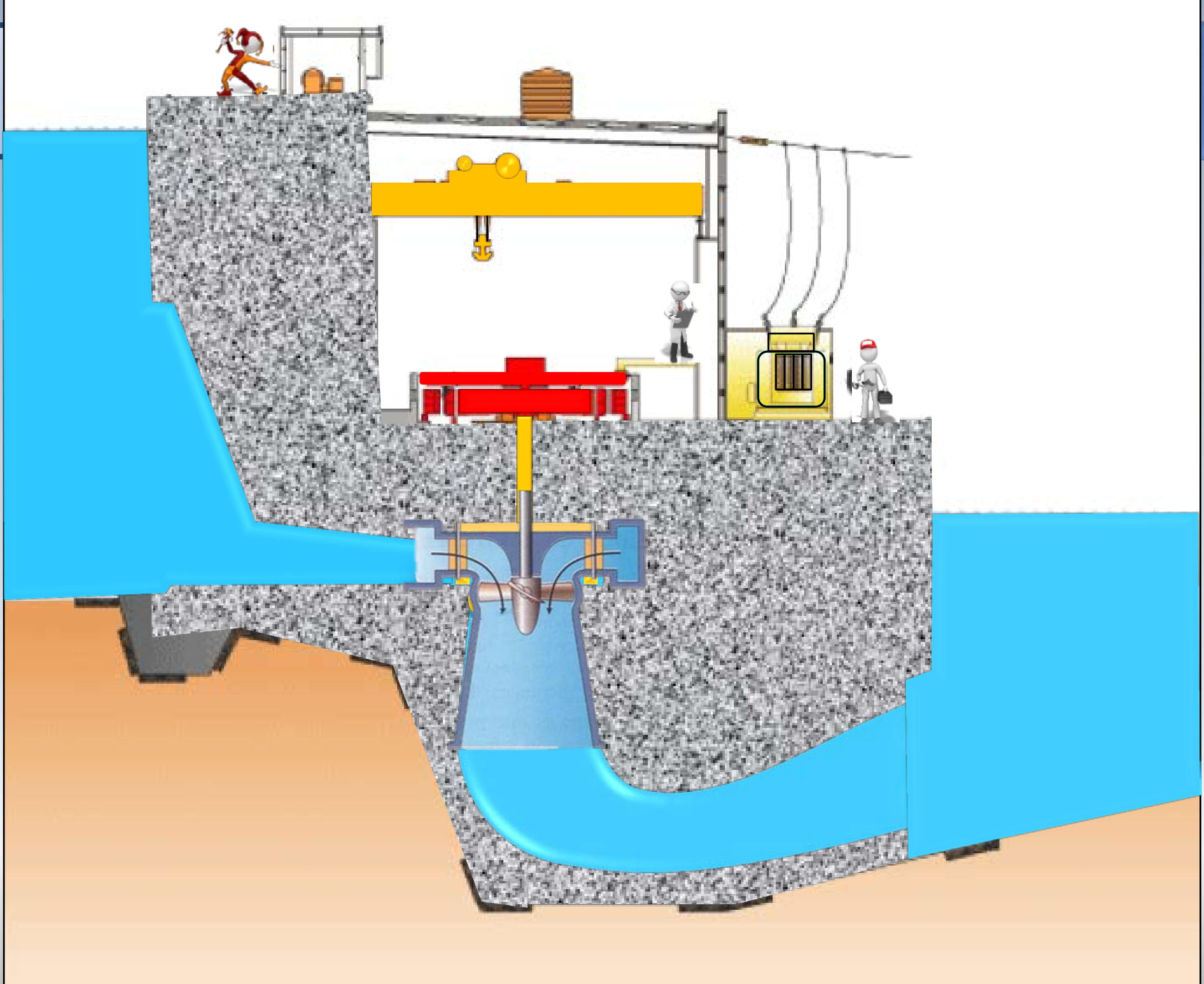

H m
2000
1000
500
200
100
50
20
10
5
2
PELTON
6jets
1 2 4
jets
FRANCIS
KAPLAN
BULBE
BANKI -MITCHELL
0
50
100
150
200
250min⁻¹
vitesse spécifique nq = n √Q / H^3/4

Au fond, je n'ai fait que ce que les fleuves se racontent depuis toujours
Viktor Kaplan

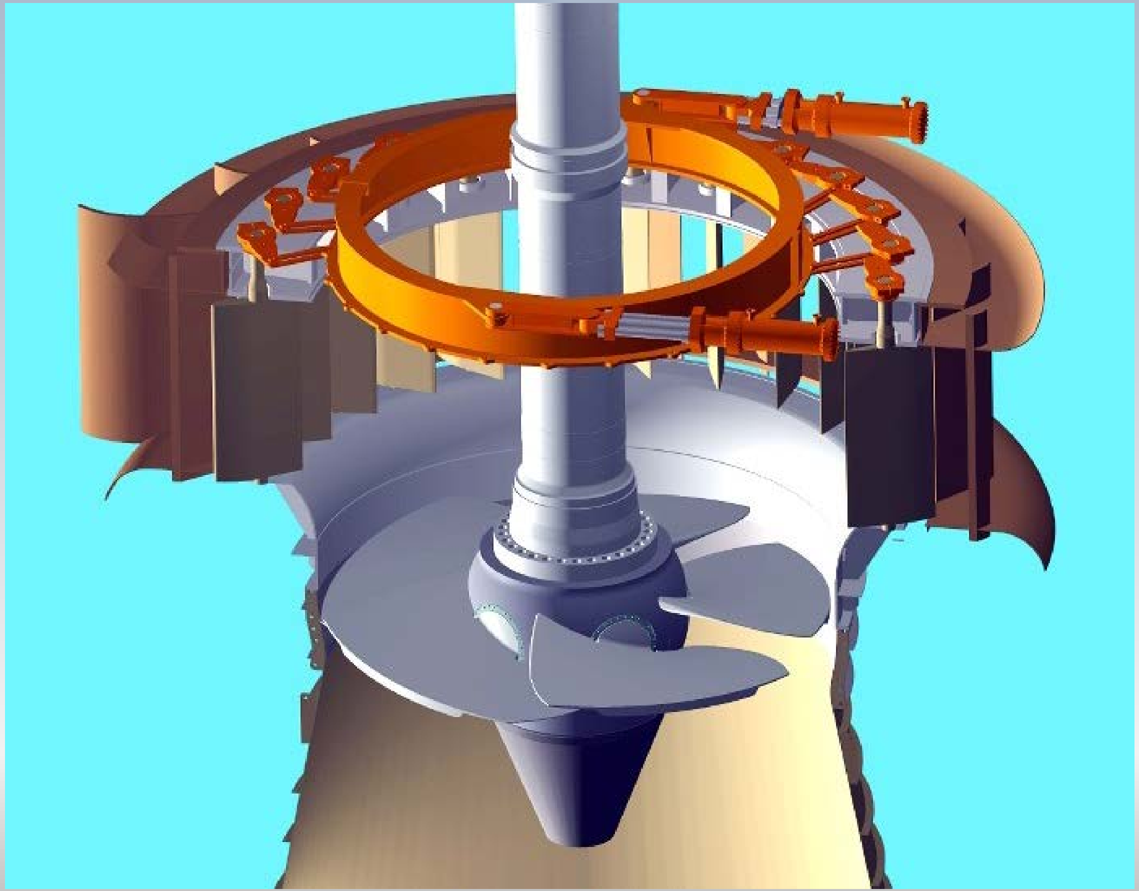


Viktor Kaplan

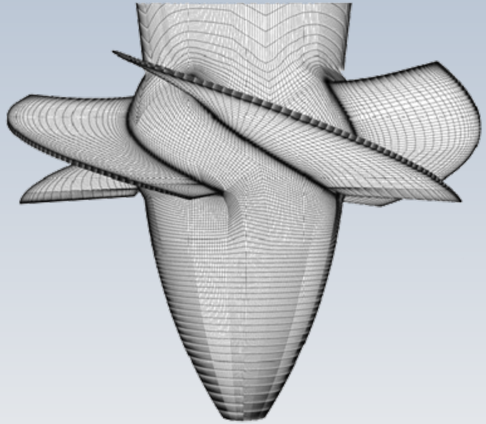


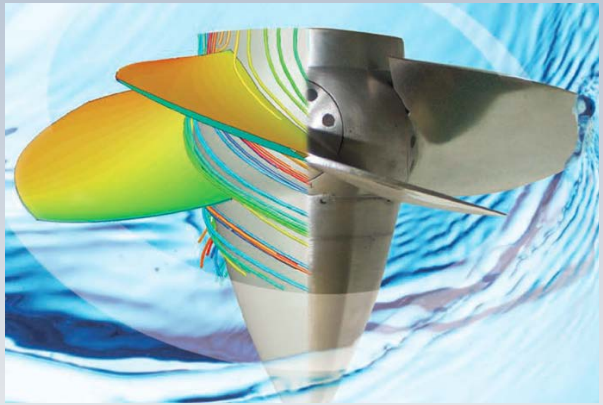


Rotor et directrices

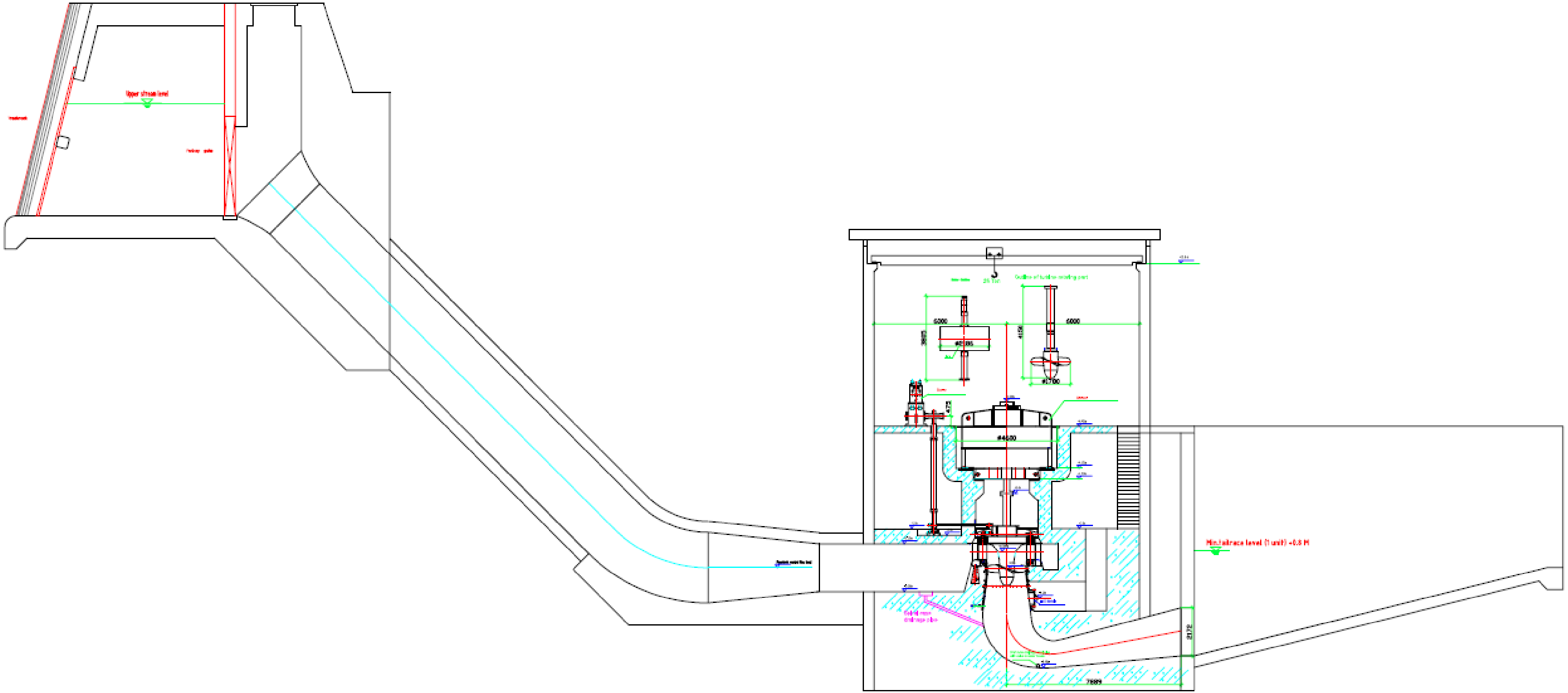


Rotor réel + virtuel +écoulement





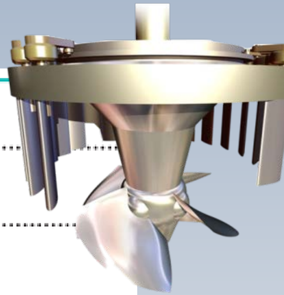
Plan d'ingénierie



Quelques aménagements

Centrale	Fabricant	H[m]	n_q	z
JEBBA	VA Tech EW	28	151	5
MACHICURA	Voith	37	151	5
LIGA III	Kvaerner	39	156	5
MANAVGAT	VA Tech HydroVévey	21	165	5
LIMESTONE	GE Canadá	28	167	5
TAQUARUÇÚ	Voith	22	291	5
VERBOIS (1)	VA Tech HydroVévey	18,2	193	6
VERBOIS (2)	VA Tech HydroVévey	19,2	193	4
YACRETA	Voith	21,3	194	5
GHEZOUBA I	DEMW	18,6	203	5
GHEZOUBA II	Harbin	18,6	200	5
WELLS DAM	Fuji	19,5	210	5
PORTO PRIMAVERA	Alstom Power	18,3	211	4

Aménagements récents



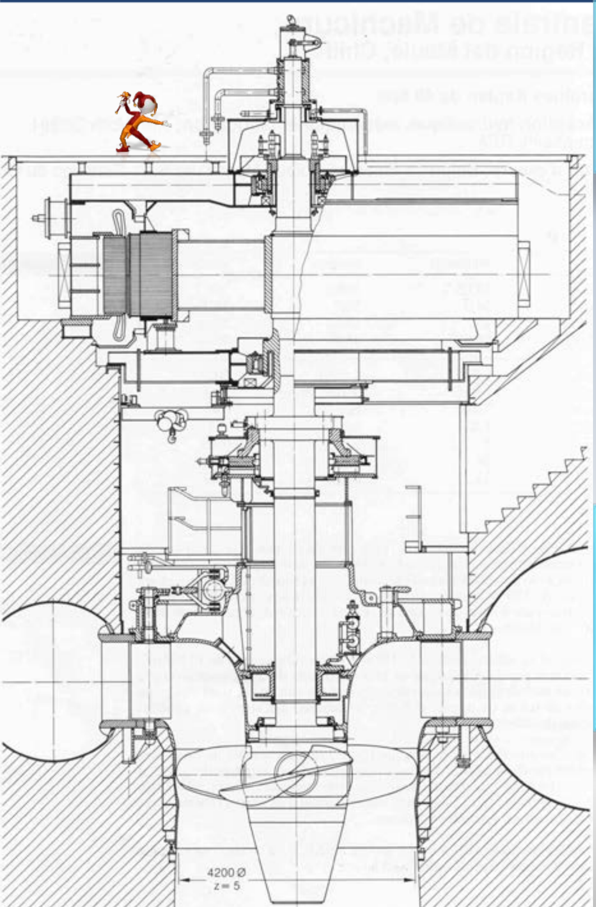
Barra dos Coqueiros (Brazil), 2010	46 MW per unit – 36 m head
Cacu (Brazil), 2010	33 MW per unit – 26 m head
Estreito (Brazil), 2011	152 MVA generators, downstream gates
Monte Claro (Brazil), 2006	67 MW per unit – 39 m head
Brillant (Canada), 2005	120 MW per unit, turnkey plant – 30 m head
Grand Mere (Canada), 2004	77 MW per unit turbine/generator units, governors – 24 m head
Longkou (China), 2009	100 MW per unit turbine/generator units – 31 m head
Bujagali (Uganda), 2011	51 MW per unit, turnkey plant – 21 m head

