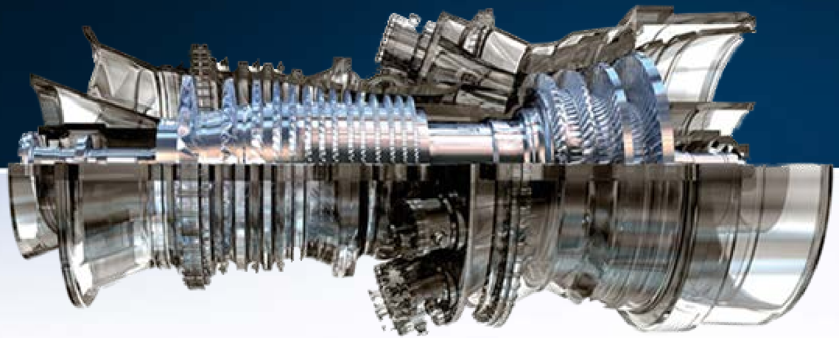
Production de puissance



NRJ EN ROTATION

Introduction

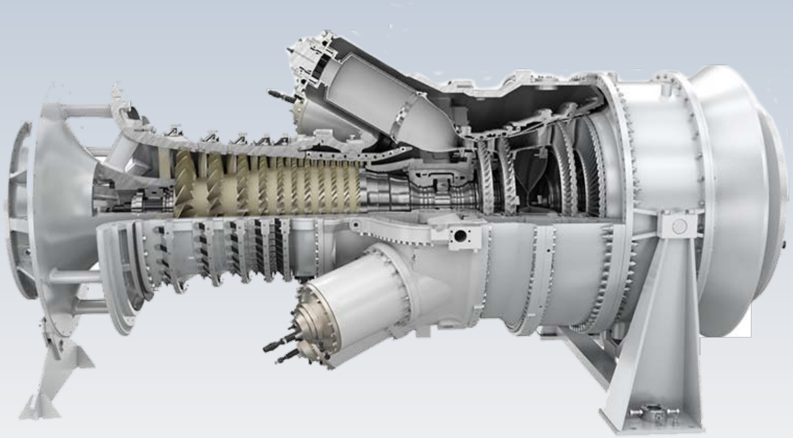
Dans cette section nous regarderons la théorie de base associée aux cycles classiques des turbines à gaz utilisés dans le domaine de la génération de puissance

OBJECTIFS

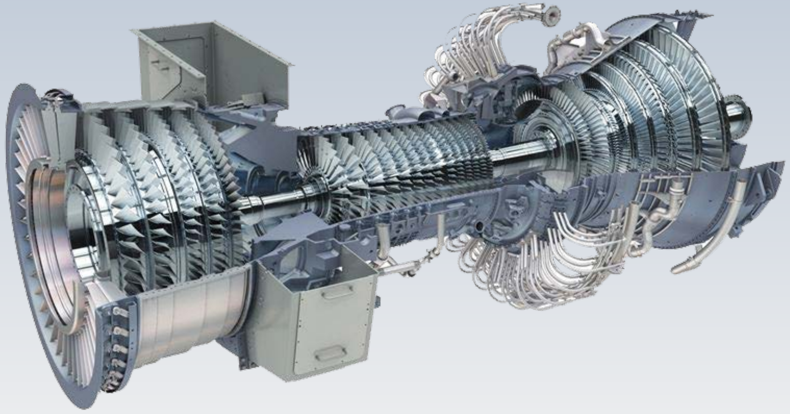
- Revoir le cycle idéal de Brayton dans les TG
- Trouver les rapports de températures (compresseur et turbine) qui maximisent le travail produit par un cycle idéal
- Présenter une formule simple pour le calcul du η d'un cycle réel
- Regarder des modifications du cycle de réel pour accroitre le η
- Présenter des agencements d'arbres concentriques et séparés)

Types de turbines

Dans le domaine de génération de puissance on distingue deux types de turbines à gaz: aérodérivées et industrielles pures



SGT-400 industrielle



GE LM6000 aérodérivée

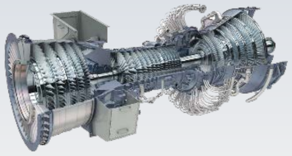
Types de turbines

Alliages minces et légers, matériaux couteux

Accélération rapide associée à un faible moment d'inertie.

Chambre de combustion compacte et optimisée pour un seul carburant

Entretien plus fréquent



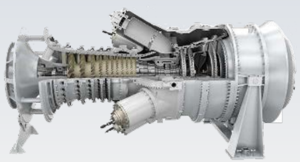
Aérodérivée

Matériaux plus économiques, mais plus épais.

Accélération lente due à un plus grand moment d'inertie

Chambre de combustion sans contraintes d'espace et permet l'utilisation de différents carburants

Ces machines requièrent moins d'entretien

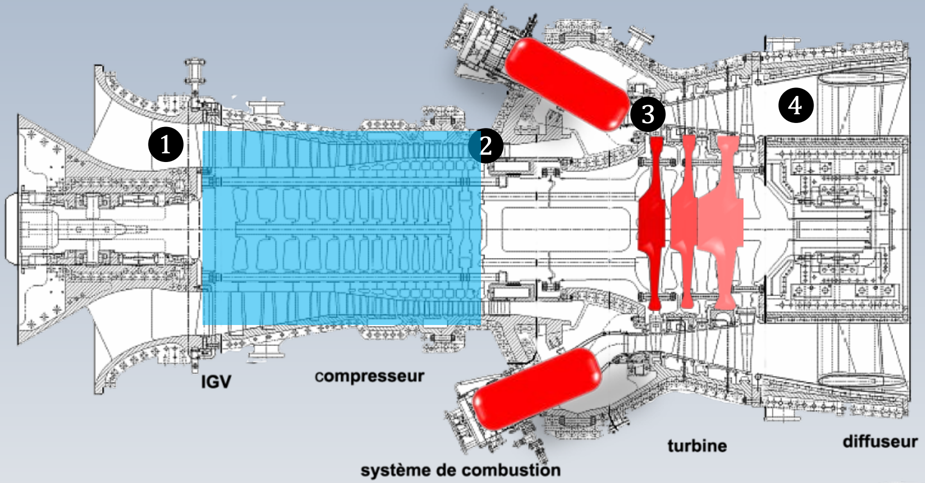


Industrielle

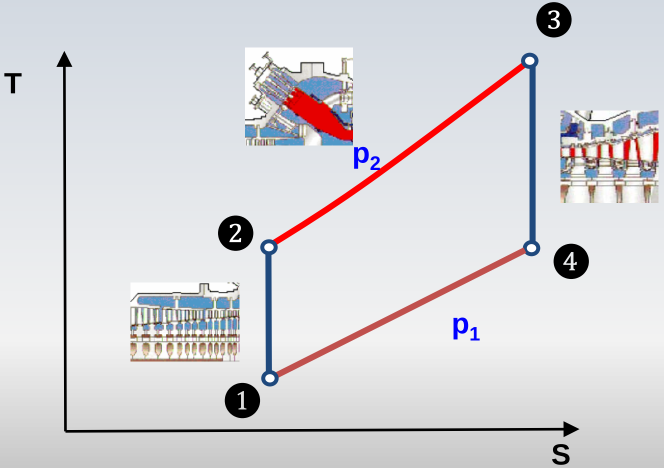
Le cycle idéal

Pour débuter l’étude des cycles des turbines à gaz dans l’optique de génération de puissance (production d’électricité), il est convenable de rependre le cycle théorique de Brayton qui fournit le portait thermodynamique d’une turbine à gaz élémentaire

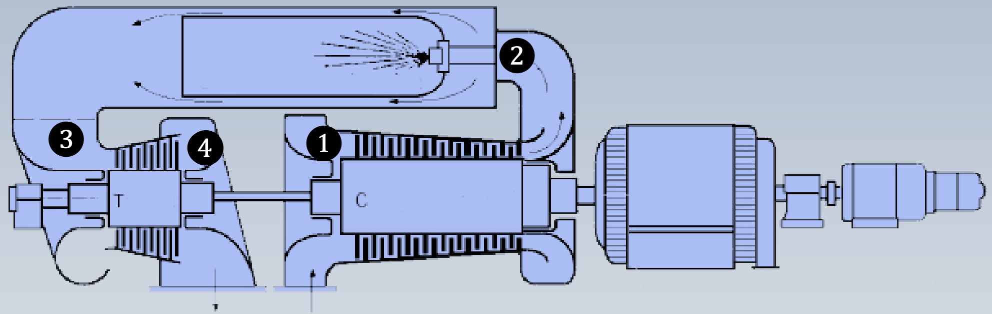
Cycle idéal de G.Brayton

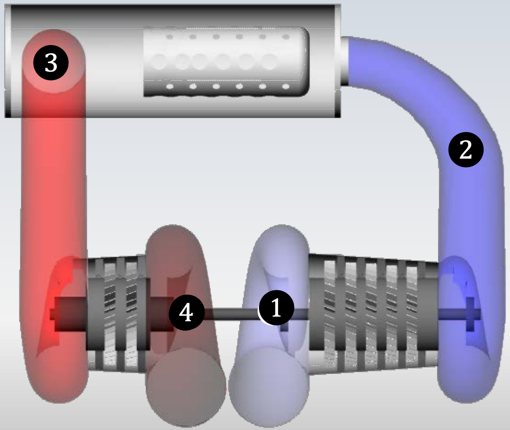


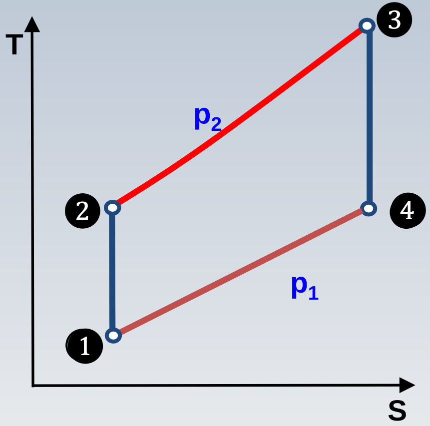
George Brayton (1830-1892): Ingénieur mécanicien né aux États-Unis



Cycle idéal



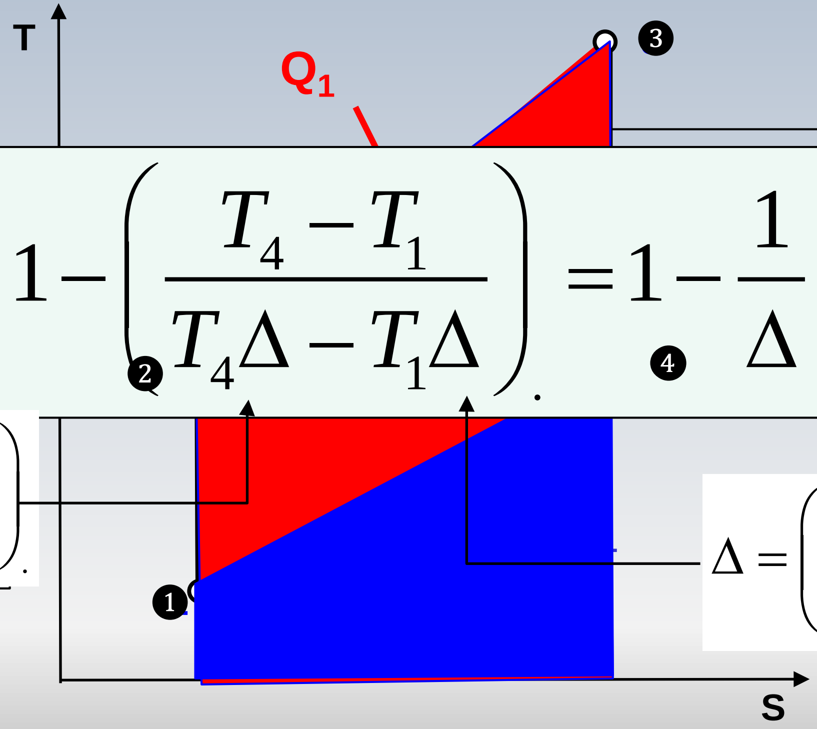




Cycle idéal et Δ

$$\eta = \frac{c_p(T_3 - T_4) - c_p(T_2 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}.$$



$$\eta = 1 - \left(\frac{T_4 - T_1}{T_4\Delta - T_1\Delta}\right). = 1 - \frac{1}{\Delta}$$

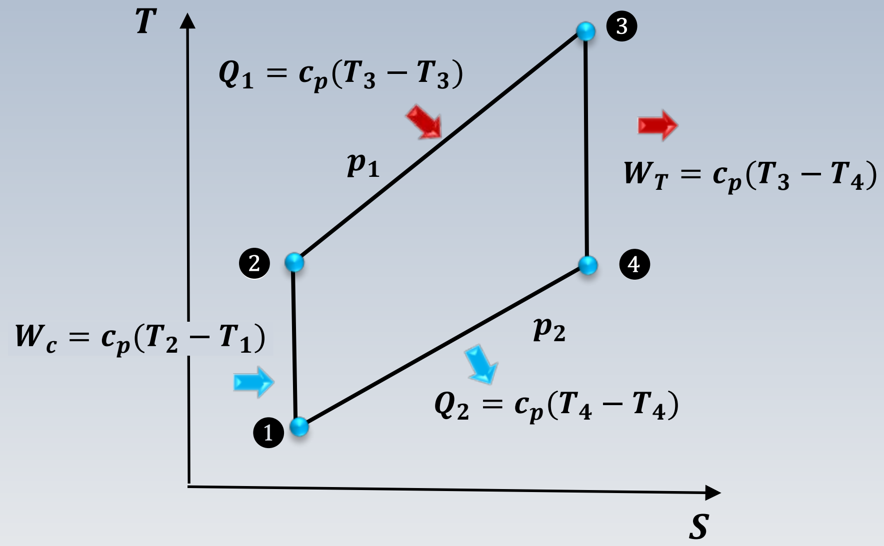
$$\ldots\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right). = \left(\frac{p}{p}\ldots\right.$$

$$\Delta = \left(\frac{T_3}{T_4}\right).$$

$$\Delta = \left(\frac{T_2}{T_1}\right).$$

Cycle idéal résumé



$$\eta = \frac{c_p(T_3 - T_4) - c_p(T_2 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)}$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{1}{\Delta}}$$

Définitions

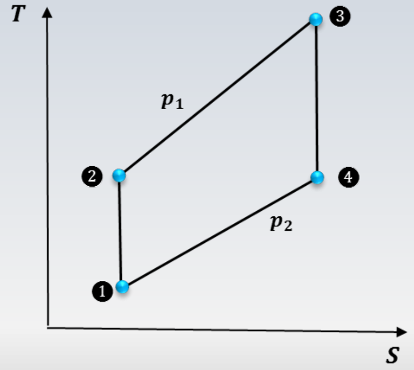
$$\Delta = \left(\frac{T_3}{T_{4s}}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \qquad \Delta = \left(\frac{T_{2s}}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \qquad \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

Formules compactes (c_p =cnste)

Il est pratique d'exprimer le travail ainsi que le rendement d'un cycle en fonction de paramètres clés comme le rapport de compression (expansion) et le rapport entre la température maximale et celle à l'entrée. Notamment:

$$\Delta = \left(\frac{T_3}{T_{4s}}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{T_{2s}}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$



Cycle idéal

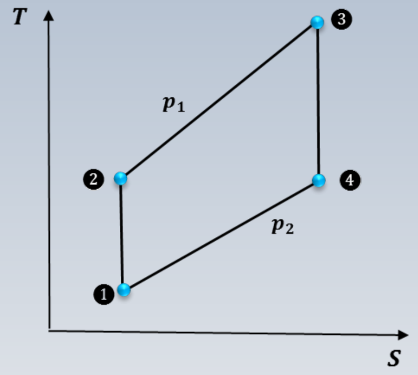
$$\left(\frac{T_3}{T_{4s}}\right)=\left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}=\Delta \quad \left(\frac{T_{2s}}{T_1}\right)=\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}=\Delta \quad \left(\frac{T_3}{T_1}\right)=\Phi$$

$$Q=c_p\left(T_3-T_{2s}\right) = c_p\left(\left(\frac{T_3}{T_1}\right)T_1-\left(\frac{T_{2s}}{T_1}\right)T_1\right)$$

$$Q=c_pT_1\left(\Phi-\Delta\right)$$

$$W_{Ts}=c_pT_1\left(\frac{T_3}{T_1}-\frac{T_{4s}}{T_1}\right) = c_pT_1\left(\frac{T_3}{T_1}-\frac{T_3/T_1}{T_3/T_{4s}}\right)$$

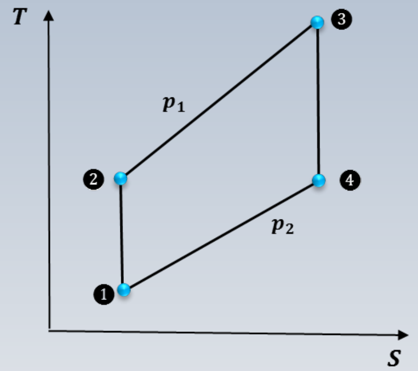
$$W_{Ts}=c_pT_1\left(\Phi-\frac{\Phi}{\Delta}\right)=c_pT_1\Phi\left(\frac{\Delta-1}{\Delta}\right)$$



Cycle idéal

$$\left(\frac{T_3}{T_{4s}}\right)=\left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}=\Delta \quad \left(\frac{T_{2s}}{T_1}\right)=\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}=\Delta \quad \Phi=\left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

$$W_{Ts}=c_pT_1\left(\Phi-\frac{\Phi}{\Delta}\right)=c_pT_1\Phi\left(\frac{\Delta-1}{\Delta}\right)$$



$$W_{Cs}=c_pT_1\left(\frac{T_{2s}}{T_1}-1\right)=c_pT_1(\Delta-1)$$

$$W_{Cs}=c_pT_1(\Delta-1)$$

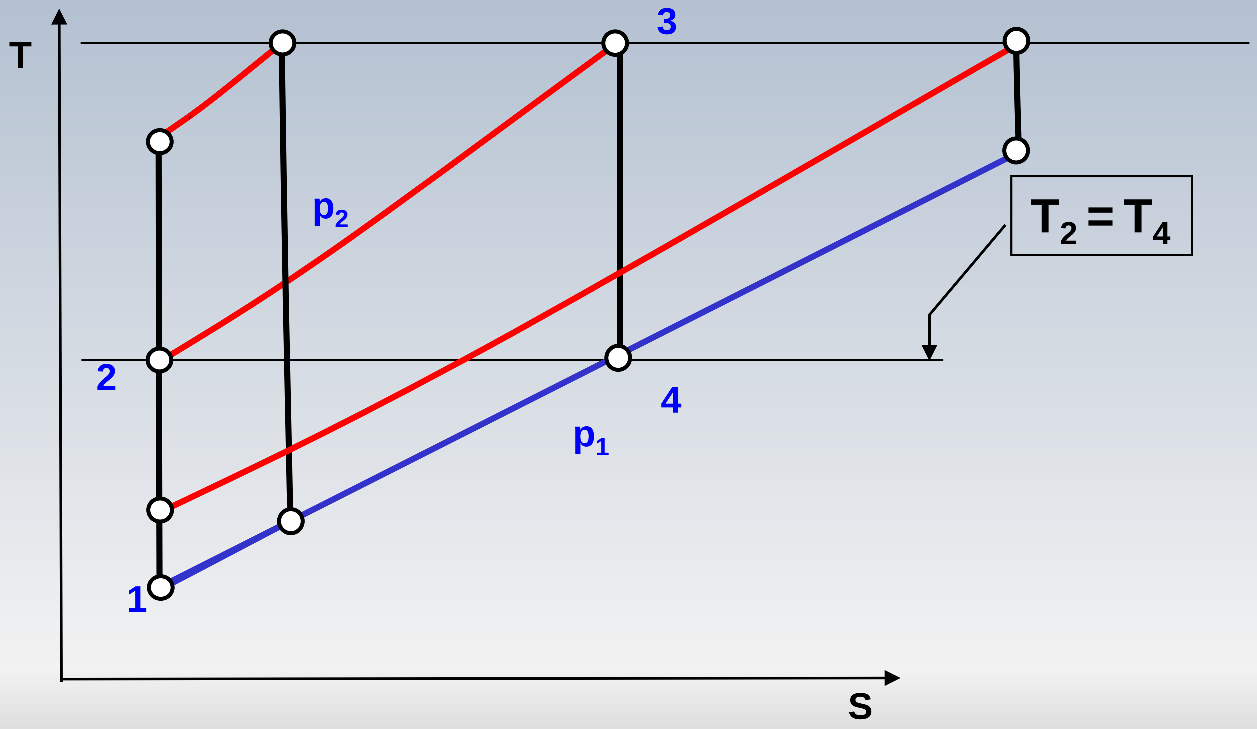
$$W_{es}=W_{Ts}-W_{Cs}$$

$$W_{es}=c_pT_1\left(\Phi\left(\frac{\Delta-1}{\Delta}\right)-(\Delta-1)\frac{\Delta}{\Delta}\right)$$

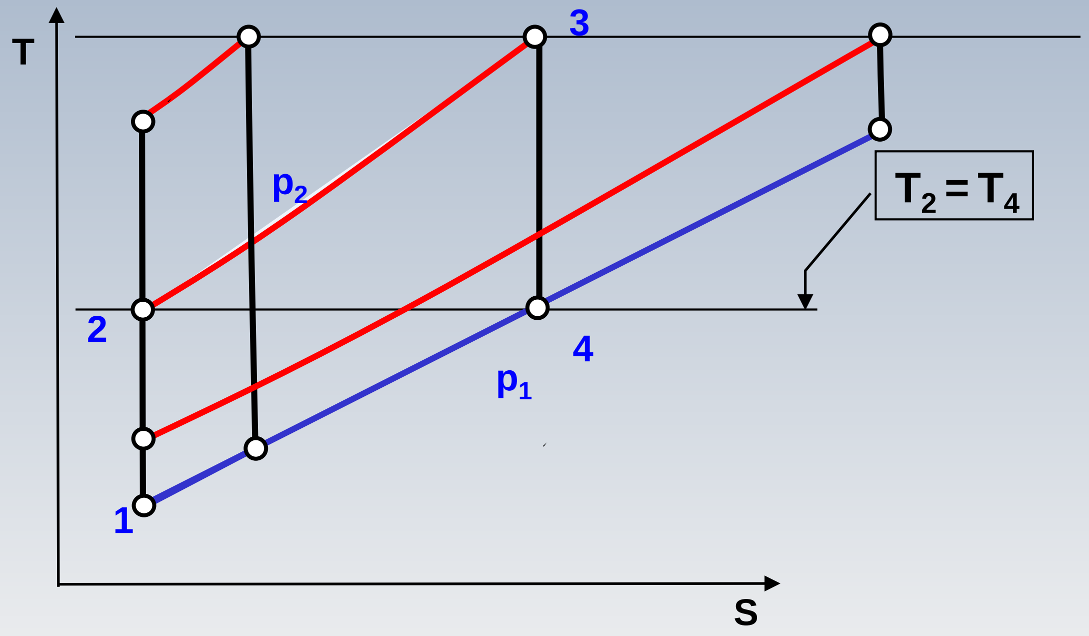
$$\boldsymbol{W_{es}=c_pT_1\frac{(\Delta-1)(\Phi-\Delta)}{\Delta}}$$

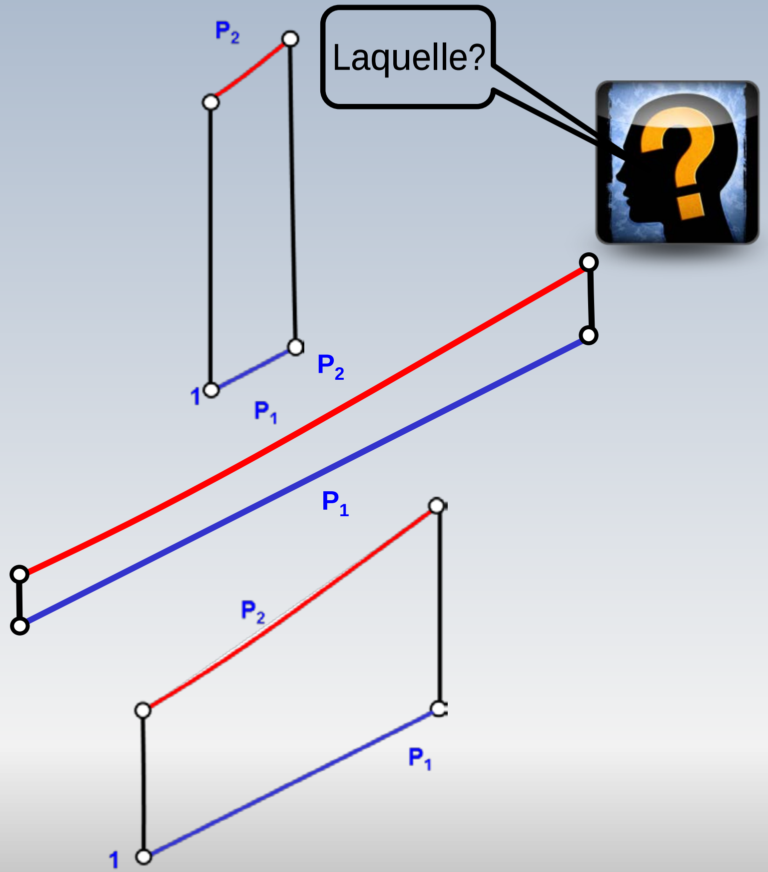
Travail utile idéal (isentropique)

Optimisation



Optimisation



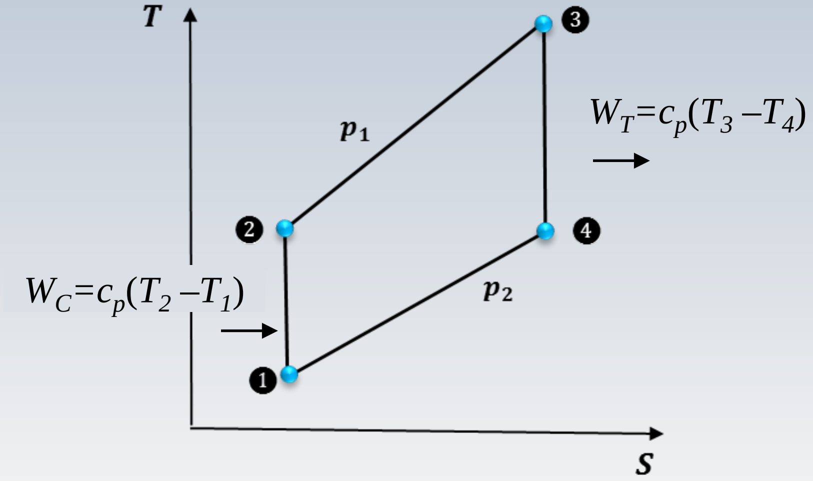


Optimisation

$$\left(\frac{T_3}{T_4}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

On reprend l'expression analytique pour le cycle idéal décrivant le travail utile en fonction de Φ et Δ

$$\frac{W_e}{c_p T_1} = \left(\Phi - \frac{\Phi}{\Delta}\right) - (\Delta - 1)$$



On note que pour $\Delta = 1$ le travail $W_e = 0$

Lorsque $\Delta > 1$, $W_e \neq 0$ et on peut se demander si cette équation a un maximum ou un minimum