Francis et Kaplan

Usina	Quantidade	Potência (MW)	Tipo	Altura de Queda (m)	Rotação (rpm)	Peso Rotor (t)	Peso Turbina (t)
14 DE JULHO	2	50	Kaplan	40	173,53	81,28005	353,3915
BAGUARI	4	35	Bulbo	17,3	116,13	40	50
BARRA DO BRAÚNA	3	13	Francis	23,8	138,5	12,61522	105,1269
BARRA DOS COQUEIROS	3	30,6	Kaplan	36	225	47,54961	206,7374
BATALHA	2	26,7	Kaplan	37,7	225	43,1385	187,5587
BAÚ	3	37,6	Kaplan	37,8	189,47	62,27831	270,7753
CAÇU	3	21,7	Francis	28,2	225	12,86336	107,1947
CAPIM BRANCO II	2	71,6	Kaplan	43,4	163,64	109,5322	476,2269
CASTRO ALVES	3	43,3	Francis	92	300	17,1811	143,1759
CORUMBÁ III	2	47,5	Francis	38,23	139	31,89847	265,8205
ESTREITO	6	120,8	Francis	21	70,59	101,4016	845,0135
FOZ DO CHAPECÓ	4	213,75	Francis	52	85,71	132,8795	1107,329
FOZ DO RIO CLARO	2	34,2	Kaplan	25,48	156,52	66,71025	290,0446
MONJOLINHO	2	34,4	Francis	63,1	180	21,0173	175,1442
PASSO SÃO JOÃO	3	27,8	Kaplan	27	171	54,0128	234,8383
RETIRO BAIXO	2	41	Kaplan	45	0	60,62922	263,6053
RONDON II	3	24,5	Francis	59,1	300	11,4156	95,13
SALTO	2	54	Kaplan	19	240	68,1209	296,1778
SALTO DO RIO VERDINHO	2	47,45	Francis	41	171,43	27,41958	228,4965
SALTO PILÃO	2	91,2	Francis	17,93	450	21,92203	182,6836
SÃO JOSÉ	3	17	Kaplan	19,8	189	35,39395	153,8867
SÃO SALVADOR	2	121,6	Kaplan	22,66	94,7	236,2797	1027,303
SERRA DO FACÃO	2	107	Francis	78,7	171,4	49,16319	409,6932
SIMPLÍCIO	3	108,3	Francis	108	200	44,39071	369,9226
TUCURUÍ 2	3	375	Francis	61,5	81,8	205,7184	1714,32

Brésil

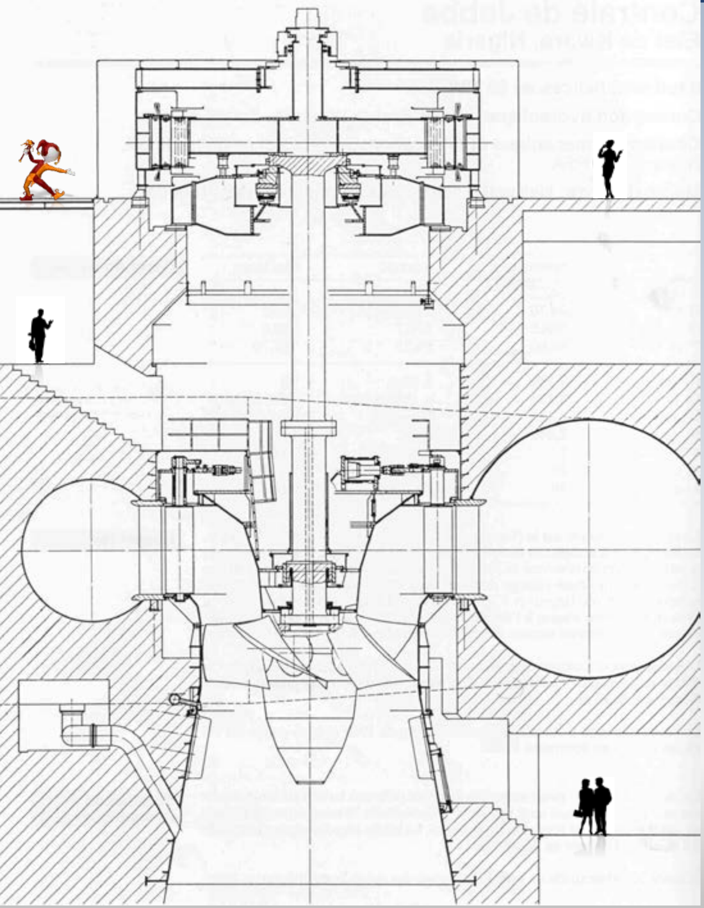
Machicura: Chili



*Q = 144 m³/s
*H = 36,7 m
*P = 48 MW

D_0 = 7,2 m
D_e = 4,2 m
D_i = 1,9 m
B_0 = 1,3 m

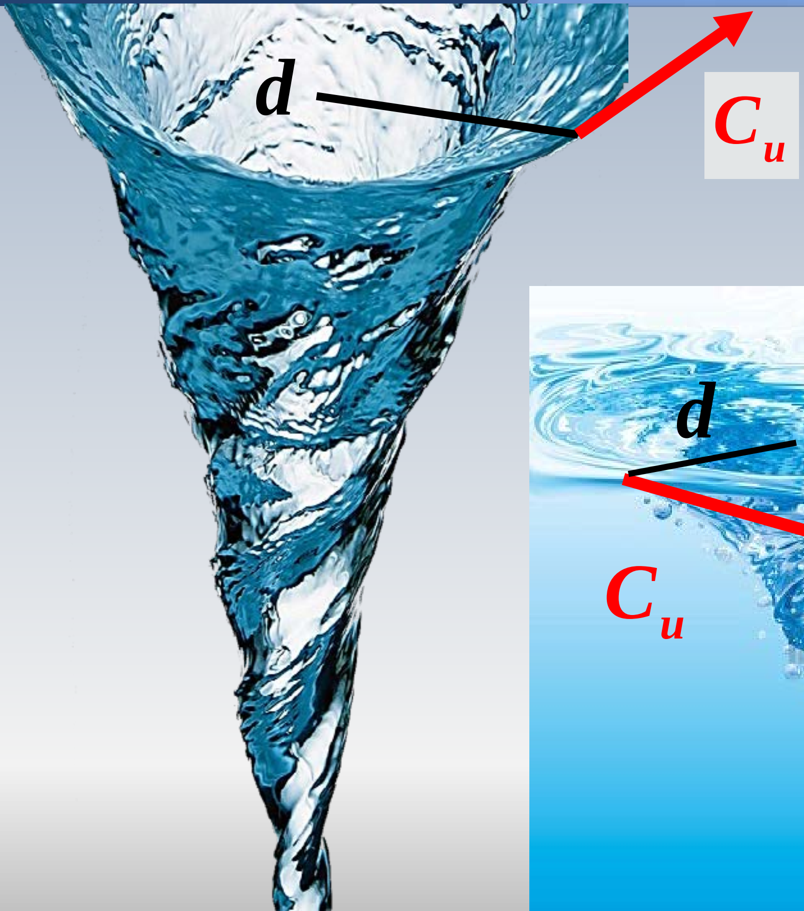
Jebba, Nigeria



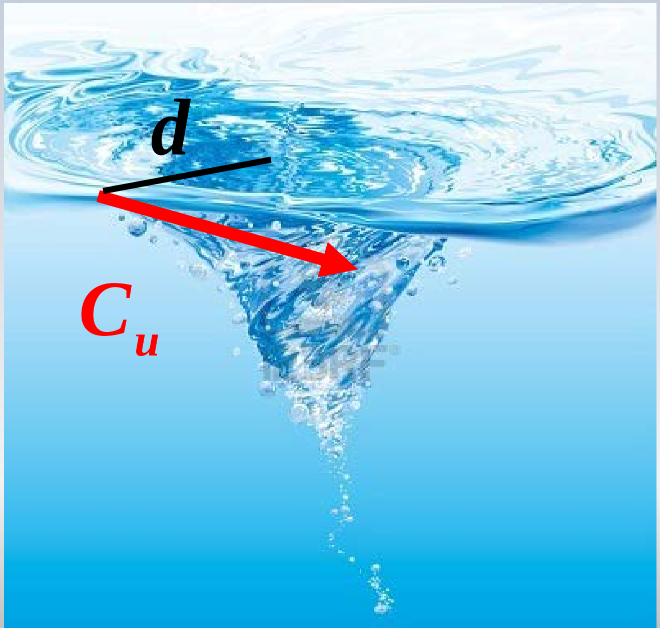
*Q = 376 m^3/s
*H = 27,6 m
*P = 96 MW

D_0 = 8,5 m
D_e = 7,1 m
D_i = 3,1 m
B_0 = 2,8 m

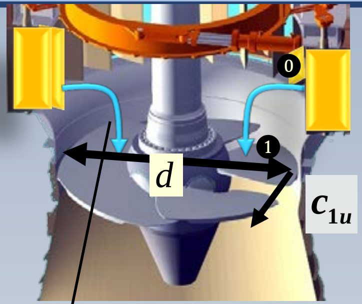
Vortex libre



$$C_u d = cte$$

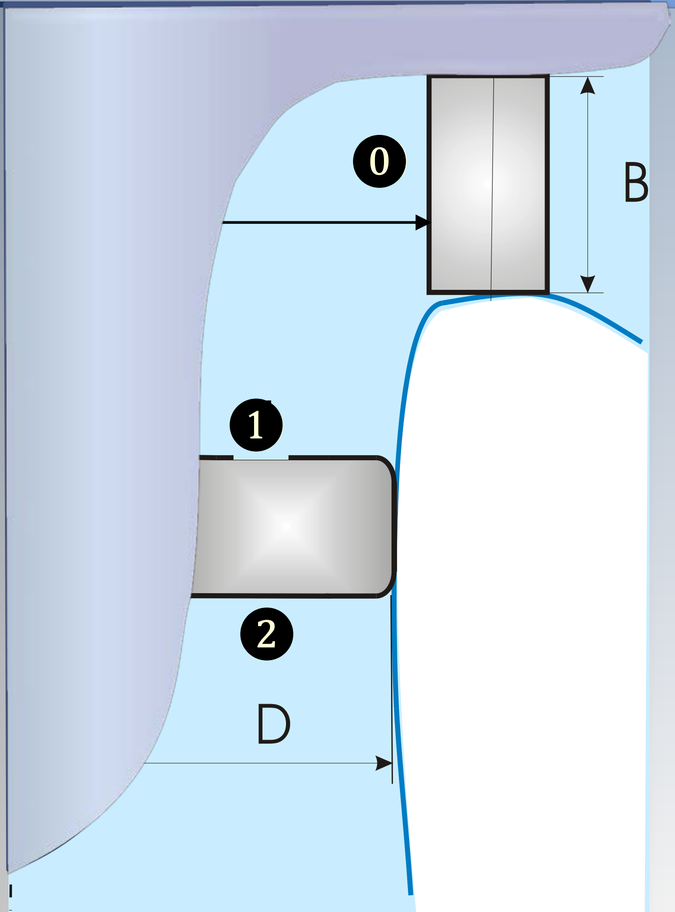


Dimensions



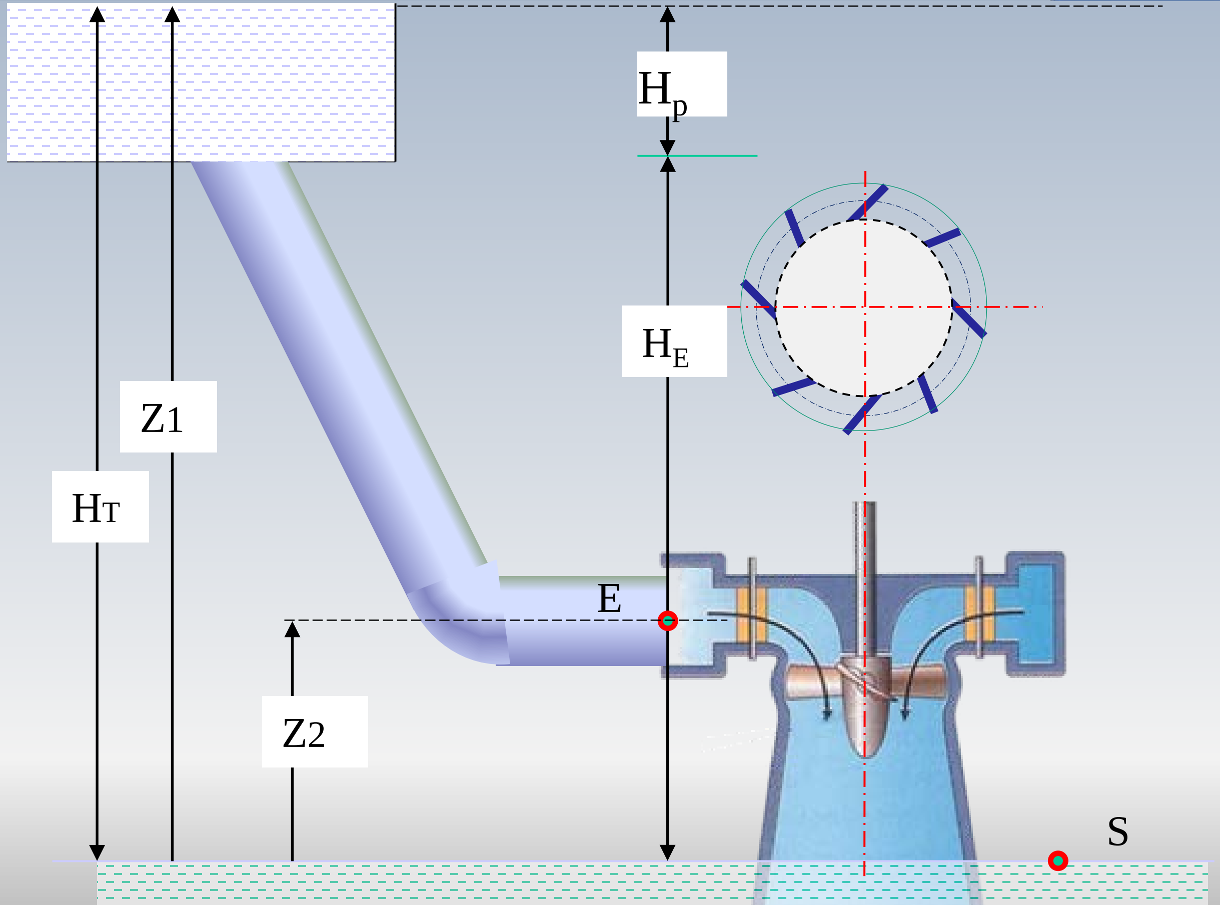
Vortex libre

$$\boxed{c_{0u}d_0 = c_{1u}d}$$



L'écoulement entre la sortie des avants directrices (station 0) et le bord d'attaque des pales de la turbine, (station 1) est modélisée comme étant un <u>vortex libre</u>

Chute nette



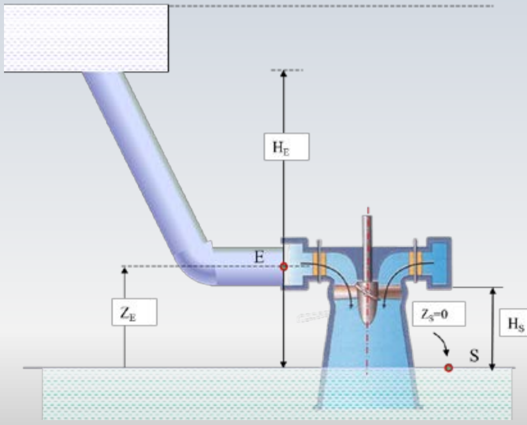
Chute nette

Chute nette (idéale) H

Elle correspond à l'énergie spécifique produite par la turbine. Elle peut être mesurée par la différence entre l'énergie spécifique à l'entrée (E) et celle à la sortie (S) de la turbine, sous forme de pression, d'hauteur physique et d'énergie cinétique