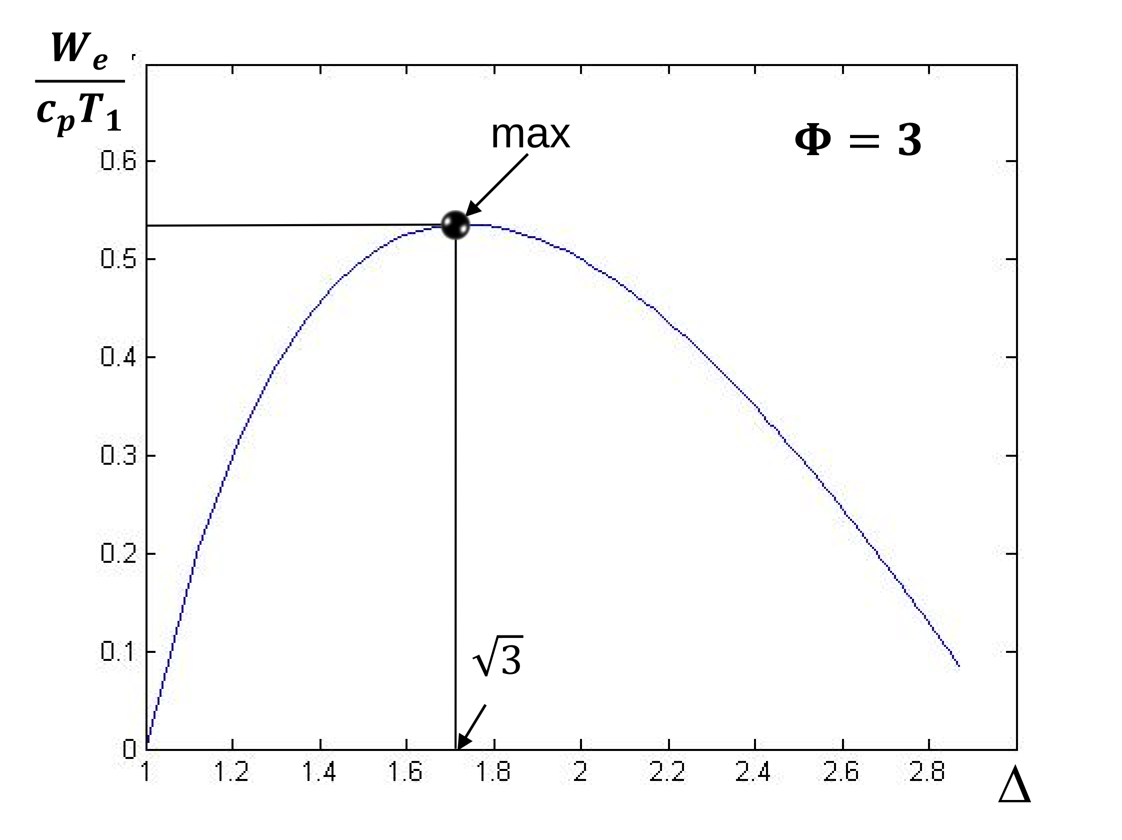
Optimisation

$$\left(\frac{T_3}{T_4}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

On regarde le cas du travail à l'échelle par rapport à $c_p T_1$ calculé pour $\Phi = 3$ et pour des rapports de pression $r_p = [1:40]$, $\gamma = 1.4$

$$\frac{W_e}{c_p T_1} = \left(\Phi - \frac{\Phi}{\Delta}\right) - (\Delta - 1)$$

On découvre qu'il y a un maximum “aux alentours” de $\Delta = 1.73$ ($\sqrt{3}$?)



Optimisation

$$\left(\frac{T_3}{T_4}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \qquad \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \qquad \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

En réalité on peut chercher analytiquement une relation entre Δ et Φ pour optimiser le travail du cycle. Notamment avec:

$$\frac{W_e}{c_p T_1} = \left(\Phi - \frac{\Phi}{\Delta}\right) - (\Delta - 1) \Longrightarrow \frac{d}{d\Delta}\left(\frac{W_e}{c_p T_1}\right) = \left(\frac{\Phi}{\Delta^2}\right) - 1 = 0 \Longrightarrow \boxed{\boldsymbol{\Delta = \sqrt{\Phi}}}$$

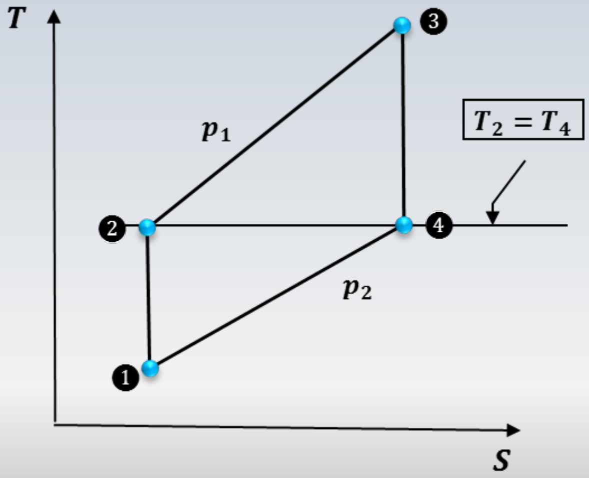
alors,

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{T_3}{T_4}\right) = \sqrt{\left(\frac{T_3}{T_1}\right)} \Longrightarrow \boxed{\begin{array}{l} T_2 = \sqrt{T_1 T_3} \\ T_4 = \sqrt{T_1 T_3} \end{array} \Longrightarrow T_2 = T_4}$$

Optimisation

$$\left(\frac{T_3}{T_4}\right)_{\cdot} = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right)_{\cdot} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \Phi_{\cdot} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

Ce résultat indique que W_e est maximal lorsque la température de sortie du compresseur T_2 est égale à celle de sortie de la turbine T_4, ou encore lorsque $\Delta = \sqrt{\Phi}$

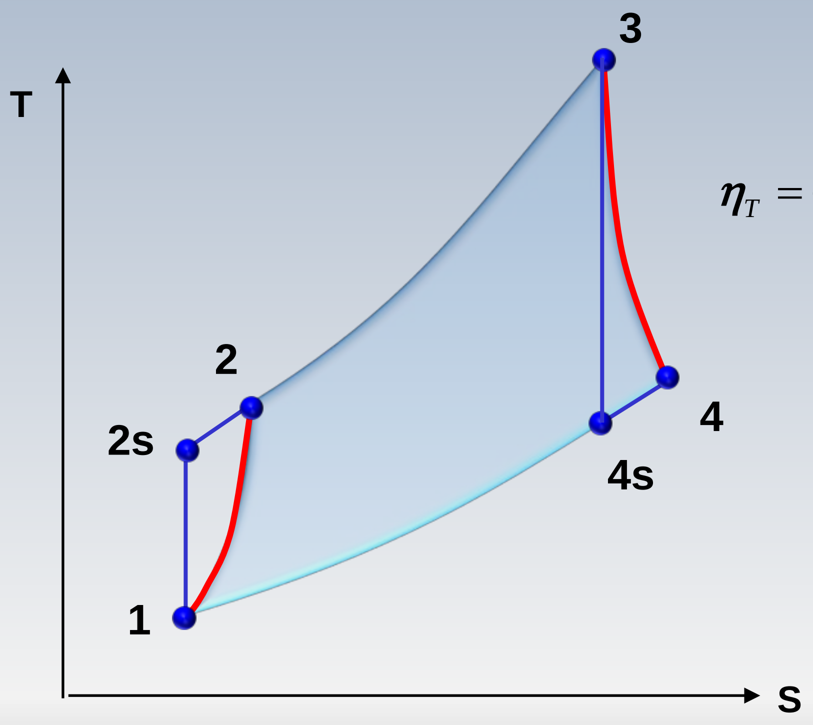


Si $T_4 > T_2$ $(1 \leq \Delta < \sqrt{\Phi})$ on vise augmenter la température de T_2 pour se rapprocher du point optimal d'opération. C'est le rôle du *cycle avec régénération*

Cycle réel

$$\left(\frac{T_3}{T_4}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

Le cycle réel fait intervenir le rendement de la turbine η_T et celui du compresseur η_C



$$\eta_T = \frac{T_3 - T_4}{T_3 - T_{4s}}$$

$$\eta_C = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1}$$

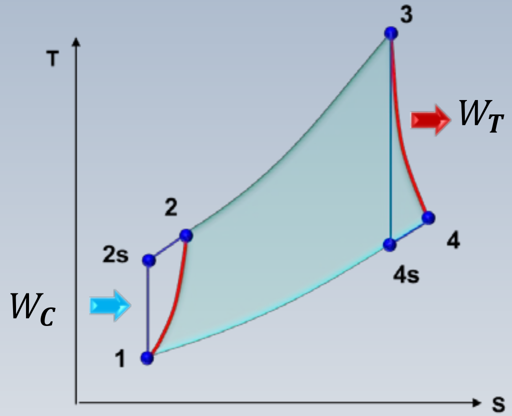
Cycle réel: W_T, W_C

$$\left(\frac{T_3}{T_4}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

$$W_{Cs} = c_p T_1 (\Delta - 1) \quad \Rightarrow \quad \boxed{W_C = c_p T_1 \frac{(\Delta - 1)}{\eta_C}}$$

$$\eta_C = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} \quad \Rightarrow \quad T_2 = T_1 + \frac{T_{2s} - T_1}{\eta_C}$$

$$\boxed{T_2 = T_1 \left(1 + \frac{\Delta - 1}{\eta_C}\right)}$$



$$W_{Ts} = c_p T_1 \Phi \left(\frac{\Delta - 1}{\Delta}\right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{W_T = \eta_T c_p T_1 \Phi \left(\frac{\Delta - 1}{\Delta}\right)}$$

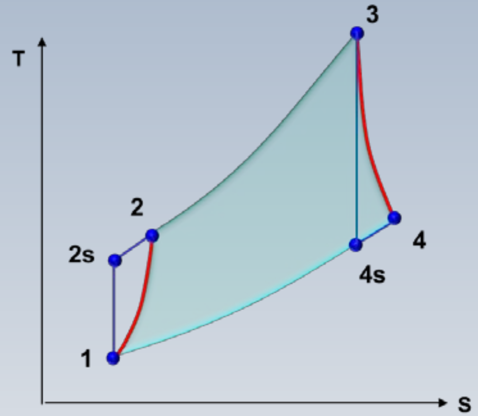
Cycle réel T_4

$$\left(\frac{T_3}{T_4}\right)_. = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right)_. = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \Phi_. = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

$$\eta_T = \frac{T_3 - T_4}{T_3 - T_{4s}}$$

$$\Rightarrow$$

$$T_4 = T_3 - \eta_T \left(T_3 - T_{4s}\right)$$



$$T_4 = T_3 - \eta_T \left(T_3 - \frac{T_3}{\Delta}\right)$$

$$T_4 = \left(\frac{T_3}{T_1}\right) T_1 - \eta_T T_1 \left(\frac{T_3 / T_1 \Delta - T_3 / T_1}{\Delta}\right)$$

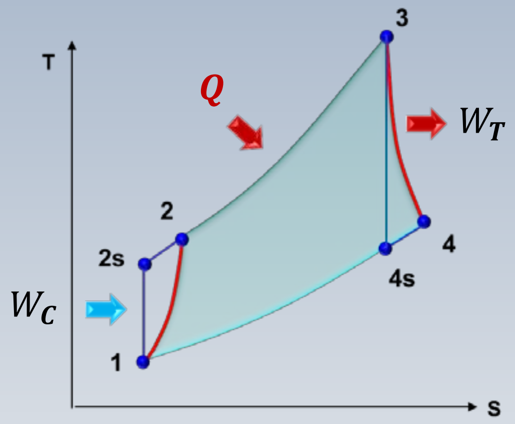
$$\boxed{T_4 = \Phi T_1 \left(1 - \eta_T \frac{\Delta - 1}{\Delta}\right)}$$

Cycle réel

$$\left(\frac{T_3}{T_4}\right)_{.} = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right)_{.} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \Phi_{.} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

$$T_4 = \Phi T_1\left(1-\eta_T\frac{\Delta-1}{\Delta}\right)$$

$$T_2 = T_1\left(1+\frac{\Delta-1}{\eta_C}\right)$$



$$W_C = c_p T_1 \frac{(\Delta-1)}{\eta_C}$$

$$W_T = \eta_T c_p T_1 \Phi\left(\frac{\Delta-1}{\Delta}\right)$$

$$Q_{2-3} = c_p\left(T_3 - T_2\right) = c_p\left(\left(\frac{T_3}{T_1}\right)T_1 - T_1\left(1+\frac{\Delta-1}{\eta_C}\right)\right)$$

$$Q_{2-3} = c_p T_1\left(\Phi - 1 - \frac{\Delta-1}{\eta_C}\right)$$

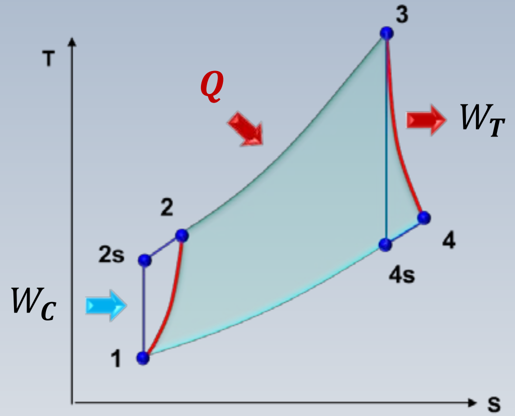
Cycle réel: W_e, η

$$\left(\frac{T_3}{T_4}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

$$W_e = W_T - W_C = c_p T_1 \eta_T \Phi \left(\frac{\Delta - 1}{\Delta}\right) - c_p T_1 \frac{(\Delta - 1)}{\eta_C}\frac{\Delta}{\Delta}$$

$$\boxed{W_e = c_p T_1 \left(\frac{\Delta - 1}{\Delta}\right)\left(\eta_T \Phi - \frac{\Delta}{\eta_C}\right)}$$

Travail utile



$$\eta = \frac{W_T - W_C}{Q_{2-3}} = \frac{c_p T_1 \left(\frac{\Delta - 1}{\Delta}\right)\left(\eta_T \Phi - \frac{\Delta}{\eta_C}\right)}{c_p T_1 \left(\Phi - 1 - \frac{\Delta - 1}{\eta_C}\right)}$$

$$\boxed{\eta = \frac{\Delta - 1}{\Delta} \frac{\Phi \eta_T \eta_C - \Delta}{(\Phi - 1)\eta_C - (\Delta - 1)}}$$