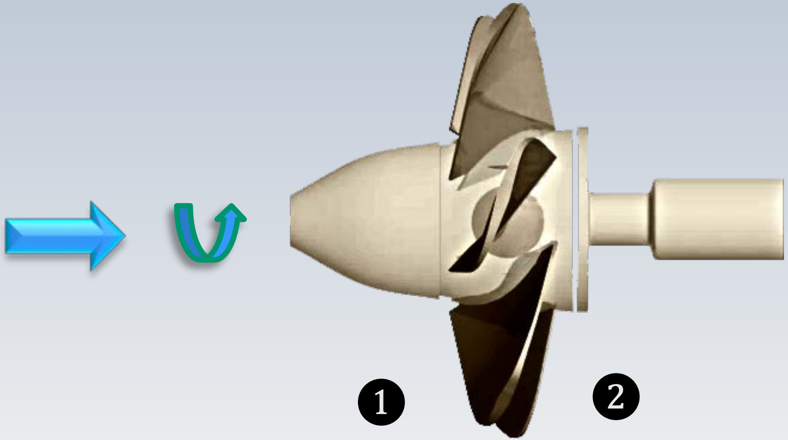
$$H = H_E - H_S$$

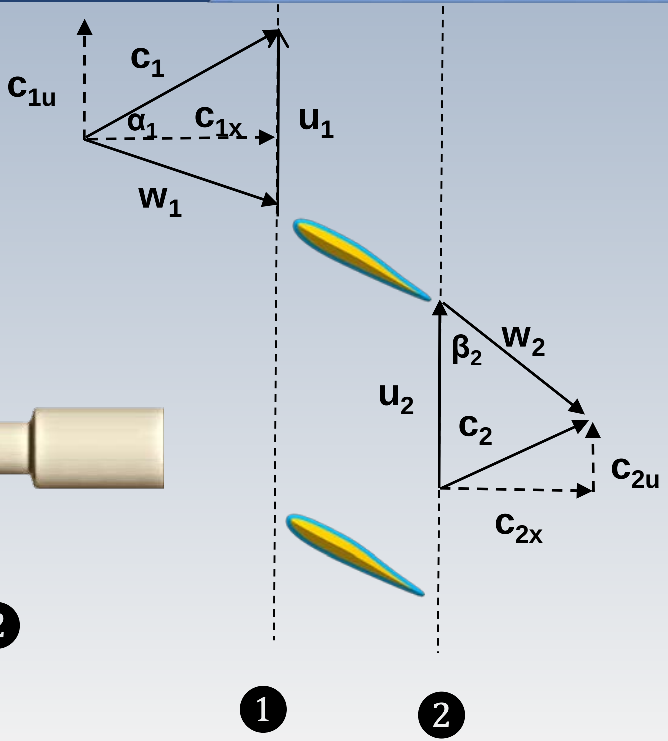
$$H = \left(\frac{V_E^2}{2g} + z_E + \frac{p_E}{\rho g} \right) - \left(\frac{V_S^2}{2g} + z_S + \frac{p_S}{\rho g} \right)$$



$$H = \frac{V_E^2 - V_S^2}{2g} + z_E - z_S + \frac{p_E - p_S}{\rho g}$$

Puissance





$$P_{kaplan} = \dot{W} = \rho Q(c_{1u}u_1 - c_{2u}u_2) = \rho Q u(c_{1u} - c_{2u})$$

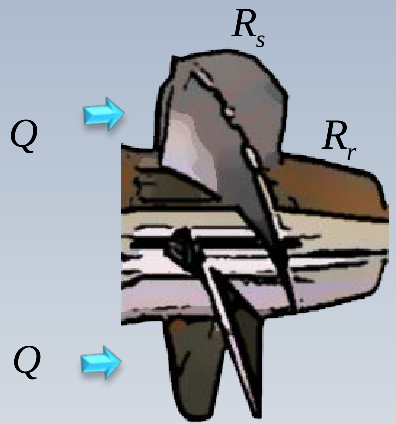
Puissance

Hypothèses

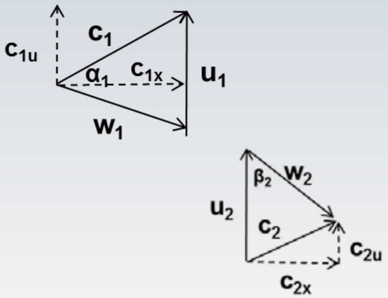
$$\boxed{\begin{aligned} u &= u_1 = u_2 \\ c_x &= c_{1x} = c_{2x} \end{aligned}}$$

$$c_{1u} = \frac{c_x}{\tan\alpha_1} \qquad c_x = \frac{Q}{\pi(R_s^2 - R_r^2)}$$

$$c_{2u} = u - \frac{c_x}{\tan\beta_2}$$



$$c_{1u} - c_{2u} = \frac{c_x}{\tan\alpha_1} - u + \frac{c_x}{\tan\beta_2} \qquad c_{1u} - c_{2u} = c_x\left(\frac{1}{\tan\alpha_1} + \frac{1}{\tan\beta_2}\right) - u$$



$$\boxed{\dot{W}_{Kaplan} = \rho Q^2 \left(\frac{u}{\pi(R_s^2 - R_r^2)\dfrac{\tan\alpha_1 \tan\beta_2}{\tan\alpha_1 + \tan\beta_2}} \right) - \rho Q u^2}$$

Formule simplifiée utilisant une vitesse périphérique moyenne ***u***

Vitesse spécifique

$$\phi = \left(\frac{Q}{N D^3} \right) \qquad \Psi = \left(\frac{W_e}{N^2 D^2} \right)$$

$$N_s = \left(\frac{\Phi^{1/2}}{\Psi^{3/4}} \right)$$

$$\boldsymbol{N_s = \frac{N\left(\dot{W}_e / \rho g H\right)^{1/2}}{\left(gH\right)^{3/4}}}$$

Vitesse adimensionnelle (scientifique)

$$\boldsymbol{n_s = \frac{N\dot{W}_e^{1/2}}{H^{5/4}}}$$

Vitesse dimensionnelle (pratique)

Vitesse spécifique

$$n_s = \frac{n\sqrt{\dot{W}}}{H^{5/4}}$$

n_s dénote la vitesse nécessaire pour atteindre, dans une turbine similaire, la **puissance unitaire** avec un chute de **1m.**

$$n_q = \frac{n\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$

n_q est la vitesse d'une turbine géométriquement similaire à une autre operant avec une chute de **1 m** et par laquelle circule un débit **$Q = 1\ m^3/s$**

Équivalence n_s n_q

$$\frac{n_s}{n_q} = \frac{n\dot{W}^{1/2} H^{-5/4}}{nQ^{1/2} H^{-3/4}}$$

$$\dot{W}^{1/2} = \sqrt{\rho g} Q^{1/2} H^{1/2}$$

$$\frac{n_s}{n_q} = \frac{n\sqrt{\rho g} Q^{1/2} H^{1/2} H^{-5/4}}{nQ^{1/2} H^{-3/4}} = \sqrt{\rho g}$$

$$\boxed{\frac{n_s}{n_q} = \sqrt{9800} = 99}$$

Remarque: Lorsque la puissance était mesurée en CV et ρg en **kilo-force**, on trouvait le coefficient **n_s=$n_q\sqrt{1000/75}$ = 3.65n_q**

Variables réduites

- En pratique, pour les turbines hydrauliques, on définit des **variables réduites**

- Celles-ci correspondent à un fonctionnement en similitude d'une turbine de diamètre $\boldsymbol{D=1\ m}$, opérant avec une chute $\boldsymbol{H=1\ m}$. On note ces variables avec un *double indice* 1

Variables réduites

Vitesse de rotation réduite $\boldsymbol{n_{11}}$

$$\boxed{n_{11} = \frac{nD}{H^{1/2}}}$$

Débit réduit $\boldsymbol{Q_{11}}$

$$\boxed{Q_{11} = \frac{Q}{D^2 H^{1/2}}}$$

Puissance réduite $\boldsymbol{P_{11}}$

$$\boxed{P_{11} = \frac{\dot{W}}{D^2 H^{3/2}}}$$

Remarque: les valeurs numériques de $\mathbf{n_{11}}$, $\boldsymbol{Q_{11}}$ et $\boldsymbol{P_{11}}$ dépendent du système d'unités.

Colline de rendement

L'analyse de similitude et la construction de cartes d'opération des turbines Kaplan, requiert la prise en compte de cinq paramètres:

❶ *la vitesse de rotation*

❷ *le débit*

❸ *le rendement*

❹ *la position des aubes directrices*

❺ *l'inclinaison des pales de la roue*

Colline de rendement

Ces deux derniers éléments (❹, ❺)qui régulent le débit sont caractérisés, respectivement, par **un paramètre de position** $\mathbf{x}$ **et, par un angle** $\boldsymbol{\varphi}$

Étant donné la complexité entraînée par la présence de **deux variables géométriques**, on simplifie la représentation en fixant l'une de ces variables et en traçant deux séries de collines de rendement séparées.

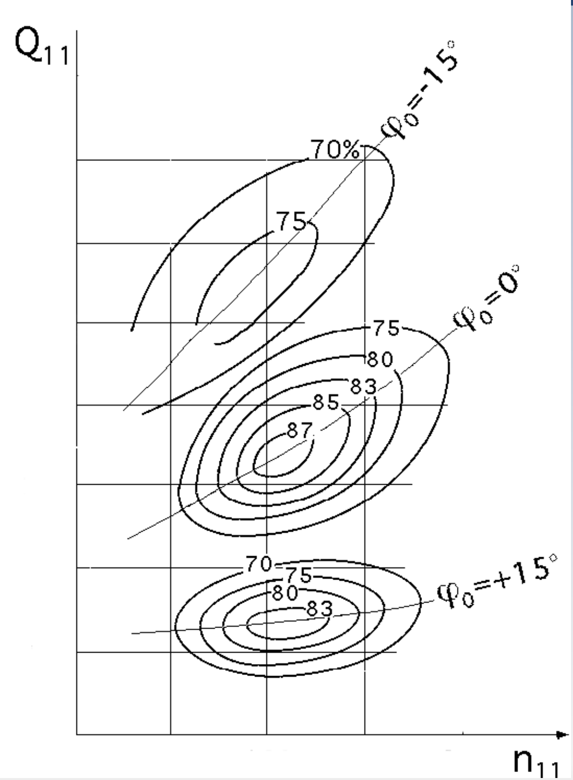
Colline de rendement

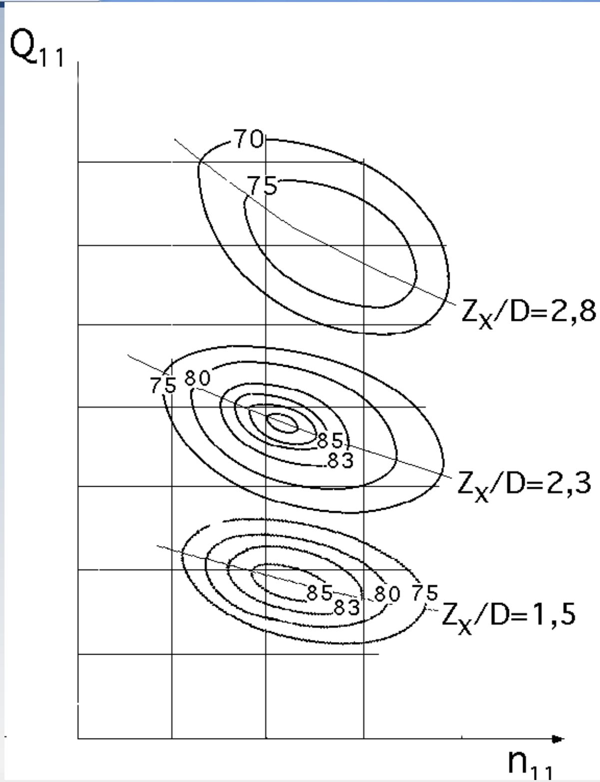
Dans un cas, **on fixe la position de l'aubage du rotor**, soit $\varphi_0 = cte$ et on régule le débit au moyen de différentes ouvertures du distributeur.

Dans l'autre cas, **l'ouverture x du distributeur est maintenue constante** et on contrôle la variation du débit en modifiant l'angle φ_0 des aubes de la roue

Colline de rendement

Kaplan



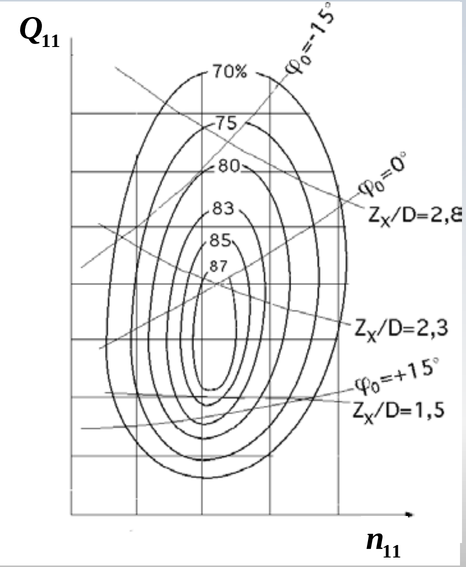


Collines de rendement obtenues en changeant l'angle des pales de la roue

Collines de rendement obtenues en changeant l'ouverture du distributeur

Colline de rendement

On note que pour chaque paire Q_{11}-n_{11}, les rendements sont différents. Cependant, pour chaque série il y aura une configuration particulière pour laquelle les rendements sont optimaux. Celle-ci correspond à la colline de rendement de la turbine Kaplan.



Colline de rendement d'une turbine Kaplan

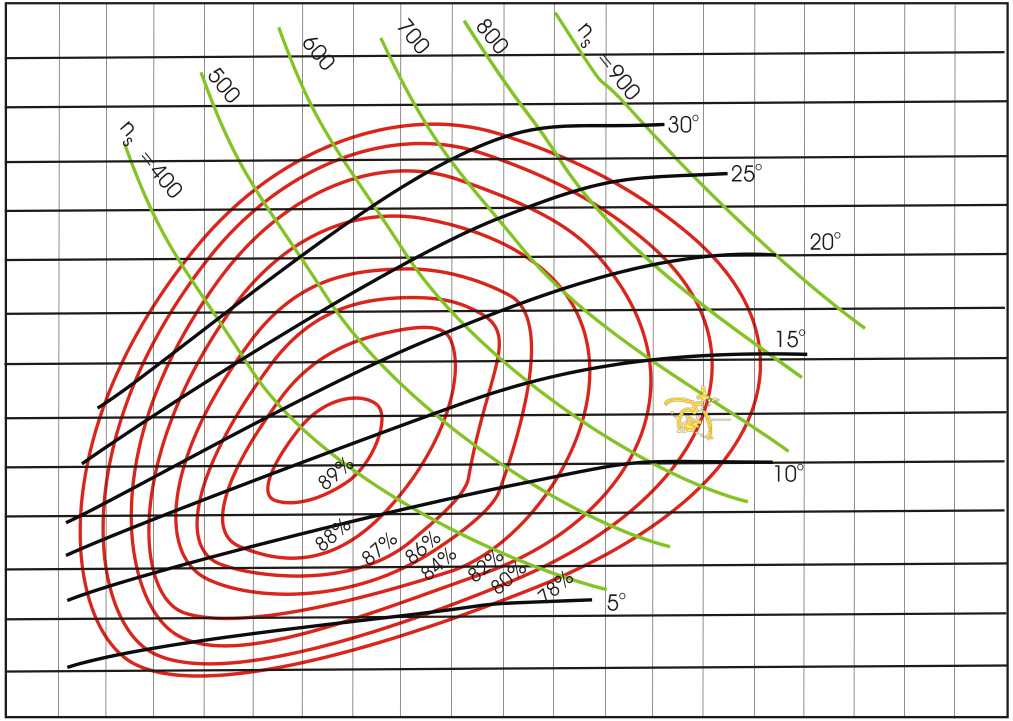
$$\eta_s = f(Q_{11})$$

$$x = f(Q_{11})$$

$$\varphi = f(Q_{11})$$

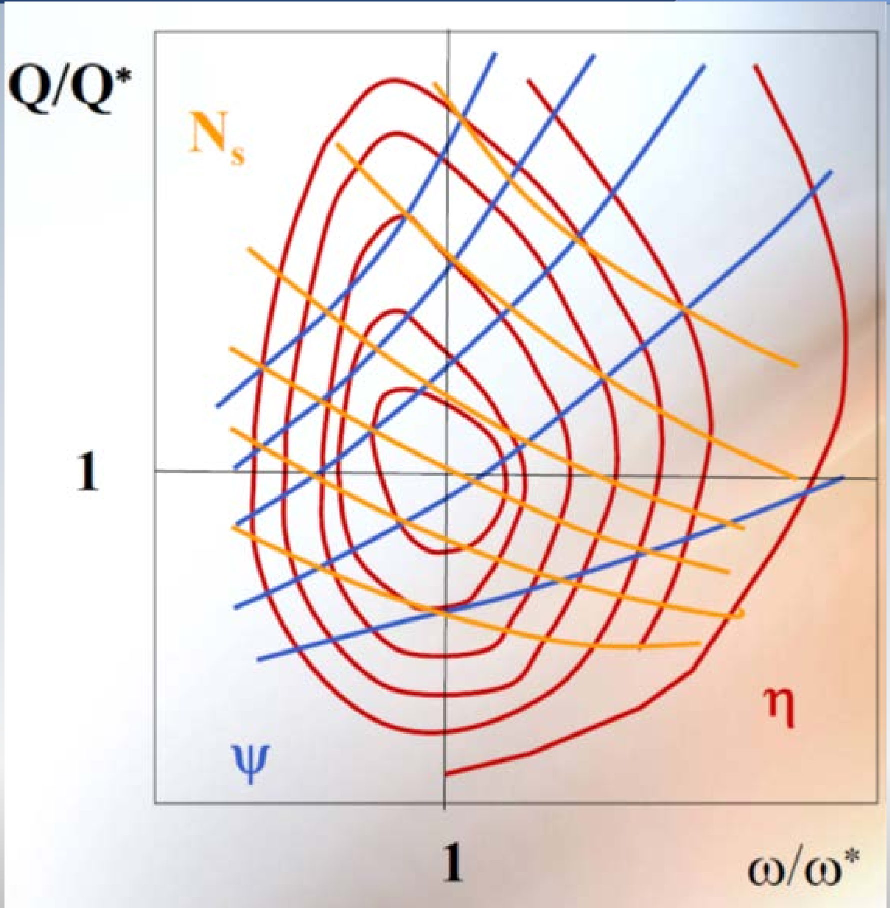
Colline de rendement

$$P_{11} = \frac{\dot{W}}{H^{3/2} D^2} [CV]$$

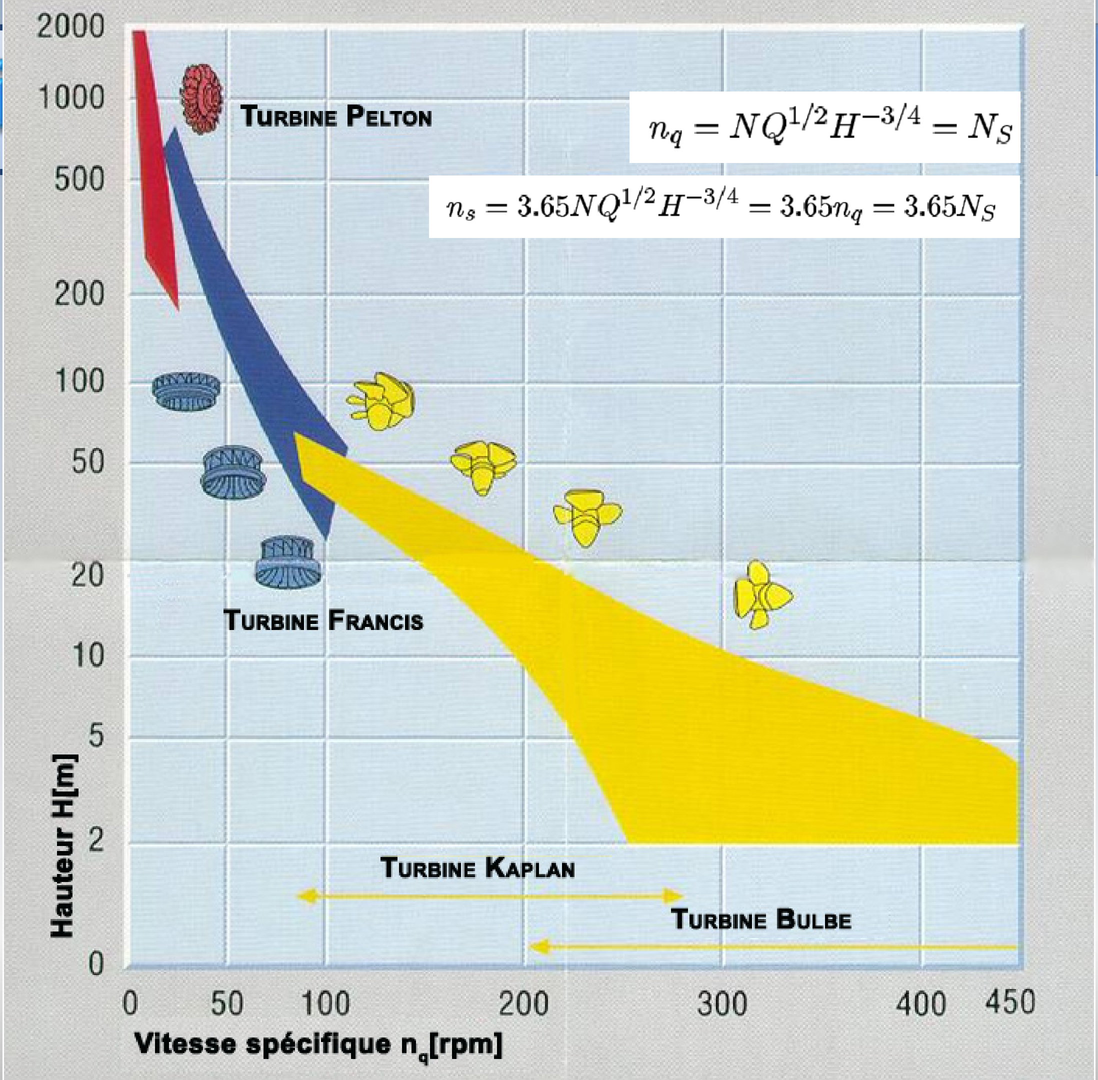


$$n_{11} = \frac{nD}{H^{1/2}} [RPM]$$

Colline normalisée

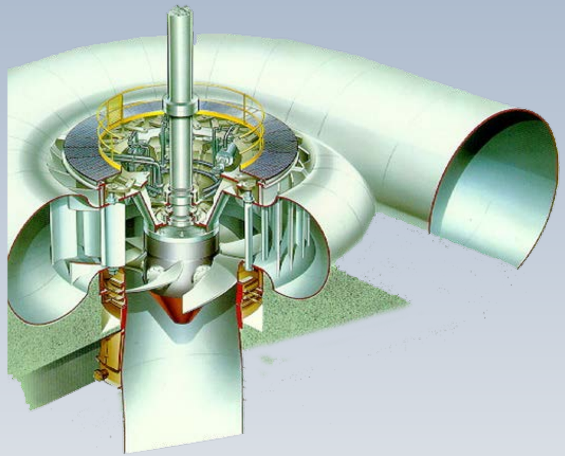


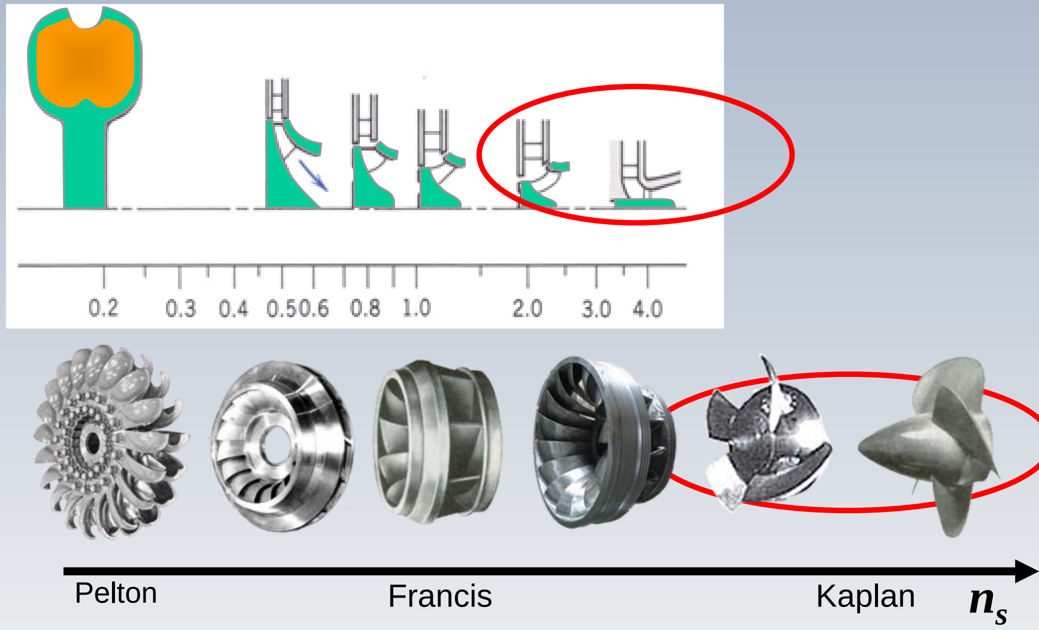
Carte uni



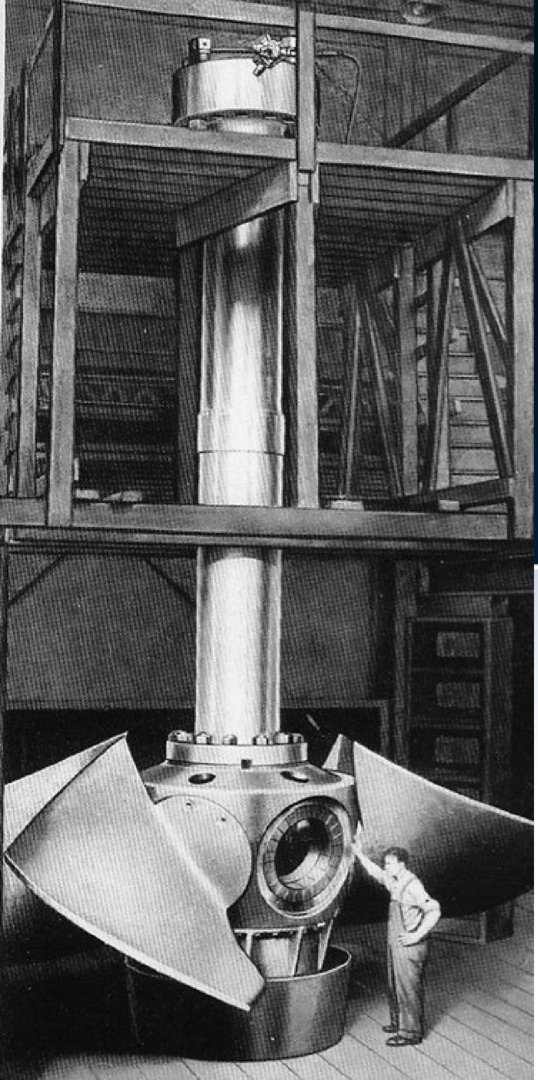
2000
1000
500
200
100
50
20
10
5
2
0
TURBINE PELTON
$n_q = NQ^{1/2}H^{-3/4} = N_S$
$n_s = 3.65NQ^{1/2}H^{-3/4} = 3.65n_q = 3.65N_S$
TURBINE FRANCIS
TURBINE KAPLAN
TURBINE BULBE
Hauteur H[m]
0
50
100
200
300
400
450
Vitesse spécifique n_q[rpm]

Turbine Kaplan





Turbine adéquate pour des faibles chutes et des débits élevés. Les valeurs de n_s sont élevés



PROBLÈMES

Exemple I

Pou une turbine Kaplan, on connait les variables réduites suivantes:

$$n_{11} = \frac{nD}{H^{1/2}} = 100, \qquad Q_{11} = \frac{Q}{D^2 H^{1/2}} = 18.75, \qquad P_{11} = \frac{\dot{W}}{D^2 H^{3/2}} = 6.25$$

On doit déterminer le diamètre $\boldsymbol{D}$ du rotor, le débit $\boldsymbol{Q}$ et la vitesse de rotation $\boldsymbol{n}$ d'une turbine **similaire** qui doit opérer sous un chute de $\boldsymbol{H = 20m}$ pour produire une puissance de $\boldsymbol{\dot{W} = 1500kW}$

$$P_{11} = \frac{\dot{W}_1}{D_1^2 H_1^{3/2}} = 6.25 = \frac{\dot{W}_2}{D_2^2 H_2^{3/2}} = \frac{1500}{\boldsymbol{D_2^2}(20)^{3/2}} \Rightarrow \boldsymbol{D_2 = 1.64m}$$

Exemple I

$n_{11} = 100, \quad Q_{11} = 18.75, \quad P_{11} = 6.25$

$$n_{11} = \frac{n_1 D_1}{H_1^{1/2}} = 100 = \frac{\boldsymbol{n_2} D_2}{H_2^{1/2}} = \frac{\boldsymbol{n_2} \times 1.64}{(20)^{1/2}} \Rightarrow \boldsymbol{n_2 = 273rpm}$$

$$Q_{11} = \frac{Q_1}{D_1^2 H_1^{1/2}} = 18.75 = \frac{Q_2}{D_2^2 H_2^{1/2}} = \frac{\boldsymbol{Q_2}}{(1.64)^2 \times (20)^{1/2}}$$

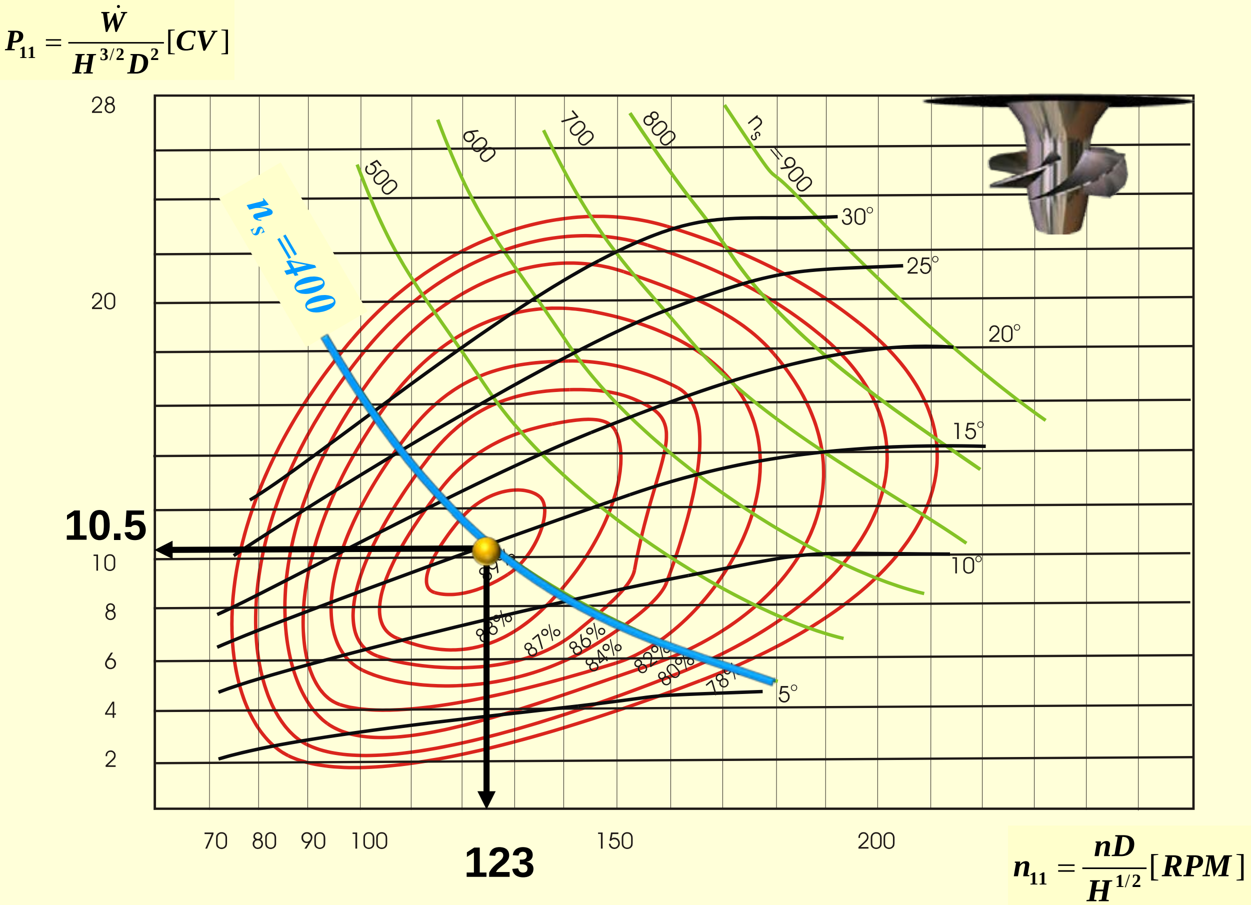
$$\Rightarrow \boldsymbol{Q_2 = 225\,(m^3/s)}$$

Exemple II

On doit trouver la vitesse de rotation $\boldsymbol{n}$ et le diamètre $\boldsymbol{D}$ du rotor pour une turbine Kaplan dans une installation dont la chute est de $\boldsymbol{H = 40m}$. La puissance cherchée et de $\boldsymbol{\dot{W} = 17800\ CV}$. La turbine opère au **point nominal,** ce qui permettra la lecture de 3 quantités à partir de la colline de rendement