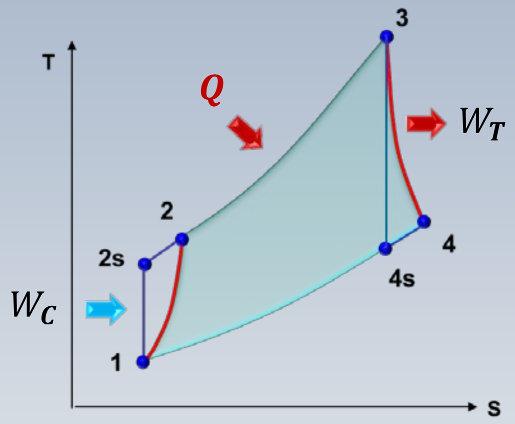
Rendement thermique du cycle réel

Cycle réel : W_e, η

$$\left(\frac{T_3}{T_4}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

On remarque que pour $\eta_T = 1$ et $\eta_C = 1$, l'expression:

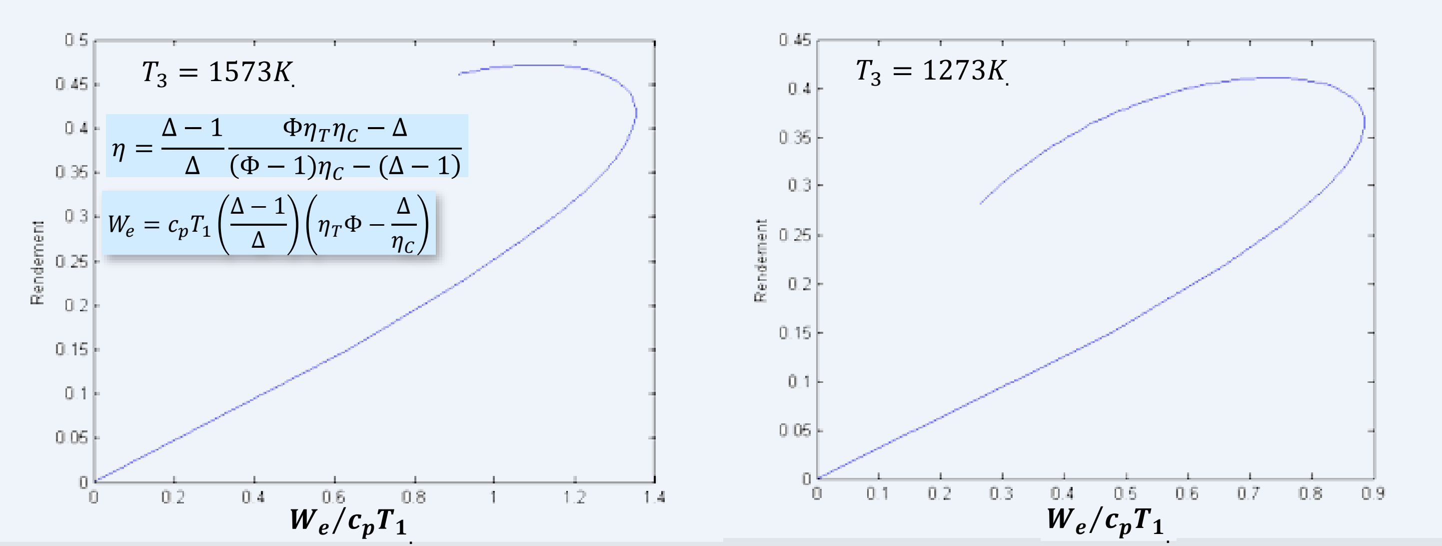
$$\boxed{\eta = \frac{\Delta - 1}{\Delta} \frac{\Phi \eta_T \eta_C - \Delta}{(\Phi - 1)\eta_C - (\Delta - 1)}}$$



devient

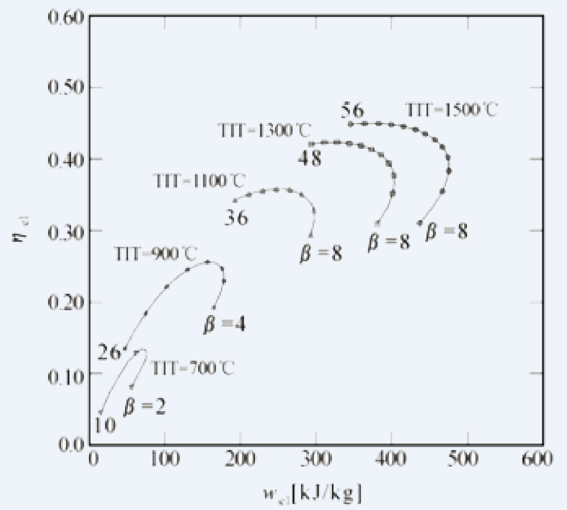
$$\boxed{\eta = \frac{\Delta - 1}{\Delta} = 1 - \frac{1}{\Delta}}$$

Cycle réel



Travail spécifique vs. rendement à deux températures TET (**T**empérature à l'**E**ntrée de la **T**urbine) avec η_c=0.85, η_t=0.85 utilisant la formule précédente. Le rapport de compression évolue sur les lignes en partant de la gauche

Cycle réel



À TET = 1300 ^{0}C, il est possible de trouver une efficience maximale (42.3%) pour un rapport de compression de 38. Par contre, le travail spécifique maximal s'obtient pour un rapport de compression de 14 à la même température [ ].

La turbine Rolls-Royce Trent 60, avec TET =1288 ^{O}C et β = 35 (rapport de compression), affiche un rendement de 41.3%

Cycle réel

Pour un cycle réel, avec $f \ll 1$ et pour une capacité calorifique constante, le travail spécifique utile à l'échelle par rapport à $c_p T_1$ est donné par:

$$\frac{W_e}{c_p T_1} = \left(\frac{\Delta - 1}{\Delta}\right)\left(\eta_T \Phi - \frac{\Delta}{\eta_C}\right)$$

De manière similaire à celle illustrée pour le cycle idéal, il est possible de trouver le rapport de pression r^* qui maximise le travail, notamment:

$$r^* = (n_c \eta_t T_3 / T_1)^{\gamma/2(\gamma-1)} \quad \text{ou encore} \quad \boxed{\Delta = \sqrt{n_c \eta_t \Phi}}$$

Cycle réel

Une règle du pouce établie que pour chaque 55°C d’augmentation de température dans le bruleur, on obtient un accroissement de 1-3% de puissance et un gain de 2-4% de rendement

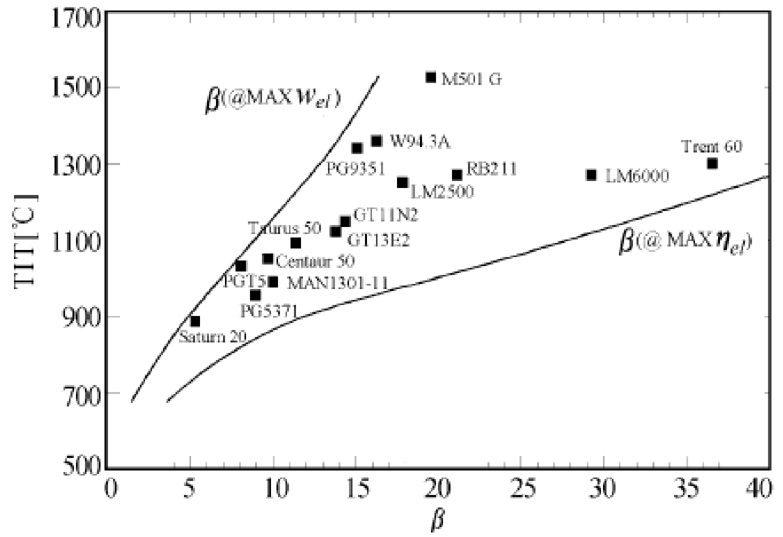
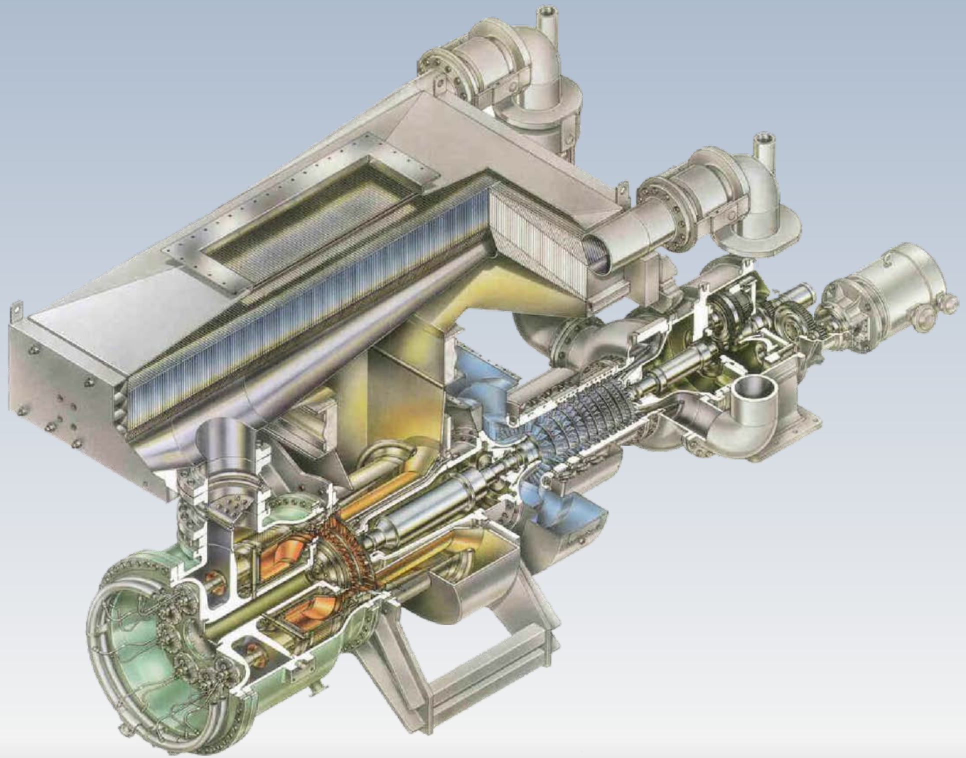


Fig.1 Cycle pressure ratio (β) and TIT for commercially available gas turbines with Brayton cycle

Modifications

- Améliorer un cycle thermodynamique implique:
  - Augmenter le travail utile
  - Augmenter le rendement
- Dans une turbine à gaz on utilise
  - **Régénération**: préchauffement de l’air à l’entrée de la chambre de combustion.
  - **Refroidissement intermédiaire**(réduction du travail demandé au compresseur)
  - **Surchauffe** (postcombustion)

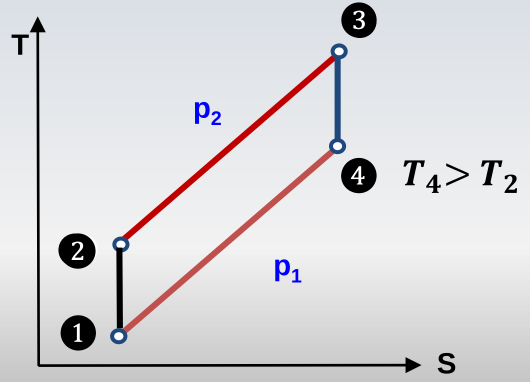
Cycle avec régénération



Cycle avec régénération

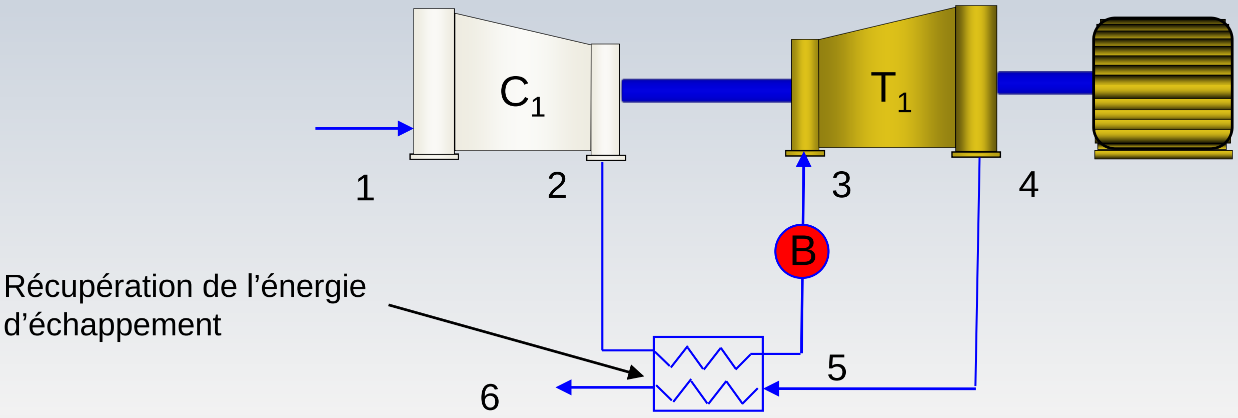
Pour le cycle idéal de Brayton, le travail maximal est trouvé lorsque $T_4 = T_2$ (si $\Delta = \sqrt{\Phi}$). Si $\boldsymbol{T_4 > T_2}$, soit $\mathbf{1} \leq \Delta < \sqrt{\boldsymbol{\Phi}}$, on peut chercher à augmenter la température T_2 pour se rapprocher du point optimal d'opération.

Le cycle avec régénération vise cette amélioration



Cycle avec régénération

En pratique on ajoute un échangeur de chaleur qui récupère une partie de la chaleur dans les gaz d'échappement de la turbine pour la transférer à l'air sortant du compresseur



Cycle avec régénération

L'apport énergétique dû à la combustion est alors diminué et par conséquent le rendement thermique est amélioré. Par contre, ce système est plus encombrant de sorte qu'il est exclu du domaine aéronautique

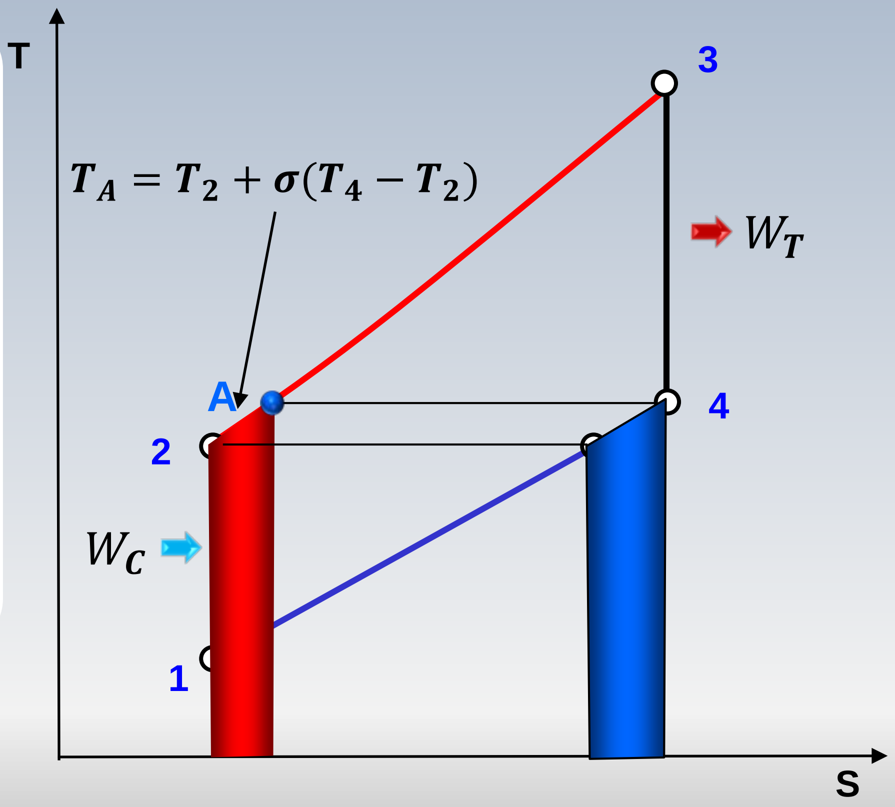
Pour mesurer l'efficacité de l'échangeur de chaleur, on introduit un **coefficient $\boldsymbol{\sigma}$** défini comme le rapport entre l'enthalpie réelle transmise et celle théoriquement récupérable

Cycle idéal + régénération

$$\Delta = \left(\frac{T_{2s}}{T_1}\right)$$

$$\Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

$$\sigma = \frac{T_A - T_{2s}}{T_{4s} - T_{2s}}$$



Travail utile

$$W_e = c_p T_1 \frac{(\Delta - 1)(\Phi - \Delta)}{\Delta}$$

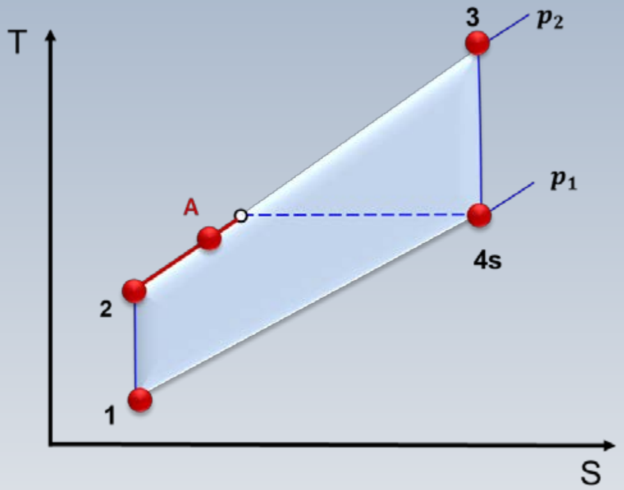
On note que la régénération ne modifie ni le travail requis par le compresseur ni celui produit par la turbine. Le travail utile demeure donc égal à celui du cycle de base

Cycle idéal + régénération

$$\Delta = \left(\frac{T_{2s}}{T_1}\right)$$

$$\Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

$$\sigma = \frac{T_A - T_{2s}}{T_{4s} - T_{2s}}$$



$$Q = c_p\left(T_3 - T_A\right) = c_p\left(\left(T_3 - T_{2s}\right) - \sigma\left(T_{4s} - T_{2s}\right)\right)$$

$$Q = c_p\left(\left(\Phi T_1 - T_1\Delta\right) - \sigma\left(\frac{\Phi}{\Delta}T_1 - T_1\Delta\right)\right)$$

$$Q = c_p T_1\left(\left(\Phi - \Delta\right) - \sigma\left(\frac{\Phi}{\Delta} - \Delta\right)\right)$$

$$\eta = \frac{W_e}{Q} = \frac{c_p T_1 \dfrac{(\Delta - 1)(\Phi - \Delta)}{\Delta}}{c_p T_1\left(\left(\Phi - \Delta\right) - \sigma\left(\dfrac{\Phi}{\Delta} - \Delta\right)\right)}$$

$$\boxed{\eta = \frac{\Delta - 1}{\Delta}\,\frac{\Phi - \Delta}{\Phi - \Delta - \sigma\dfrac{\Phi - \Delta^2}{\Delta}}}$$

Cycle idéal + régénération

$$\boxed{\eta = \frac{\Delta - 1}{\Delta} \frac{\Phi - \Delta}{\Phi - \Delta - \sigma \frac{\phi - \Delta^2}{\Delta}}}$$

pour σ = 0

$$\boxed{\eta = \frac{\Delta - 1}{\Delta} = 1 - \frac{1}{\Delta}}$$

pour σ = 1

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{\Delta}{\Phi}}$$

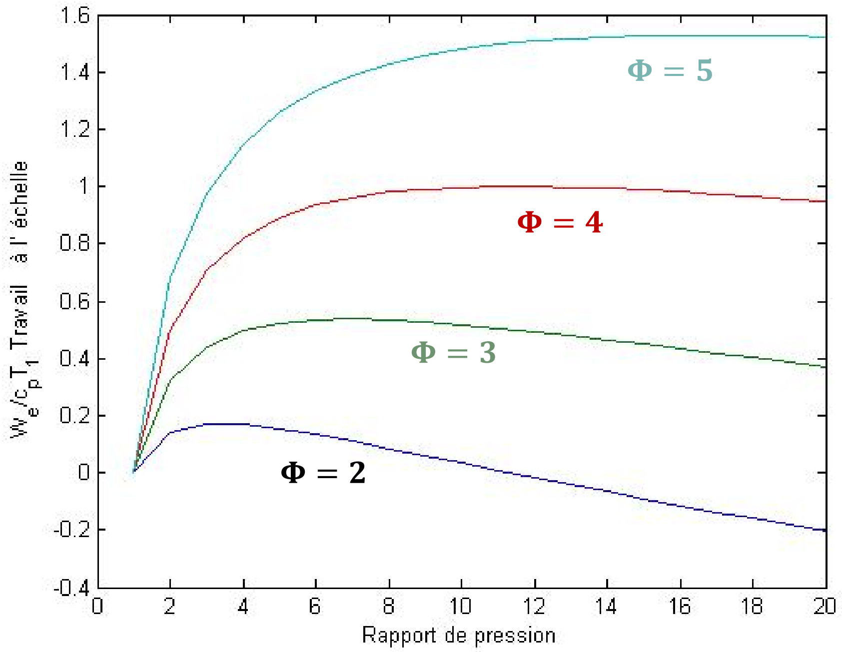
Effet de la régénération

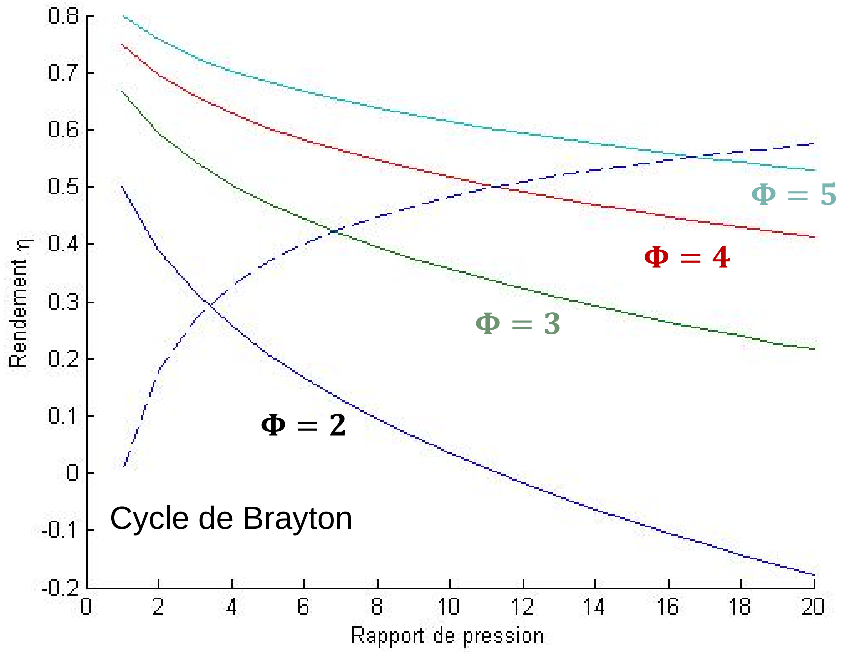
Pour une régénération parfaite $(\sigma = 1)$ la formule indique que:

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{\Delta}{\Phi}}$$

- le rendement dépend de la température maximale du cycle
- contrairement au cycle de base, pour un rapport Φ donné, le rendement du cyle **augmente avec une diminution du rapport de compression**

L'effet de la régénération



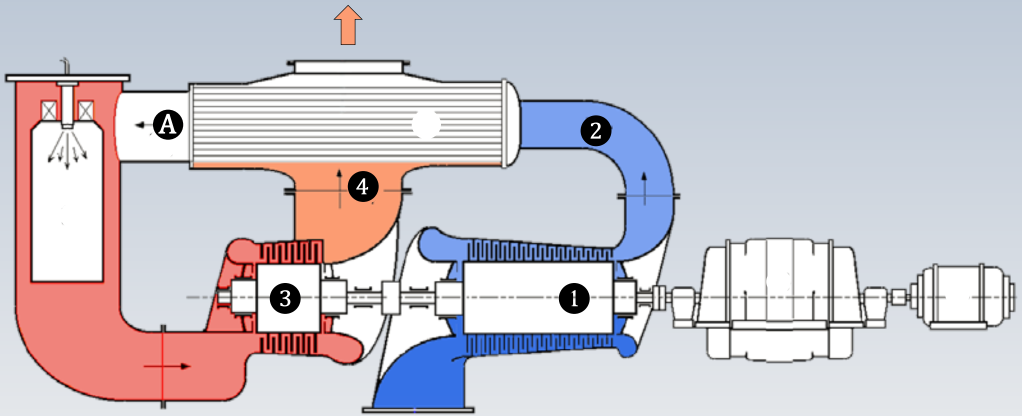


$\Phi = 5$ ➡ $\dfrac{W_e}{c_pT_1} \approx 1.55$ $\eta \approx 0.52$

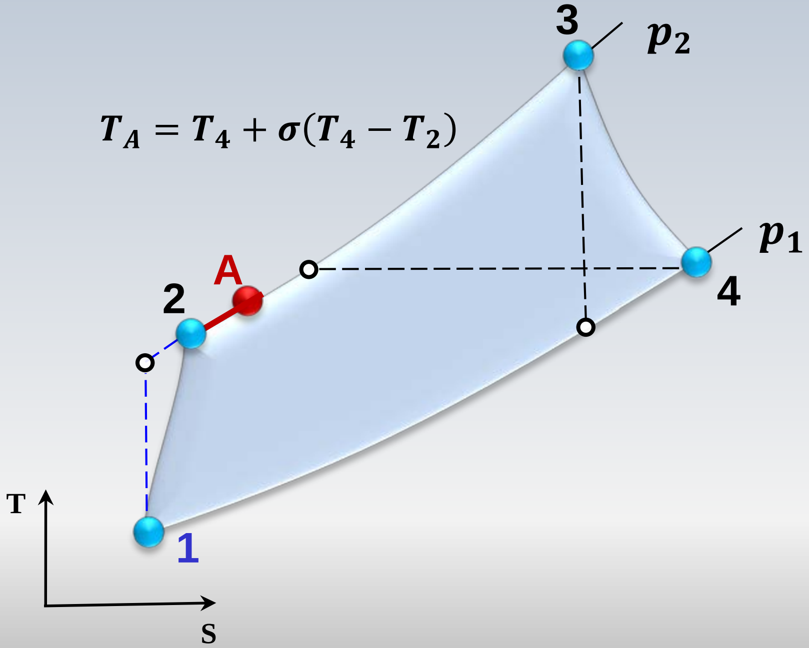
$r_p = 20$

Cycle réel+ régénération

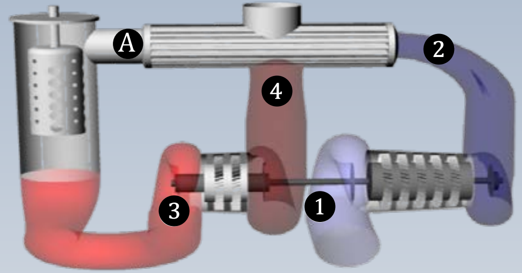
Le cycle réel inclut les rendements du compresseur et de la turbine



$$T_A = T_4 + \sigma(T_4 - T_2)$$



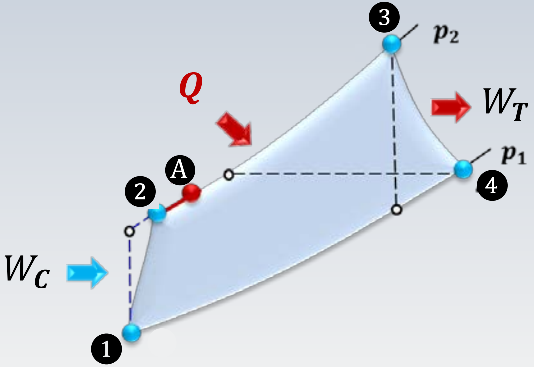
Cycle réel+ régénération



$$T_4 = \Phi T_1\left(1-\eta_T\frac{\Delta-1}{\Delta}\right)$$

$$T_2 = T_1\left(1+\frac{\Delta-1}{\eta_C}\right)$$

$$T_A = T_2 + \sigma(T_4 - T_2)$$

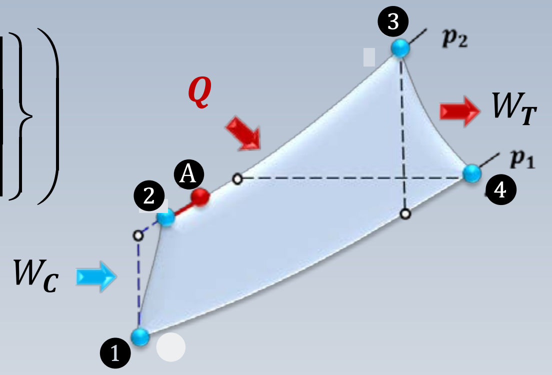


$$T_A = T_1\left\{\left(1+\frac{\Delta-1}{\eta_C}\right)+\sigma\left[\Phi\left(1-\eta_T\frac{\Delta-1}{\Delta}\right)-\left(1+\frac{\Delta-1}{\eta_C}\right)\right]\right\}$$

$$Q = c_p(T_3 - T_A) = c_pT_1\left(\Phi - \left\{\left(1+\frac{\Delta-1}{\eta_C}\right)+\sigma\left[\Phi\left(1-\eta_T\frac{\Delta-1}{\Delta}\right)-\left(1+\frac{\Delta-1}{\eta_C}\right)\right]\right\}\right)$$