Remarque
Aucune conversion d'unités n'est requise pour la puissance

Exemple II



$P_{11} = 10.5$

$n_{11} = 123\text{rpm}$

$n_s = 400\text{rpm}$

Exemple II

$n_{11} = 123 rpm, \quad n_s = 400 rpm, \quad P_{11} = 10.5$

n,D

H=40m

W=17800 CV

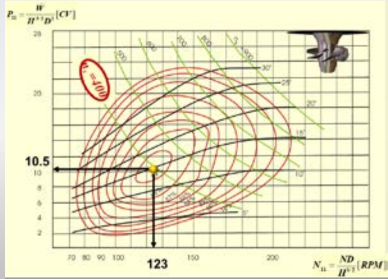
$$n_s = \frac{\boldsymbol{n}\dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}} \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{n} = \frac{n_s H^{5/4}}{\dot{W}^{1/2}}$$

$$\boldsymbol{n} = \frac{400 \times 40^{5/4}}{17800^{1/2}} = \mathbf{300}\, \boldsymbol{rpm}$$

De la colline à η_{max}

n_{11}**=123rpm**

$$n_{11} = \frac{n\boldsymbol{D}}{H^{1/2}}\, rpm \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{D} = \frac{n_{11} H^{1/2}}{n}$$



Exemple II

$n_{11} = 123 rpm, \quad n_s = 400 rpm, \quad P_{11} = 10.5$

n,D

H=40m

W=17800 CV

De la colline à η_{max}

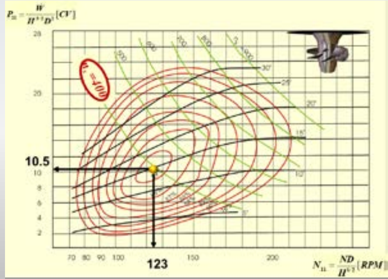
$$D = \frac{n_{11} H^{1/2}}{n} \Rightarrow D = \frac{123 \times 40^{1/2}}{300} = 2.59\ m$$

Alternative (vérification)

$$P_{11} = \frac{\dot{W}}{D^2 H^{3/2}} \qquad D^2 = \frac{\dot{W}}{P_{11} H^{3/2}} = \frac{17800}{10.5 \times 40^{3/2}} \Rightarrow D = 2.588\ m$$

De la colline à η_{max}

P_{11}=10.5

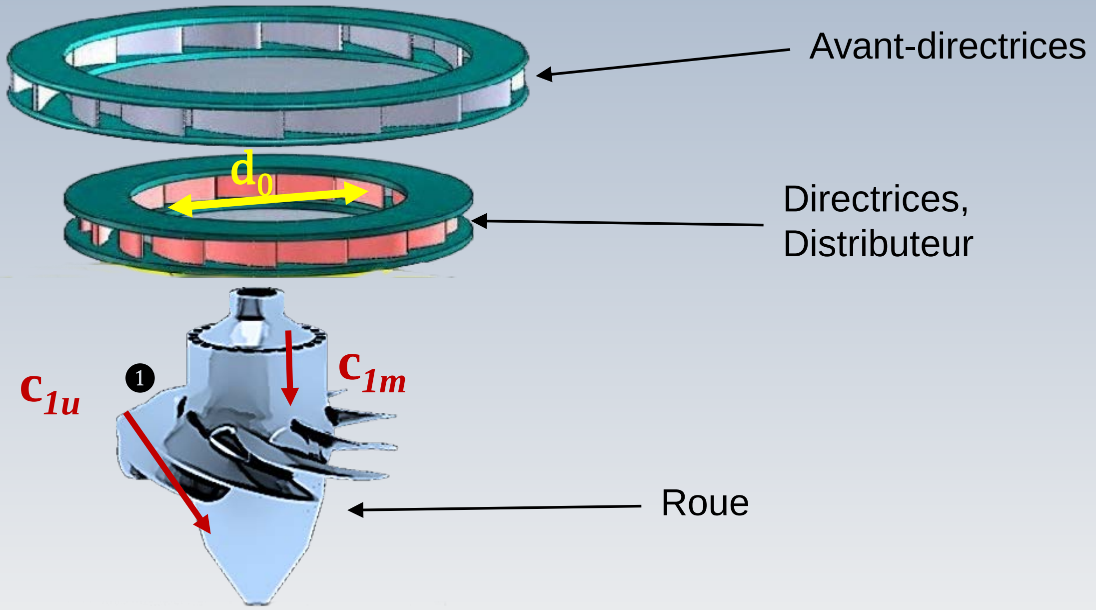


Exemple III

- Dans une turbine Kaplan de ***67700 kW (92234 CV)*** la chute est ***H=34m*** et le débit ***Q= 225 m³/s***. La hauteur du distributeur est ***B=1.8 m*** et le diamètre à la sortie de celui-ci est $d_0 = 6.15\ m$. Le diamètre du moyeu du rotor est ***d=2.9 m***.
- La vitesse absolue c_0 à la sortie du distributeur est à 45^0 par rapport à la direction périphérique. Supposez que **la composante méridionale** (normale) de la vitesse demeure constante dans le rotor $(c_{1m} = c_{2m})$
- Calculez
  - les vitesses c_{1u} à la racine (***R=1.45 m***), au milieu (***R=2.15 m***) et au sommet (***R=2.85 m***) de l'aube
  - la vitesse de rotation si $n_s = 460\ rpm$ **(W[CV], H[m])**
  - la vitesses c_{1m} (***<u>moyenne et cnste</u>***. pour les trois positions)
  - l'angle β_1 pour les trois niveaux indiqués

Exemple III

$c_{1u}, , c_{1m}, \beta_1$



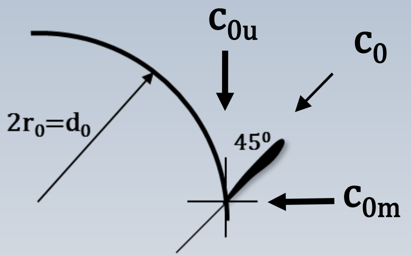
Remarque
Aucune conversion d'unités n'est requise pour la puissance

Exemple III

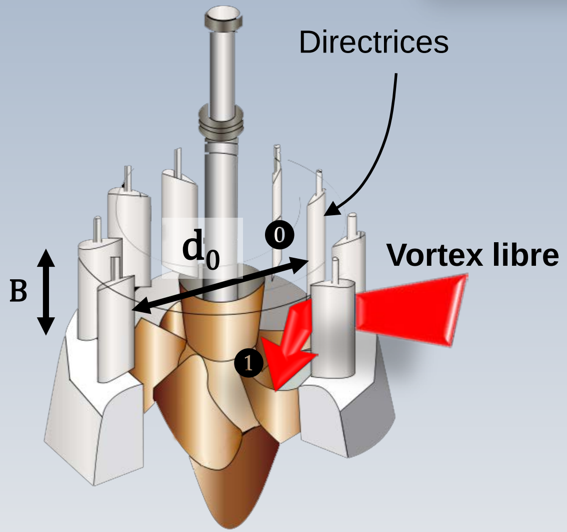
c_{1u}, c_{1m}, β_1

$$c_{0u} = c_0 \cos 45 = c_0 \sin 45 = c_{0m}$$

$$c_{0m} = \frac{Q}{\pi d_0 B}$$



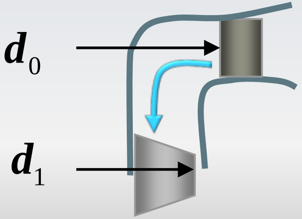
$$c_{0m} = \frac{225}{\pi \times 6.15 \times 1.8} = 6.2\, m/s$$

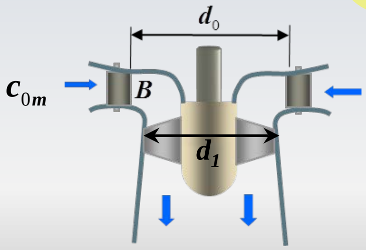


- W=92234 CV
- H=34 m
- n_s=460 rpm
- Q=225 m³/s
- d_0=6.15 m
- R_m=1.45 m
- R_c=2.15 m
- R_s =2.85 m
- B=1.8 m

$$\boxed{c_{0u} d_0 = c_{1u} d_1}$$

<u>Vortex libre</u>





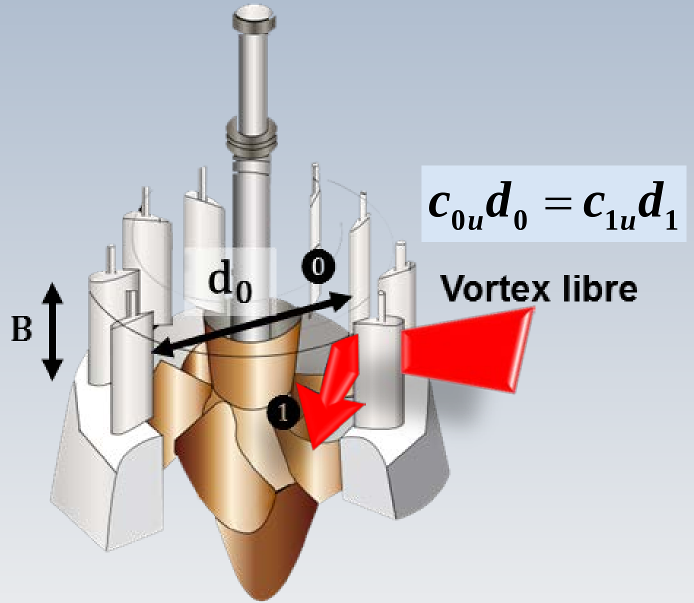
Exemple III

c_{1u}, c_{1m}, β_1

$$c_{0u} d_0 = c_{1u} d$$

$$c_{ou} d_0 = 6.2 \times 6.15 = 38.1 = cnste$$

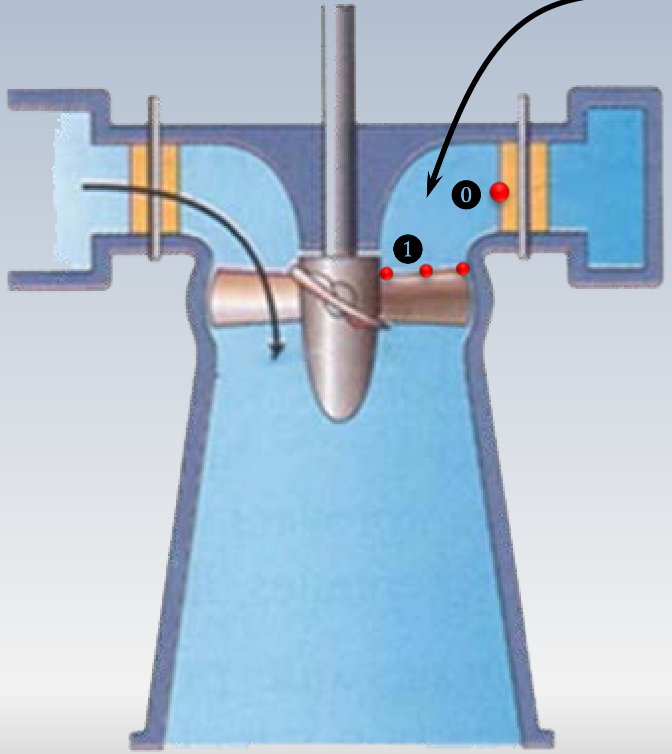
$$\boxed{c_{ou} d_0 = 38.1 = cnste.}$$

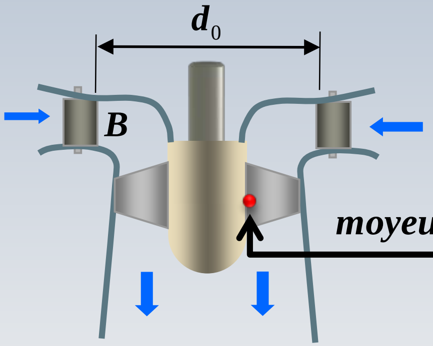


P=92234 CV
H=34 m
n_s=460 rpm
Q=225 m³/s
d_0=6.15 m
R_m=1.45 m
R_c=2.15 m
R_s =2.85 m
B=1.8 m

Exemple III

$$c_{0u}d_0 = c_{1u}d_1 = 38.1 = cnste$$

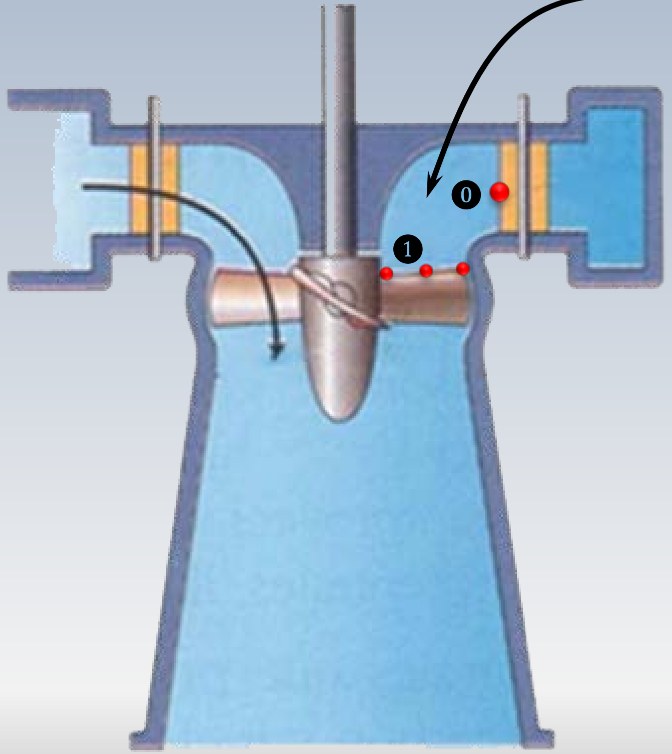




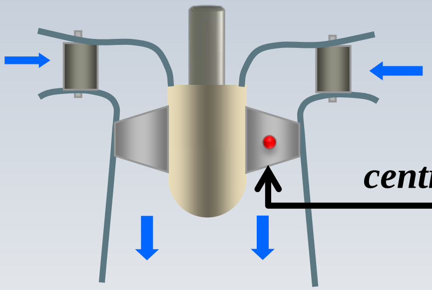
moyeu: d_{1m} =2.9 m

$$c_{1um} = \frac{38.1}{2.9} = 13.14\ m/s$$

Exemple III



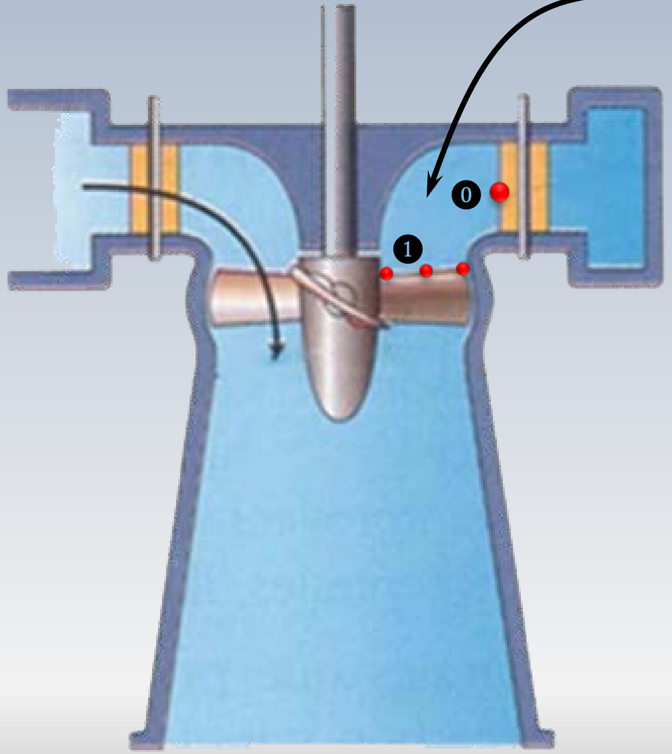
$$c_{0u} d_0 = c_{1u} d_1 = 38.1 = cnste$$



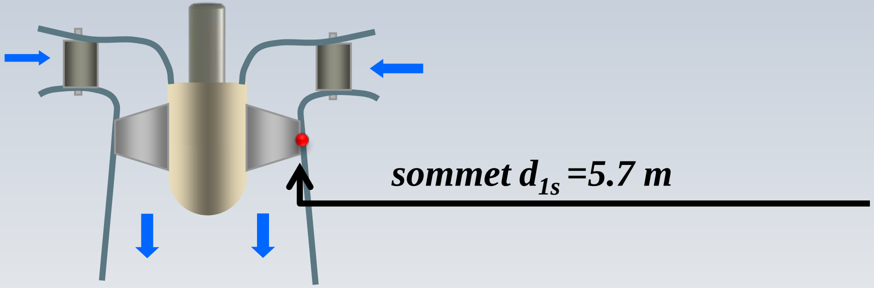
centre: d_{1c} =4.3 m

$$c_{1uc} = \frac{38.1}{4.3} = 8.85\, m/s$$

Exemple III



$$c_{0u}d_0 = c_{1u}d_1 = 38.1 = cnste$$

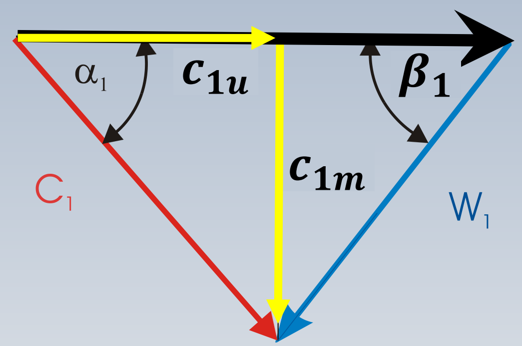


$$c_{1us} = \frac{38.1}{5.7} = 6.68\ m/s$$

Exemple III

$c_{1u}, c_{1m}\,?, \beta_1\,?$

$$\tan\beta_1 = \frac{c_{1m}}{U_1 - c_{1u}}$$



W=92234 CV

H=34 m

n_s=460 rpm

Q=225 m³/s

d_0=6.15 m

R_m=1.45 m

R_c=2.15 m

R_s =2.85 m

B=1.8 m

U_1 ?

$$n_s = \frac{n \times \sqrt{\dot{W}}}{H^{5/4}} \Rightarrow n = \frac{n_s \times H^{5/4}}{W^{1/2}}$$

$$n = \frac{460 \times 34^{5/4}}{92234^{1/2}} = 124.35\,rpm$$

$$U = \pi D N / 60 \Rightarrow$$

$$U_{1m} = 18.9\,m/s \quad U_{1c} = 28\,m/s \quad U_{1s} = 37.1\,m/s$$

D: d_{1m} =2.9 m d_{1c} =4.3 m d_{1s} =5.7 m

Exemple III

c_{1u}, c_{1m} ?, β_1 ?

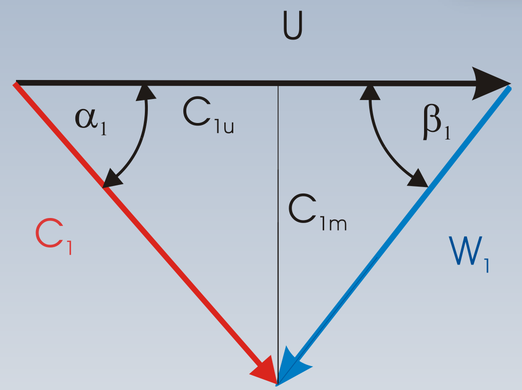
$$\tan\boldsymbol{\beta}_1 = \frac{c_{1m}}{U_1 - c_{1u}}$$

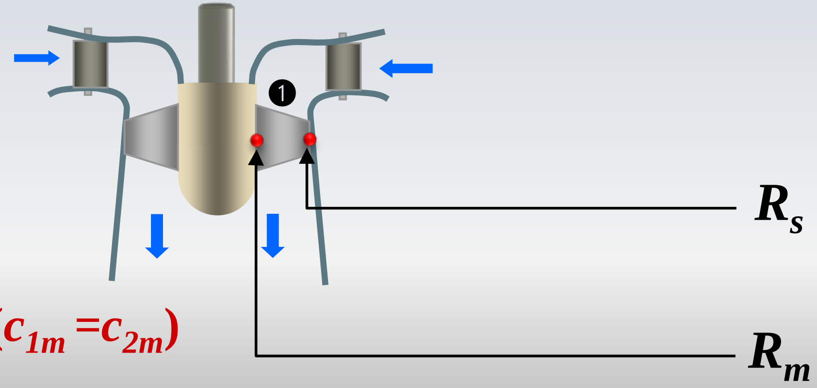
c_{1m} ?

$$c_{1m} = \frac{Q}{\pi(R_s^2 - R_{my}^2)} = c_{2m}$$

$$c_{1m} = \frac{225}{\pi(2.85^2 - 1.45^2)}$$

$$c_{1m} = 11.9\ m/s$$





W=92234 CV
H=34 m
n_s=460 rpm
Q=225 m^3/s
d_0=6.15 m
R_m=1.45 m
R_c=2.15 m
R_s =2.85 m
B=1.8 m

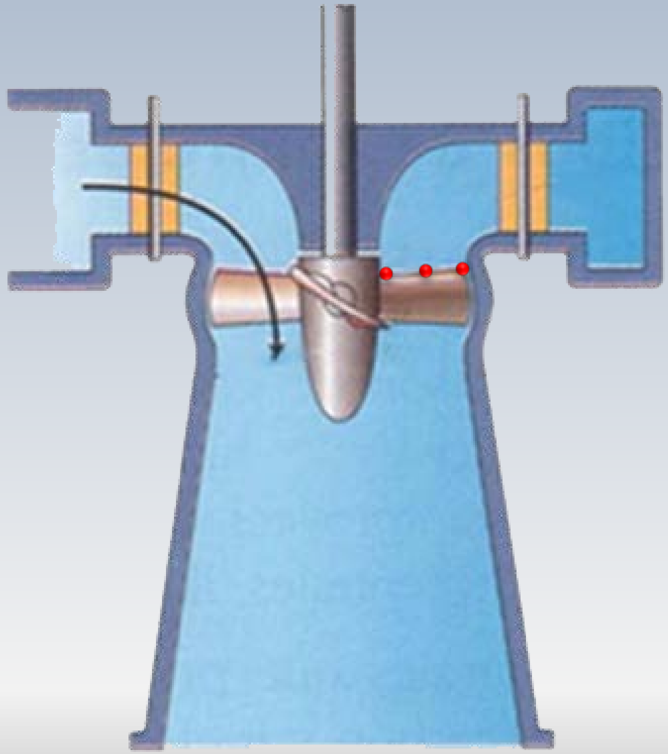
Exemple III

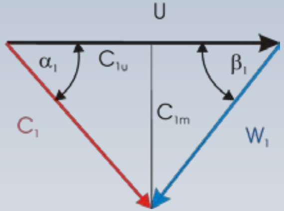
c_{1u}, c_{1m}, β_1 ?

$$U_{1m} = 18.9\,m/s \quad U_{1c} = 28\,m/s \quad U_{1s} = 37.1\,m/s$$

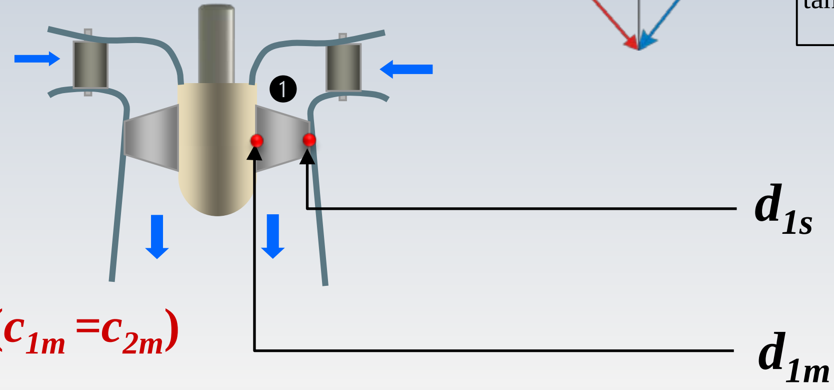
$$c_{1um} = 13.14\,m/s \quad c_{1uc} = 8.85\,m/s \quad c_{1us} = 6.68\,m/s$$

$$c_{1m} = 11.9\,m/s$$



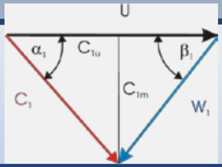


$$\tan\beta_1 = \frac{c_{1m}}{U_1 - c_{1u}}$$



$(c_{1m} = c_{2m})$

Exemple III



c_{1u}, c_{1m}, β_1 ?

$$\tan\beta_{1m} = \frac{c_{1m}}{U_{1m} - c_{1um}} = \frac{11.9}{18.9 - 13.14} = 1.19 \Rightarrow \beta_{1M} = 68.2^0$$

$$\tan\beta_{1c} = \frac{c_{1m}}{U_{1c} - c_{1uc}} = \frac{11.9}{28 - 8.85} = 0.433 \Rightarrow \beta_{1C} = 24.8^0$$

$$\tan\beta_{1s} = \frac{c_{1m}}{U_{1s} - c_{1us}} = \frac{11.9}{37.1 - 6.68} = 0.391 \Rightarrow \beta_{1S} = 21.4^0$$

W=92234 CV

H=34 m

n_s=460 rpm

Q=225 m^3/s

d_0=6.15 m

R_m=1.45 m

R_c=2.15 m

R_s =2.85 m

B=1.8 m

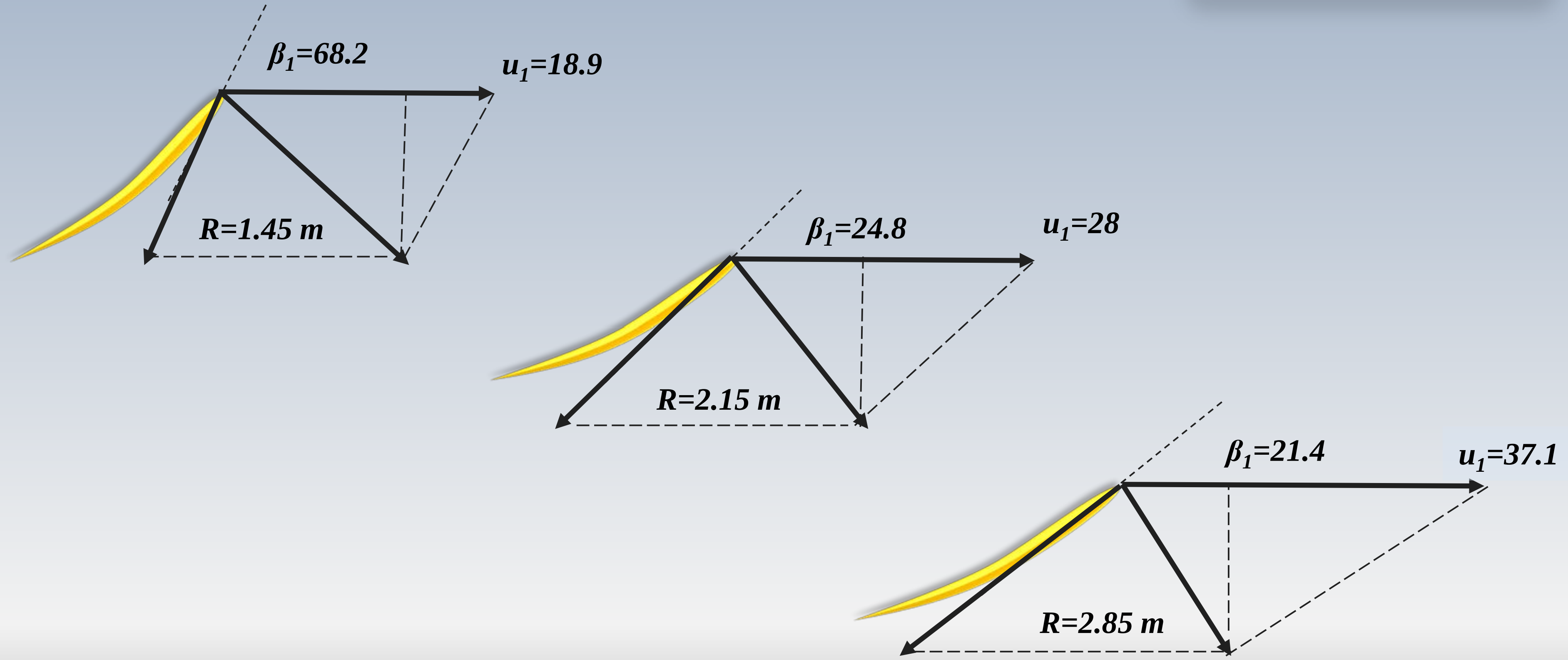
$U_{1m} = 18.9\, m/s \quad U_{1c} = 28\, m/s \quad U_{1s} = 37.1\, m/s$

$c_{1um} = 13.14\, m/s \quad c_{1uc} = 8.85\, m/s \quad c_{1us} = 6.68\, m/s$

$c_{1m} = 11.9\, m/s$

Exemple III

β_1

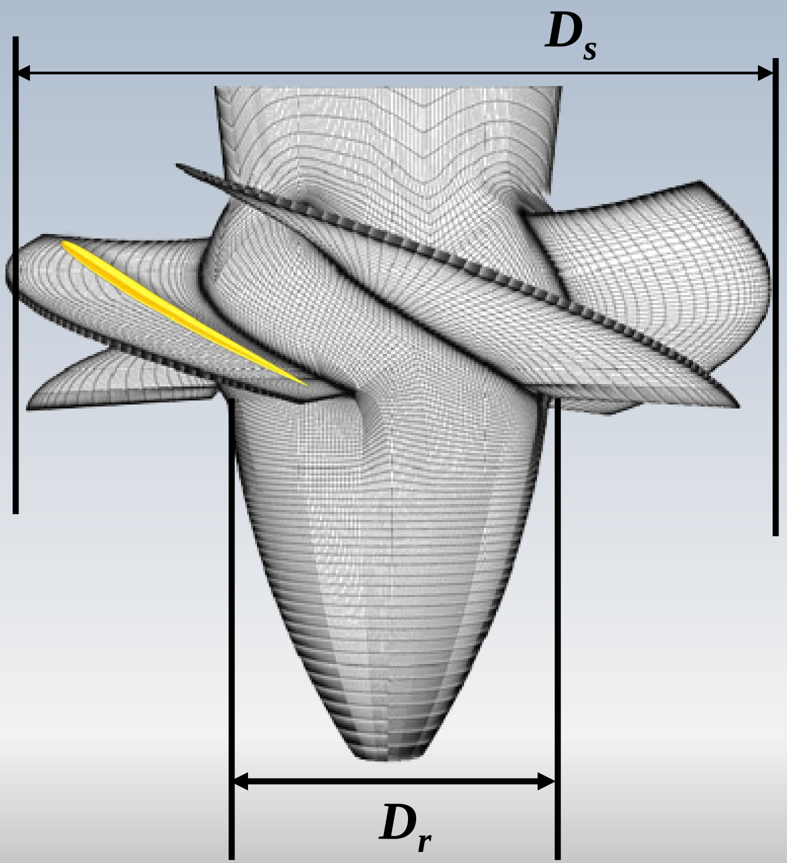


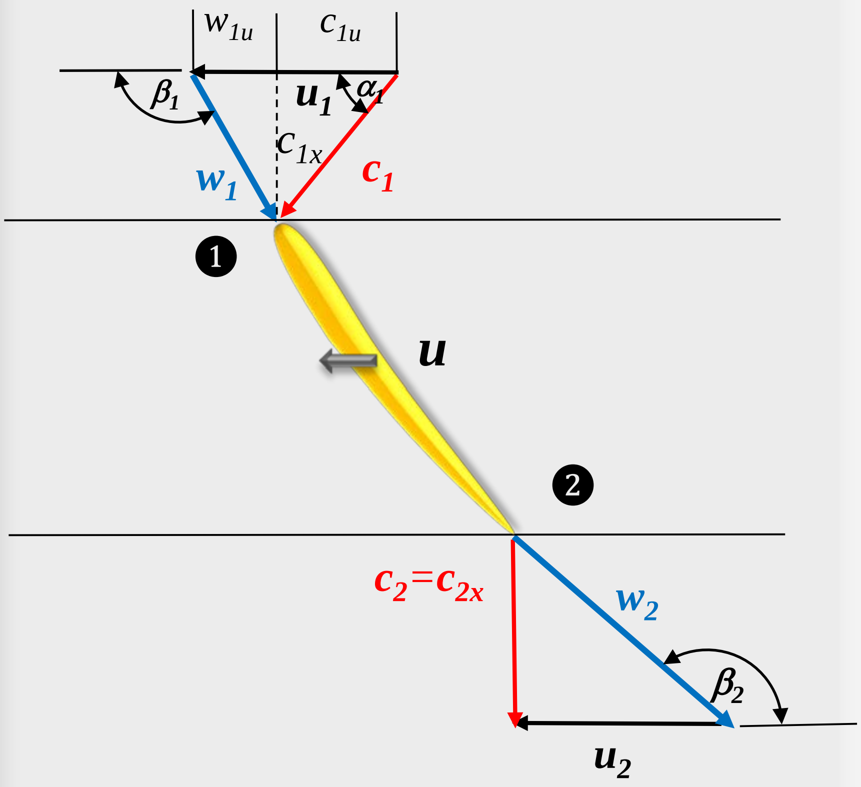
Exemple IV

Une installation hydroélectrique utilise une turbine ***Kaplan***. Les caractéristiques d'opération sont les suivantes: Puissance ***produite*** $\dot{W}_p = 16000\, kW, H = 20\, m,\ \eta_g = 0.8$ (***puiss. produite/puiss. disponible***), $\eta_h = 0.9$ (***puissance à l'arbre/puissance disponible***), $D_s = 4.2m$ (sommet de la pale), $D_r = 2m$ (racine de la pale), $N_s = 3rad$ (vitesse spécifique ***scientifique*** basée sur la $\dot{W}_p$).