Cycle réel+ régénération

$$Q = c_p T_1\left(\Phi - \left\{\left(1+\frac{\Delta-1}{\eta_C}\right)+\sigma\left[\Phi\left(1-\eta_T\frac{\Delta-1}{\Delta}\right)-\left(1+\frac{\Delta-1}{\eta_C}\right)\right]\right\}\right)$$

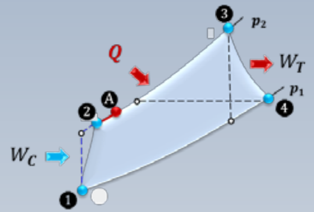


$$W_e = c_p T_1\left(\frac{\Delta-1}{\Delta}\right)\left(\eta_T\Phi-\frac{\Delta}{\eta_C}\right)$$

$$\eta = \frac{W_e}{Q} = \frac{c_p T_1\left(\frac{\Delta-1}{\Delta}\right)\left(\eta_T\Phi-\frac{\Delta}{\eta_C}\right)}{c_p T_1\left(\Phi - \left\{\left(1+\frac{\Delta-1}{\eta_C}\right)+\sigma\left[\Phi\left(1-\eta_T\frac{\Delta-1}{\Delta}\right)-\left(1+\frac{\Delta-1}{\eta_C}\right)\right]\right\}\right)}$$

Cycle réel + régénération

$$\eta = \frac{\Phi \eta_T - \dfrac{\Delta}{\eta_c}}{\dfrac{\Delta - 1}{\Delta}\sigma \Phi \eta_T + (1-\sigma)\left[(\Phi - 1) - \dfrac{\Delta - 1}{\eta_C}\right]}\,\frac{\Delta - 1}{\Delta}$$



$$\Delta = \left(\frac{T_{2s}}{T_1}\right) = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\Delta = \left(\frac{T_3}{T_{4s}}\right) = \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

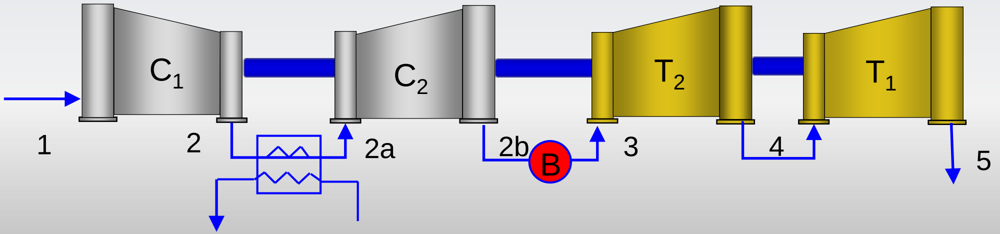
$$\sigma = \frac{T_A - T_2}{T_4 - T_2}$$

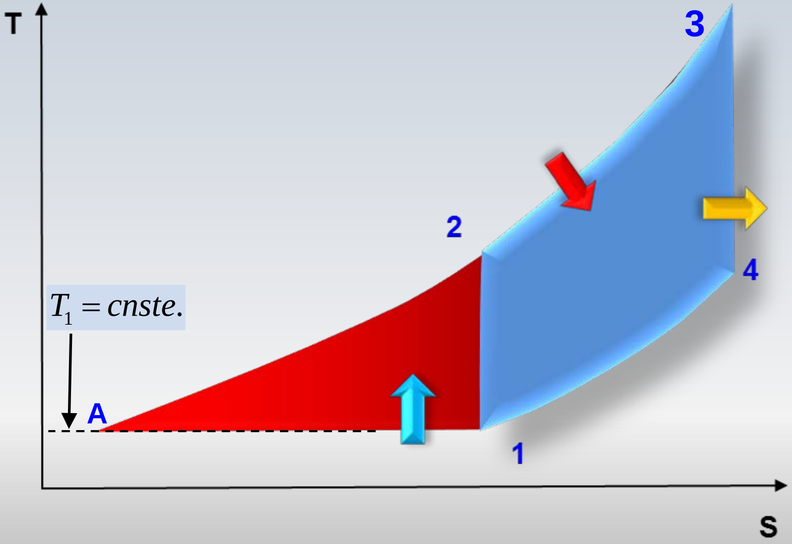
$$\sigma = 0 \qquad \eta = \frac{\Phi \eta_T \eta_c - \Delta}{(\Phi - 1)\eta_c - (\Delta - 1)}\,\frac{\Delta - 1}{\Delta}$$

$$+\eta_T = \eta_C = 1 \qquad \eta = 1 - \frac{1}{\Delta}$$

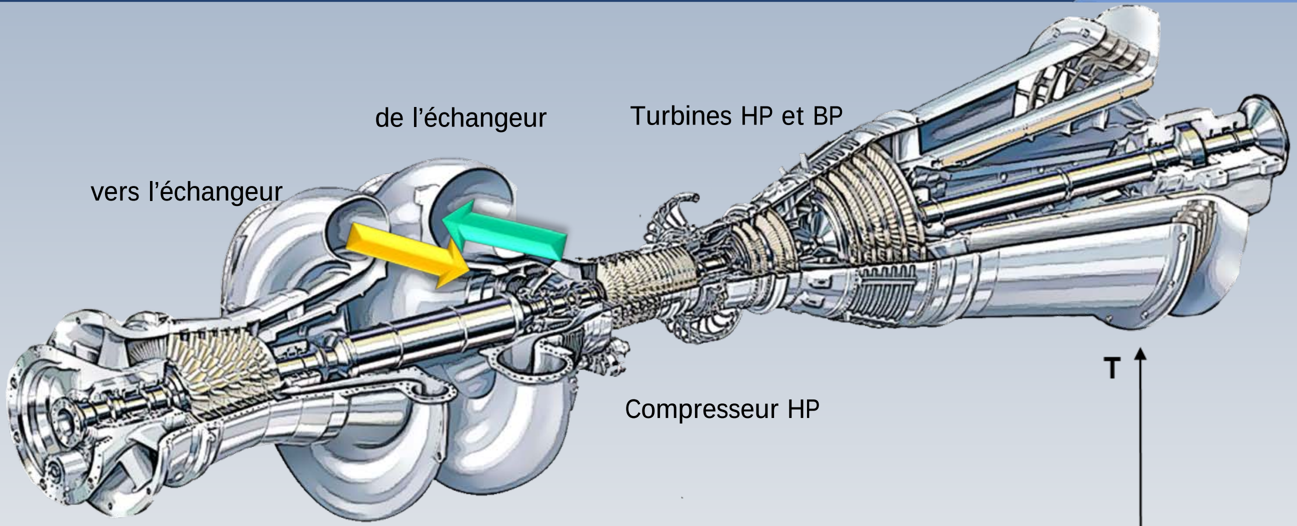
Refroidissement intermédiaire

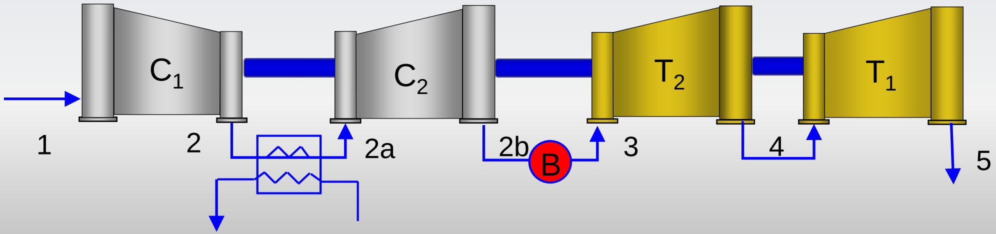
Dans ce cycle, l’air est refroidi entre deux étapes de compression dans le but de se rapprocher d’une compression isotherme plutôt qu’adiabatique. Ce processus permet d’augmenter la puissance produite ainsi que le rendement thermique du moteur

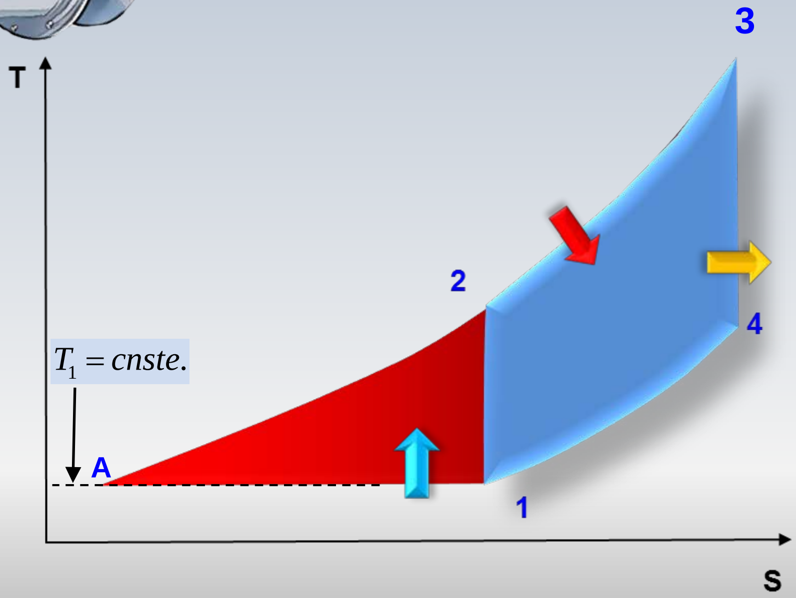




Refroidissement intermédiaire







3

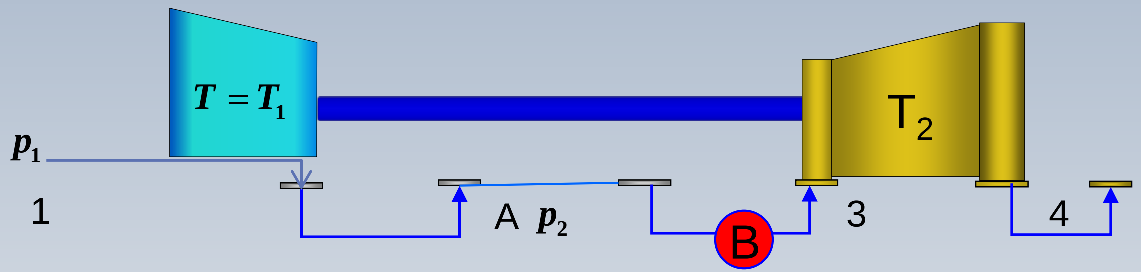
L’effet du refroidissement

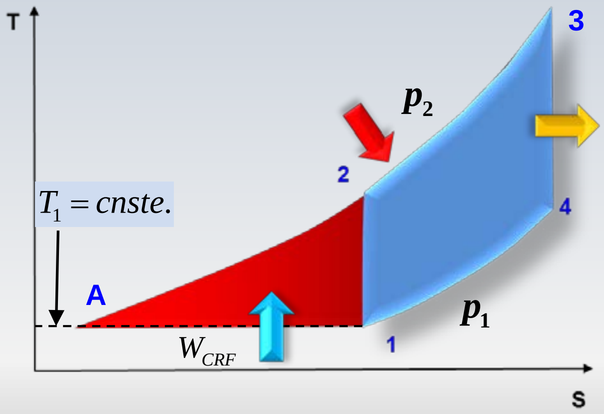
L’effet du refroidissement peut être regardé au moyen d’une analyse thermodynamique dans laquelle on compare le travail d’une compression adiabatique versus le travail d’une compression isothermique

Les 7 pages suivantes montrent **l’avantage d’une compression isothermique par rapport à une compression adiabatique**

La lecture de ce développement n’est pas fondamentale pour l’étude des cycles pratiques avec refroidissement

L'effet du refroidissement

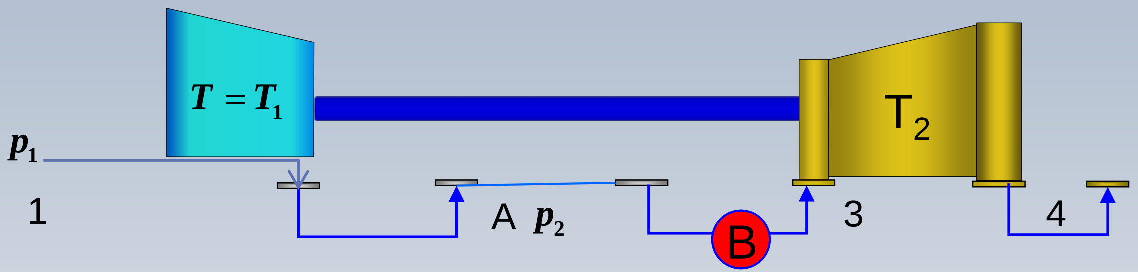


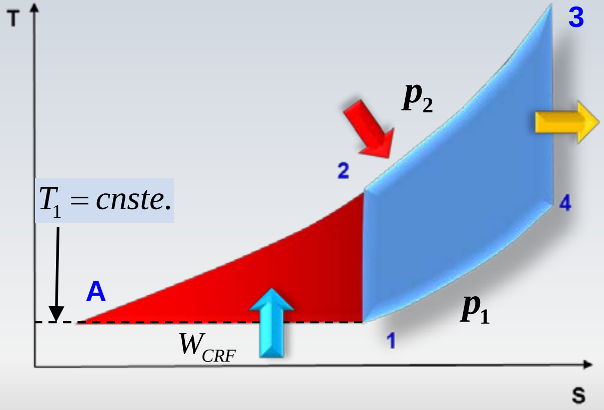


On regardera un cycle (idéal avec un gaz parfait) dans lequel la compression entre p_1 et p_2 a lieu de manière isothermique (1-A) plutôt qu'adiabatique (1-2)

L'effet du refroidissement

Théorie



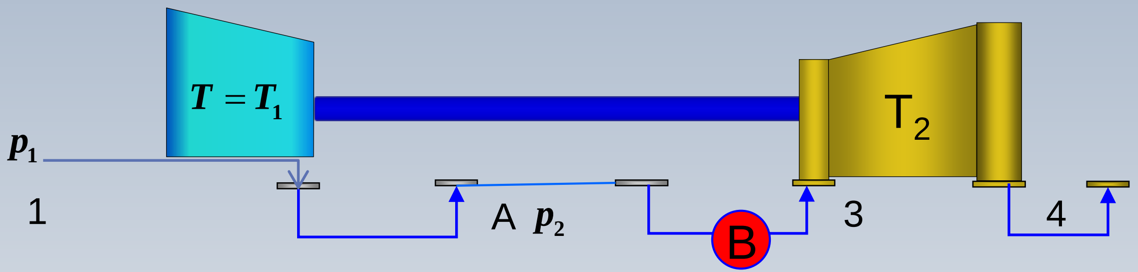


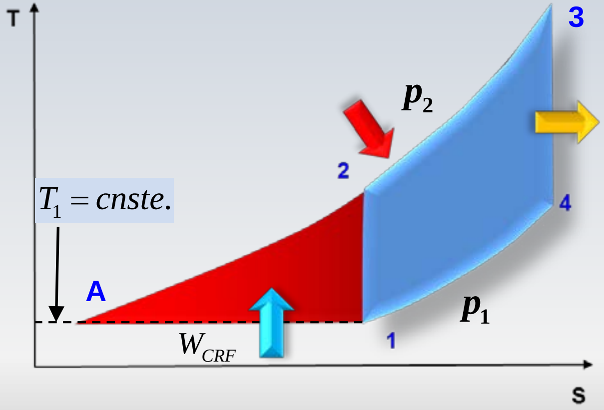
Lors d'une compression isothermique on a

$$pv = RT = cnste. \Rightarrow \begin{array}{l} pdv = RTdv / v \\ dv / v = -dp / p \end{array}$$

$$W_{CRF} = -RT_1 \int_{p_1}^{p_2} dp / p \Rightarrow W_{CRF} = -RT_1 ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

L'effet du refroidissement





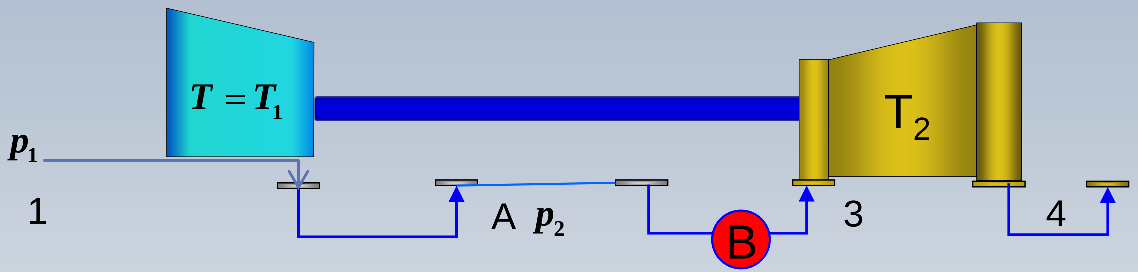
$$W_{CRF} = \underbrace{\boxed{c_p \frac{\gamma - 1}{\gamma}}}_{R} T_1 ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

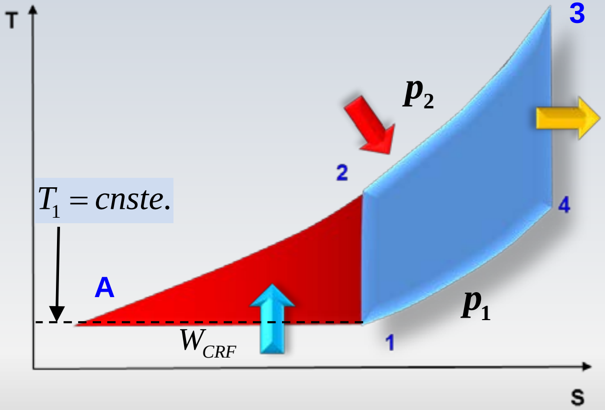
$$W_{CFR} = c_p T_1 ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$W_{CRF} = c_p T_1 ln\Delta$$

Travail utile: Comp. Isothermique

Théorie





Le travail utile W_{e-I} lors d'une compression *isothermique* est

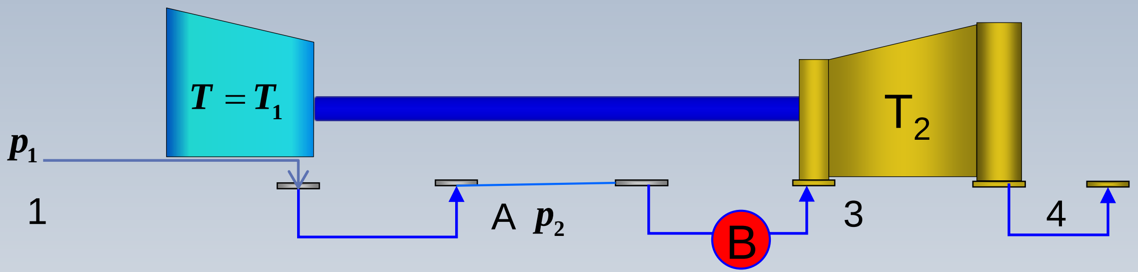
$$W_{CRF} = c_p T_1 ln\Delta$$

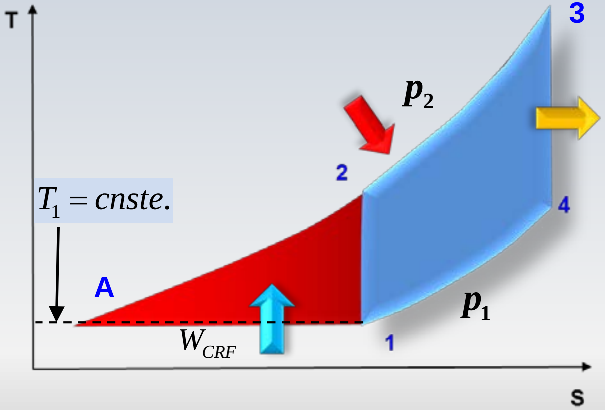
$$W_e = W_T - W_{CRF}$$

$$W_T = c_p T_1 \Phi\left(\frac{\Delta - 1}{\Delta}\right)$$

$$W_{e-I} = c_p T_1 \left[\Phi\left(\frac{\Delta - 1}{\Delta}\right) - ln\Delta\right]$$

Travail utile: Comp. Adiabatique





Le travail utile W_{e-A} lors d'une compression *adiabatique* est

$$W_C = c_p T_1 (\Delta - 1)$$

$$W_e = W_T - W_{CRF}$$

$$W_T = c_p T_1 \Phi \left(\frac{\Delta - 1}{\Delta} \right)$$

$$W_{e-A} = c_p T_1 \left[\Phi \left(\frac{\Delta - 1}{\Delta} \right) - (\Delta - 1) \right]$$

Comparaison

En résumé, le travail d'une compression adiabatique W_{e-A} et le travail d'une compression isothermique W_{e-I} peuvent s'écrire:

$$W_{e-A} = c_p T_1 \left[\Phi\left(\frac{\Delta - 1}{\Delta} \right) - (\Delta - 1) \right] \qquad W_{e-I} = c_p T_1 \left[\Phi\left(\frac{\Delta - 1}{\Delta} \right) - ln\Delta \right]$$

Leur différence réside alors dans le second terme dans le membre de droite

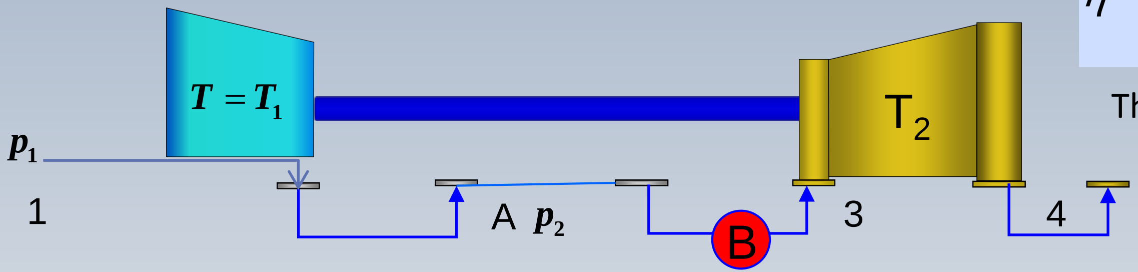
On note que $ln\Delta < (\Delta - 1)$ de sorte que $\boldsymbol{W_{e-I}} > \boldsymbol{W_{e-A}}$

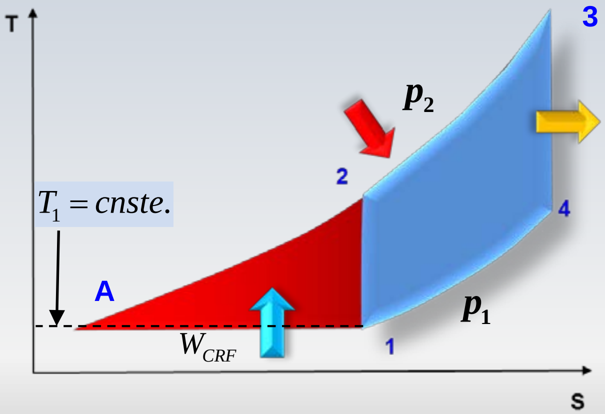
Le rendement(théorique)

Théorie

$$\eta = \frac{\Delta - 1}{\Delta}\left(\frac{\Phi - \Delta}{(\Phi - 1) - (\Delta - 1)}\right)$$

Théorique sans refroidissement





$$W_e = c_p T_1 \left[\Phi\left(\frac{\Delta - 1}{\Delta}\right) - ln\Delta \right]$$

$$Q = c_p(T_3 - T_A) = c_p(T_3 - T_1) = c_p T_1(\Phi - 1)$$

$$\eta = \frac{W_e}{Q} = \frac{c_p T_1\left[\Phi(\Delta - 1)/\Delta - ln\Delta\right]}{c_p T_1(\Phi - 1)} = \frac{\Phi(\Delta - 1)/\Delta - ln\Delta}{\Phi - 1}$$

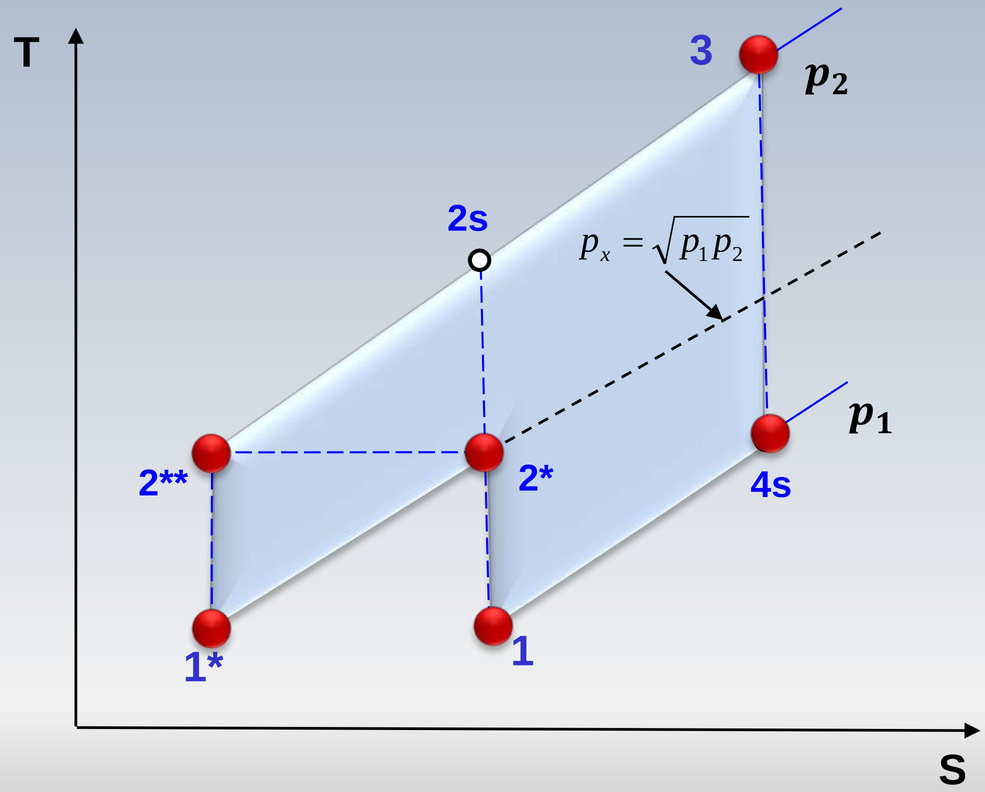
Refroidissement: pratique

En pratique la compression isothermique théorique est remplacée par deux ou plus compressions “adiabatiques” à des pressions intermédiaires chacune suivie par un refroidissement de l’air dans un échangeur de chaleur