L'écoulement à la sortie est ***purement axial*** $c_{2u} = 0!$

Exemple IV





Exemple IV

On doit déterminer

a) la ***vitesse de rotation*** en radians et en ***rpm***

b) le ***débit*** et la ***puissance à l'arbre***

c) la vitesse axiale $c_{1x} = c_{2x}$ (moyenne et constante!)

d) les composantes c_{1u}, w_{1u} au sommet et au moyeu du rotor

e) les angles et β_1, β_2, ***à l'entrée et à la sortie au moyeu et au sommet des pales***

$c_{2u} = 0$**! (*point d'opération nominal*)**

Exemple IV

N

a) La vitesse de rotation en [rad] et en [rpm]

Remarque: $\dot{W} = \dot{W}_p$

W_p = 16000 kW,
H=20 m,
η_g= 0.80 (P_p/P_{disp})
η_h= 0.90 (P_{arbre}/P_{disp})
D_s=4.2m (sommet)
D_m=2m (racine)
N_s =3 rad

$$N_s = \left(\frac{n\left(\frac{\dot{W}}{\rho g H}\right)^{1/2}}{(gH)^{3/4}} \right) = \left(\frac{n\dot{W}^{1/2}}{\rho^{1/2}(gH)^{5/4}} \right)$$

$$n = N_s \left(\frac{\rho^{1/2}(gH)^{5/4}}{\dot{W}^{1/2}} \right)$$

$$n = 3\left(\frac{1000}{16000\times 10^3} \right)^{1/2} (9.8\times 20)^{5/4}$$

$$n = 17.4 rad/s$$

$$N = \frac{60\times 17.4}{2\pi} = 166.15\, rpm$$

Exemple IV

Q, c_x

W_p = 16000 kW,
H=20 m,
η_g= 0.80 (P_p/P_{disp})
η_h= 0.90 (P_{arbre}/P_{disp})
D_s=4.2m (sommet)
D_m=2m (racine)
N_s =3 rad

b) le ***débit*** et la ***puissance à l'arbre***

$$\eta_g = \frac{\dot{W}_{produite}}{\dot{W}_{disponible}} = 0.80 \Rightarrow \dot{W}_{disponible} = \frac{\dot{W}_{produite}}{\eta_g} = \frac{16000}{0.80} = 20000\,kW$$

$$\dot{W}_{disponible} = \rho g Q H \Rightarrow Q = \frac{\dot{W}_{disponible}}{\rho g H} = \frac{20000\times10^3}{10^3\times9.8\times20} = 101.9\;m^3/s$$

$$\eta_h = \frac{\dot{W}_{arbre}}{\dot{W}_{disponible}} = 0.9 \Rightarrow \dot{W}_{arbre} = \eta_h \dot{W}_{disponible} = 0.9\times20000\;kW = 18000\;kW$$

Exemple IV

$c_{2u} = 0$

$c_x, \; c_{1u}, w_{1u}$

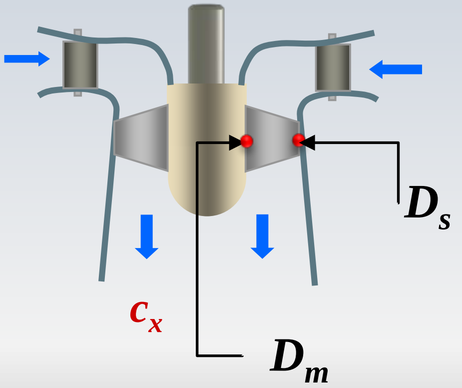
W_p = 16000 kW,
H=20 m,
η_g= 0.80 (P_p/P_{disp})
η_h= 0.90 (P_{arbre}/P_{disp})
D_s=4.2m (sommet)
D_m=2m (racine)
N_s =3 rad

c) la vitesse axiale c_x (moyenne et constante)

$$c_x = \frac{Q}{\pi(D_s^2 - D_r^2)/4} = \frac{101.9}{\pi(4.2^2 - 2^2)/4} = 9.51\, m/s$$

d) les composantes c_{1u}, w_{1u} au sommet et au moyeu du rotor

$$\dot{W}_{arbre} = \overset{\dot{m}}{\overbrace{\rho Q}}\left(c_{1u}U_1 - \underbrace{c_{2u}}_{c_{2u}=0}U_2\right) \Rightarrow \dot{W}_{arbre} = \rho Q c_{1u} U_1$$



$$c_{1u} = \frac{\dot{W}_{arbre}}{\rho Q U_1} = \frac{18000 \times 10^3}{1000 \times 101.9 \times U_1}$$

Exemple IV

$\boldsymbol{N = 17.4 rad/s}$

$\boldsymbol{c_{1u}, w_{1u}}$

$P_p = 16000\ kW,$
$H=20\ m,$
$\eta_g = 0.80$ (P_p/P_{disp})
$\eta_h = 0.90$ (P_{arbre}/P_{disp})
$D_s=4.2m$ (sommet)
$D_m=2m$ (racine)
$N_s = 3\ rad$

$$\boldsymbol{c_{1u}} = \frac{\dot{W}_{arbre}}{\rho Q U_1} = \frac{18000 \times 10^3}{1000 \times 101.9 \times \boldsymbol{U_1}}$$

Vitesse périphérique au <u>sommet</u> ($\boldsymbol{r_s = D_s/2}$)

$$U_{1s} = N \times D_s / 2 \quad = 17.41 \times 4.2/2 \ = \boldsymbol{36.6\, m/s}$$

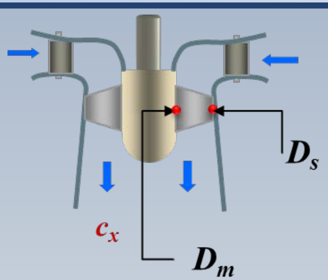
$$c_{1us} = \frac{18000 \times 10^3}{1000 \times 101.9 \times 36.6} = \boldsymbol{4.8\, m/s}$$

Exemple IV

$U_{1s} = 36.6 m/s, \quad c_{1us} = 4.8 m/s, \quad c_{1x} = 9.51 m/s$

c_{1u}, w_{1u}

Angle β_1



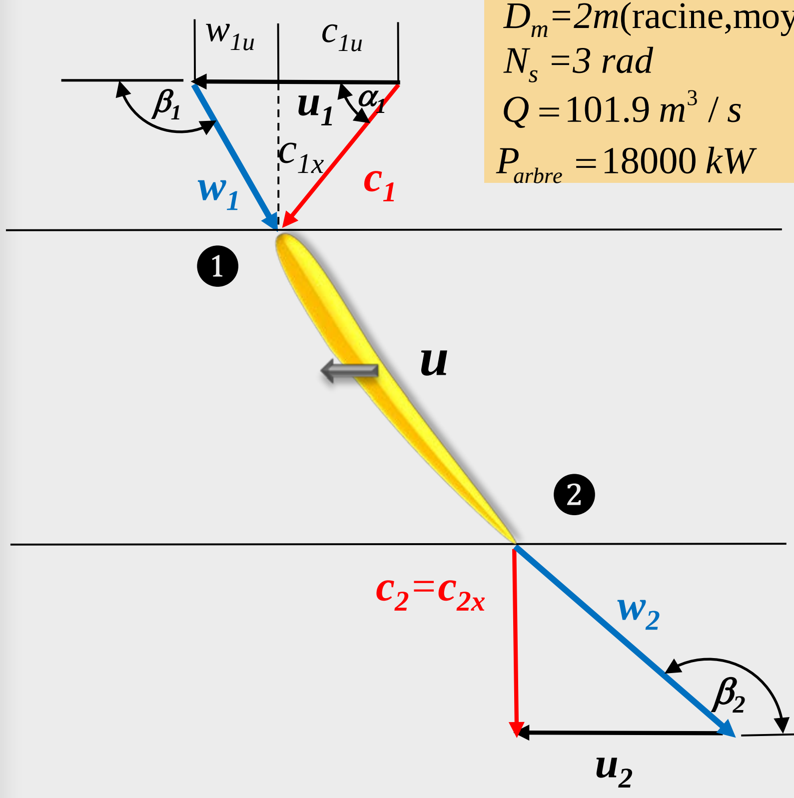
D_s=4.2m (sommet)
D_m=2m(racine,moyeu)
N_s =3 rad
$Q = 101.9\ m^3/s$
$P_{arbre} = 18000\ kW$

Au sommet $r_s = D_s/2 = 2.1m$

$$w_{1us} = U_{1s} - c_{1us} = 36.6 - 4.8$$
$$= 31.8\ m/s$$

$$\tan(180 - \beta_1) = \frac{c_{1x}}{w_{1us}} = \frac{9.51}{31.8}$$

$\beta_{1s} = 163.4^0$

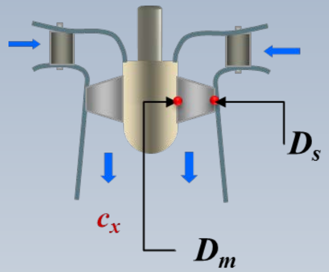


Exemple IV

$N = 17.4 rad/s$

c_{1u}, w_{1u}

Angle β_1



Au moyeu $r_m = D_m/2 = 1m$

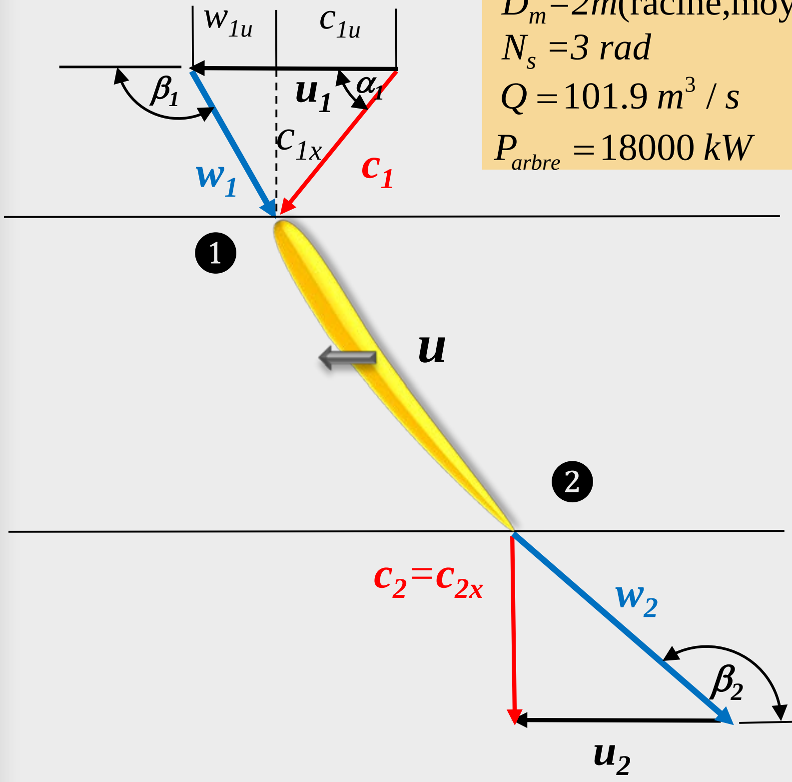
$$U_{1m} = N \times D_{1m} / 2 = 17.41 \times 1 = \mathbf{17.41\, m/s}$$

$$c_{1um} = \frac{\dot{W}_{arbre}}{\rho Q U_{1m}} = \frac{18000 \times 10^3}{1000 \times 101.9 \times U_{1m}}$$

$U_{1m} = 17.41 m/s$

$$c_{1um} = 10.15\ m/s$$

$D_s = 4.2m$ (sommet)
$D_m = 2m$(racine,moyeu)
$N_s = 3\ rad$
$Q = 101.9\ m^3/s$
$P_{arbre} = 18000\ kW$



Exemple IV

$U_{1M} = 17.41 m/s, \quad c_{1um} = 10.15 m/s, \quad c_{1x} = 9.51 m/s$

β_1

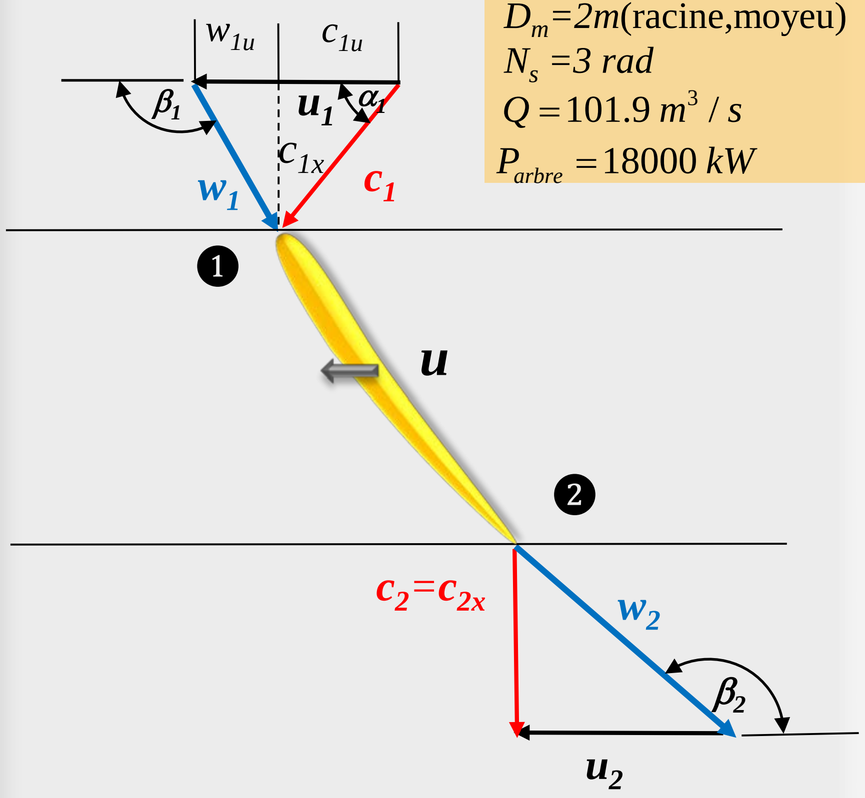
Angle β_1

$$w_{1um} = U_{1m} - c_{1um} = 17.41 - 10.15$$
$$= 7.26\ m/s$$

$$\tan(180 - \beta_1) = \frac{c_{1x}}{w_{1um}} = \frac{9.51}{7.26}$$

$$\beta_{1m} = 127.6^0$$

D_s=4.2m (sommet)
D_m=2m(racine,moyeu)
N_s =3 rad
$Q = 101.9\ m^3/s$
$P_{arbre} = 18000\ kW$



Exemple IV

β_2

Angle β_2

<u>Au sommet</u> r_m=2.1m, U_m=36.6 m/s

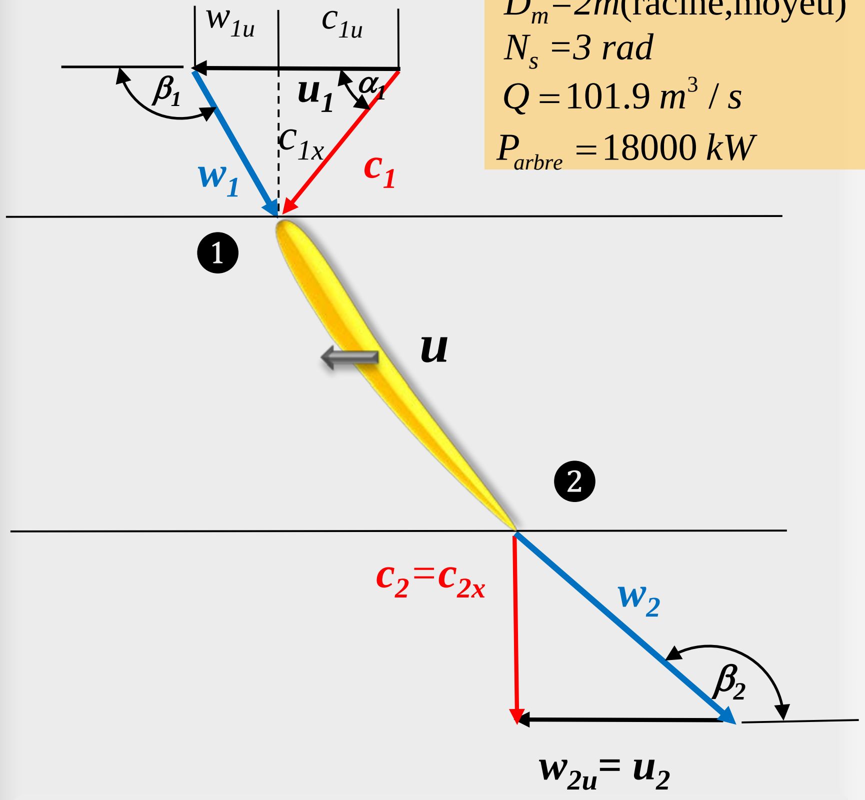
$$w_{2us} = U_{2s} = U_{1s} = 36.6\ m/s$$

$$c_{2x} = c_{1x} = 9.51\ m/s$$

$$\tan(180 - \beta_2) = \frac{c_{2x}}{w_{2us}} = \frac{9.51}{36.6}$$

$$\beta_{2s} = 165.5^0$$

D_s=4.2m (sommet)
D_m=2m(racine,moyeu)
N_s =3 rad
$Q = 101.9\ m^3/s$
$P_{arbre} = 18000\ kW$



Exemple IV

Angle β_2

<u>Au moyeu</u> r_m**=1m,** U_m**=17.41 m/s**

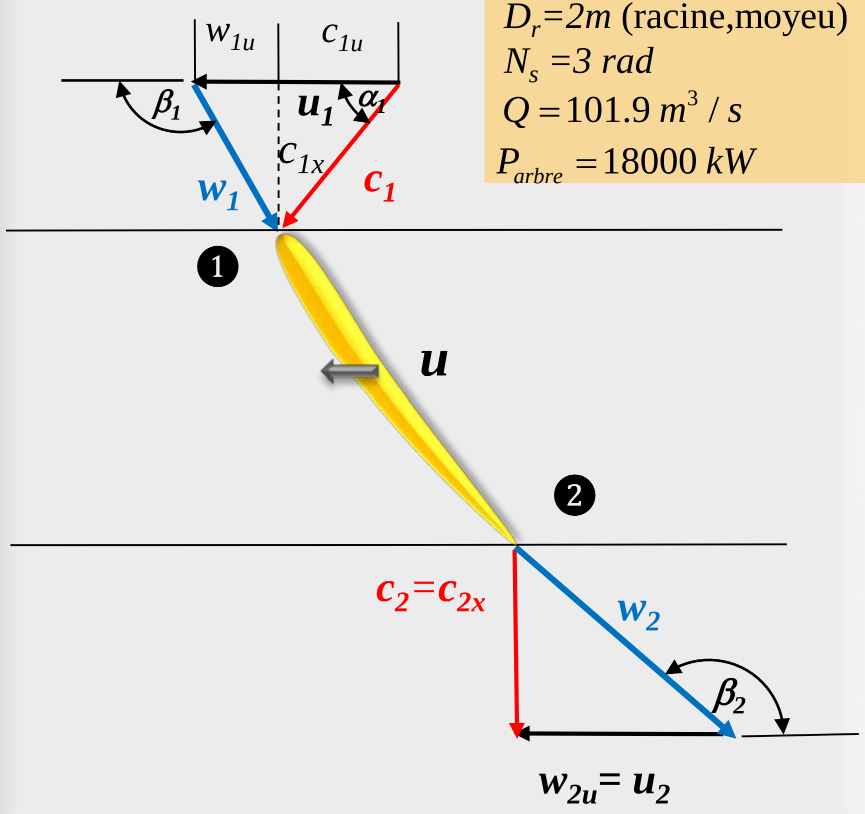
$$w_{2um} = U_{2m} = U_{1m} = 17.41\, m/s$$

$$c_{2x} = c_{1x} = 9.51\, m/s$$

$$\tan(180 - \beta_2) = \frac{c_{2x}}{w_{2um}} = \frac{9.51}{17.41}$$

$$\beta_{2m} = 151.4^0$$

D_s=4.2m (sommet)
D_r=2m (racine,moyeu)
N_s =3 rad
$Q = 101.9\, m^3/s$
$P_{arbre} = 18000\, kW$



Exemple V

On dispose d'une chute de **H=25m** et d'un débit de **Q=350 m³/s**. On doit estimer le nombre minimale de turbines (toutes égales) qu'on doit installer si l'on choisi:

a) des turbines Francis dont la vitesse spécifique ne doit pas être supérieure à $\mathbf{n_s = 280}$

b) des turbines Kaplan dont la vitesse spécifique ne doit pas être supérieure à $\mathbf{n_s = 750}$.

On considère que les deux types de turbines tourneront à **N=175 rpm** et que leur rendement sera de **η=85%**

$$n_s = \frac{n \times \sqrt{\dot{W}}}{H^{5/4}}$$

Exemple V

(n_s= 3.65n_q)

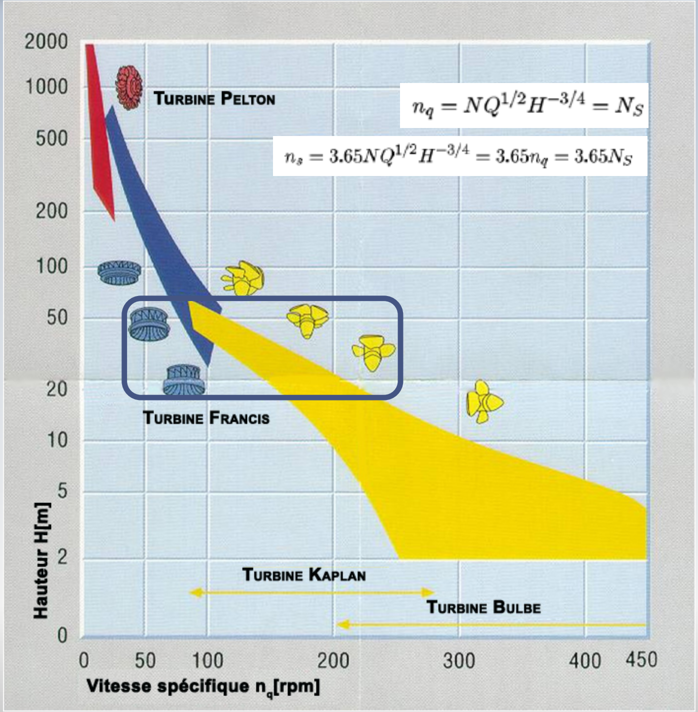
a) n_q ~75 b) n_q ~205

H=25m, Q=350 m³/s, n=175 rpm, η=85%, a) n_s =280 b) n_s =750.

$$n_s = \frac{n \times \sqrt{\dot{W}}}{H^{5/4}} \Rightarrow \dot{W} = \frac{H^{5/2} \times n_s^2}{n^2}$$

$$\dot{W} = \begin{cases} 8000\, kW & (n_s = 280 \quad Francis) \\ 57398\, kW & (n_s = 750 \quad Kaplan) \end{cases}$$

$$\dot{W}_T = \eta \rho g Q H$$



Pour ce problème on peut se positionner sur la carte si l'on utilise $n_s = 3.65\, n_q$

Exemple V

H=25m, Q=350 m^3/s, n=175 rpm, η=85%, a) n_s =280 b) n_s =750.

$$\dot{W}_T = \eta \rho g Q H$$

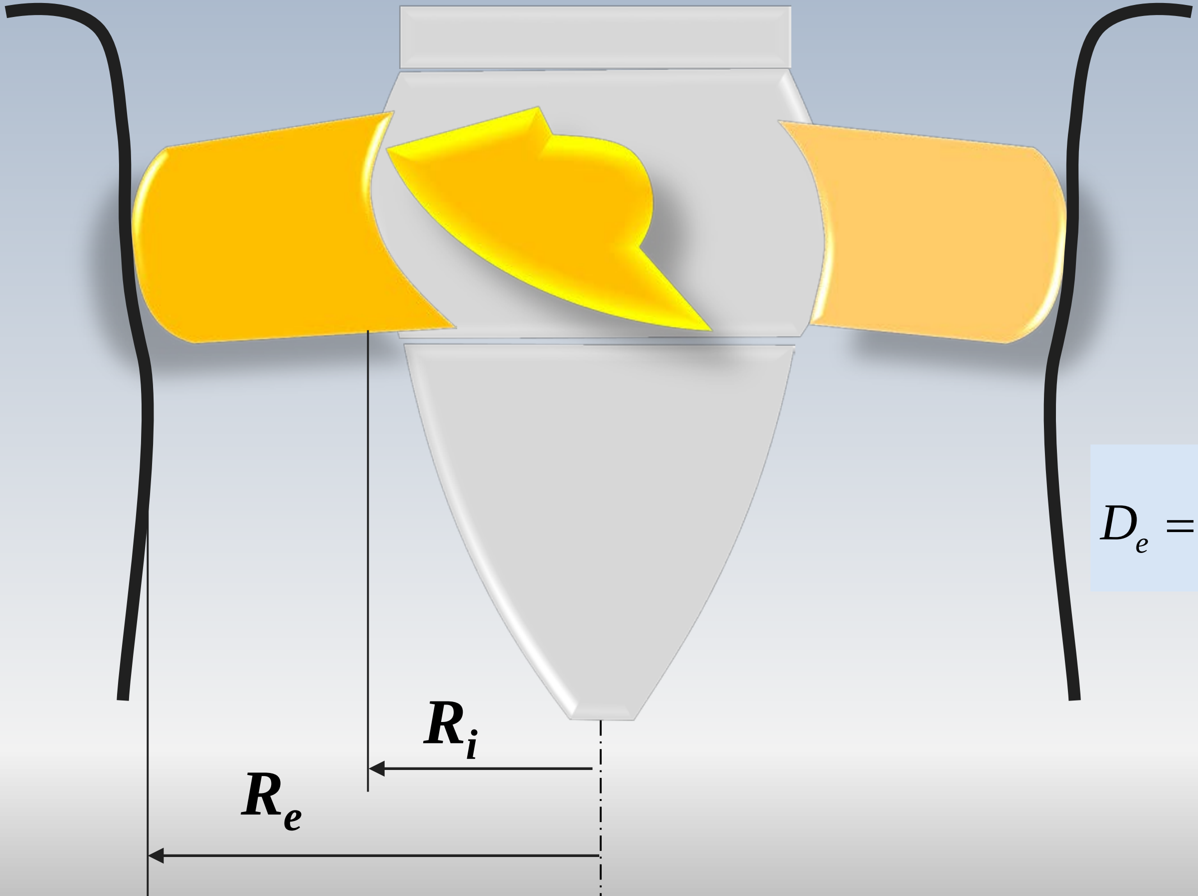
$$\dot{W} = \begin{cases} 8000\ kW & (n_s = 280 \quad Francis) \\ 57398\ kW & (n_s = 750 \quad Kaplan) \end{cases}$$

$$\dot{W}_T = 0.85 \times 9810 \times 350 \times 25 = 72962 \times 10^3\ Watt$$

$$Nb(Francis) = \frac{72962}{8000} \approx 9$$

$$Nb(Kaplan) = \frac{72962}{57398} \approx 1$$

Relations empiriques



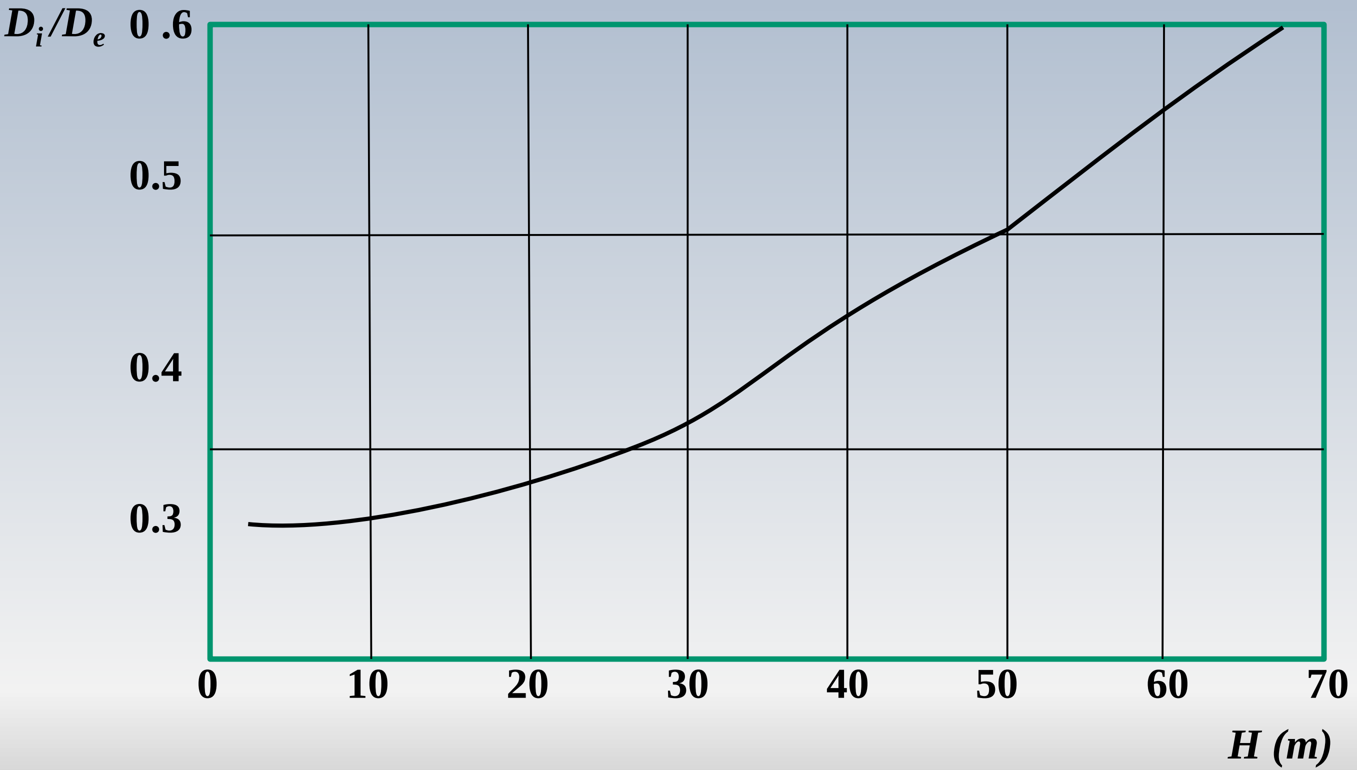
$$N_s = \frac{N\sqrt{Q}}{\left(gH\right)^{3/4}}, \quad \Leftarrow \quad N\left(\frac{1}{s}\right)$$

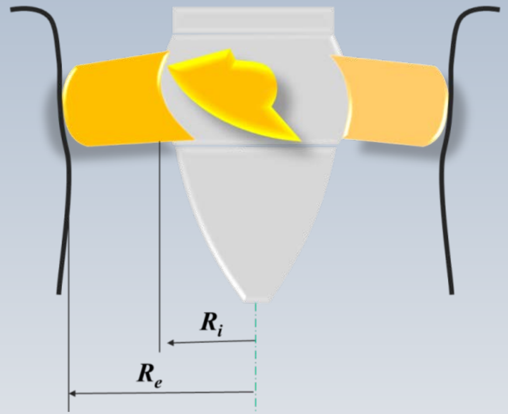
$$D_i = \left(0.25 + \frac{0.0951}{N_s}\right) D_e$$

$$D_e = 84.5(0.79 + 1.602 N_s)\frac{\sqrt{H}}{60N}$$

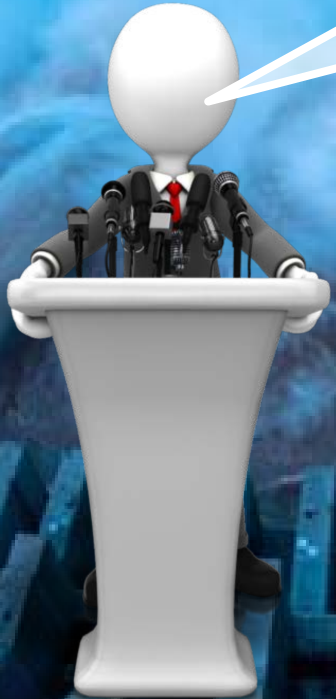
$$H[m], N\left(\frac{1}{s}\right), N_s(adim)$$

Relations empiriques





À venir



À venir:
La turbine Pelton

En Californie la fièvre de l'or...