Le cas standard est celui à deux étapes

2 étages de comp.+ refroidissement

Pratique



Valeur optimale

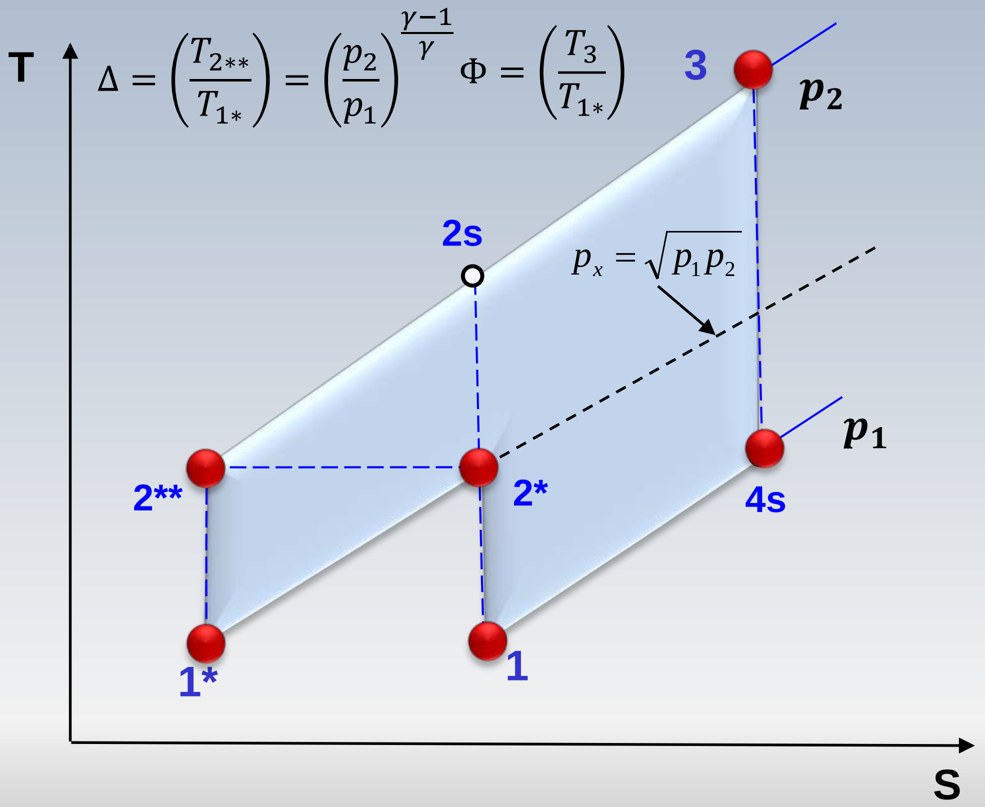
$$\boldsymbol{p_x = \sqrt{p_1 p_2}}$$

$$\left(\frac{T_{2*}}{T_1}\right) = \left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}$$

$$\left(\frac{T_{2**}}{T_{1*}}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

2 étages de comp.+ refroidissement

Pratique



Cycle IDÉAL

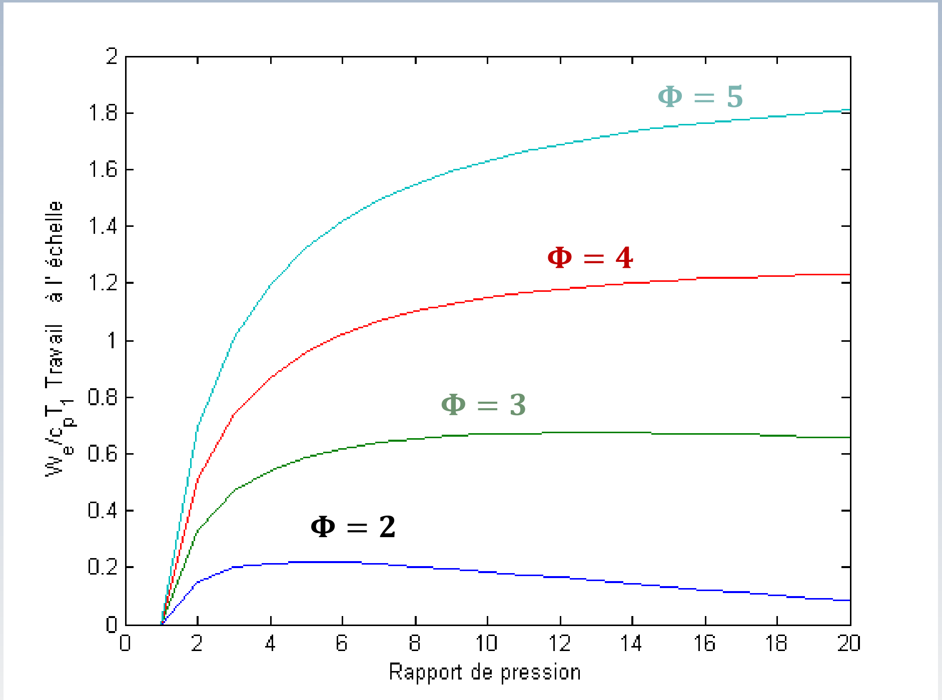
$$\frac{W_e}{c_p T_1} = \underbrace{\Phi - \frac{\Phi}{\Delta}}_{\text{Turbine}} \underbrace{- 2\sqrt{\Delta} + 2}_{\text{Compresseurs}}$$

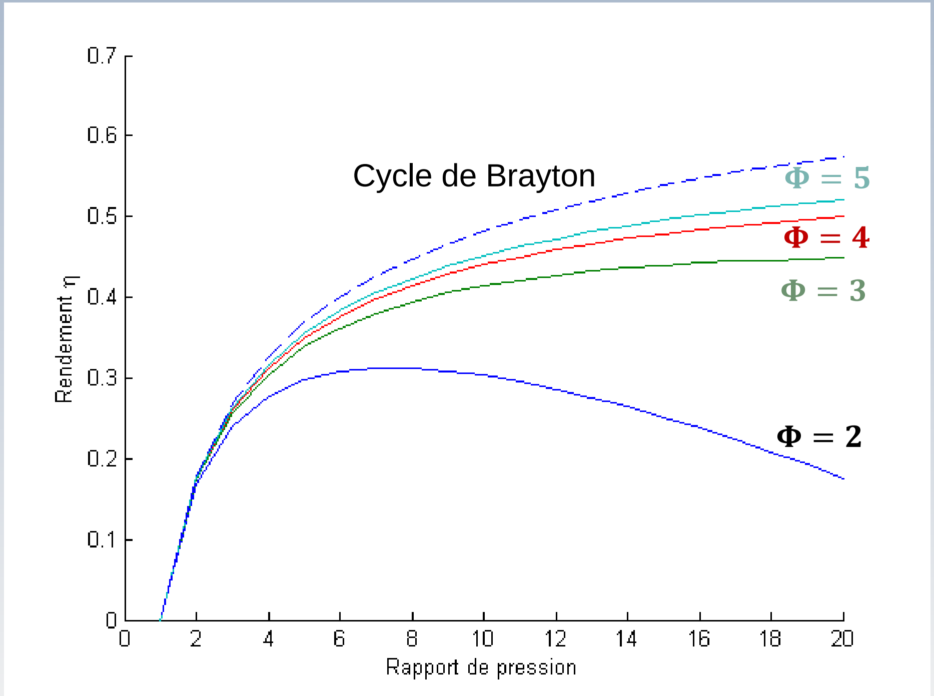
Cycle IDÉAL

$$\eta = \frac{\left(\Phi - \frac{\Phi}{\Delta}\right) - 2(\sqrt{\Delta} - 1)}{\left(\Phi - \frac{\Phi}{\Delta}\right)}$$

Remarque: Formules pour un **cycle idéal** ($\eta_T = \eta_C = 1$) pression intermédiaire : $p_x = \sqrt{p_1 \, p_2}$. et $T_{1^*} = T_1$

L'effet du refroidissement





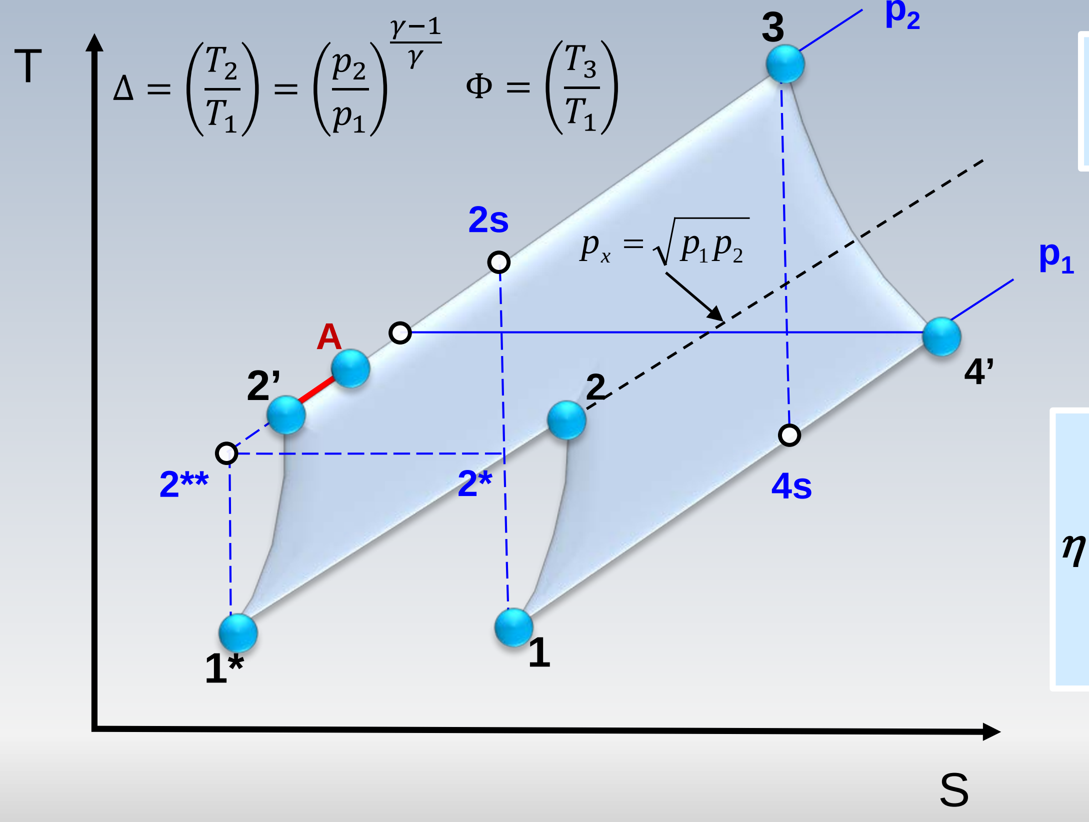
$\Phi = 5$

$r_p = 20$

➡ $\dfrac{W_e}{c_pT_1} \approx 1.81$ $\qquad \eta \approx 0.52$

2 comp.+ régénération + refroid.

Pratique



Cycle RÉEL

$$\frac{W_e}{c_p T_1} = \underbrace{\left(\Phi - \frac{\Phi}{\Delta}\right)\eta_T}_{\text{Turbine}} - \underbrace{\left(2\sqrt{\Delta} + 2\right)/\eta_C}_{\text{Compresseurs}}$$

Le rendement η_C des compresseurs est supposé le même

$$\eta = \frac{\frac{\Delta - 1}{\Delta}\Phi\eta_T - \frac{2(\sqrt{\Delta} - 1)}{\eta_c}}{\frac{\Delta - 1}{\Delta}\sigma\Phi\eta_T + (1-\sigma)\left[\Phi - 1 - \frac{\sqrt{\Delta} - 1}{\eta_C}\right]}$$

Rendement thermique du cycle RÉEL

2 comp.+ régénération + refroid.

Pratique

$$\eta = \frac{\frac{\Delta-1}{\Delta}\Phi\eta_T - \frac{2(\sqrt{\Delta}-1)}{\eta_c}}{\frac{\Delta-1}{\Delta}\sigma\Phi\eta_T + (1-\sigma)\left[\Phi-1-\frac{\sqrt{\Delta}-1}{\eta_C}\right]}$$

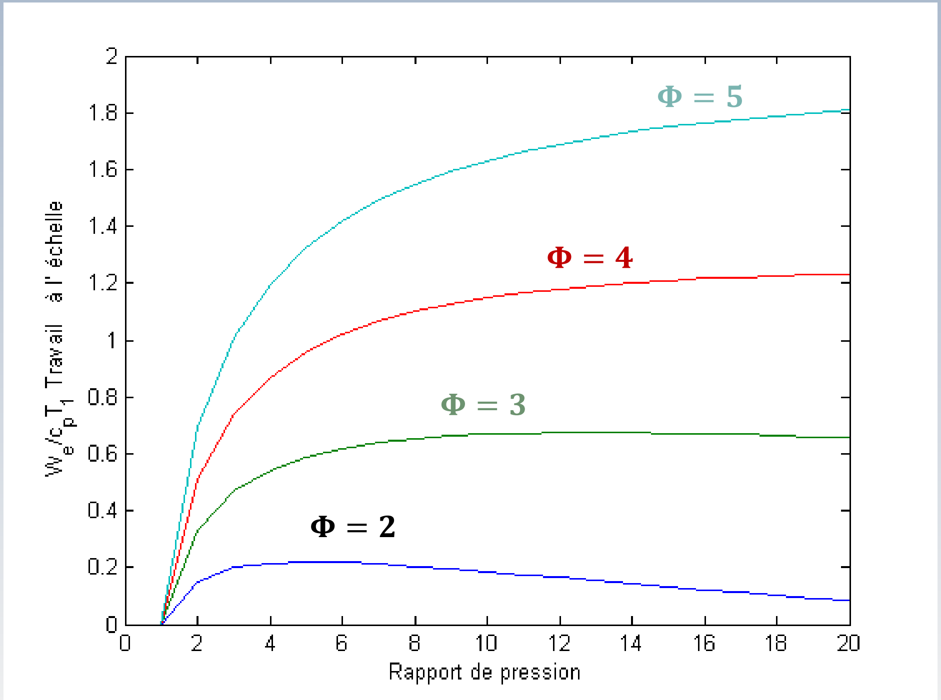
$$\sigma = 0$$

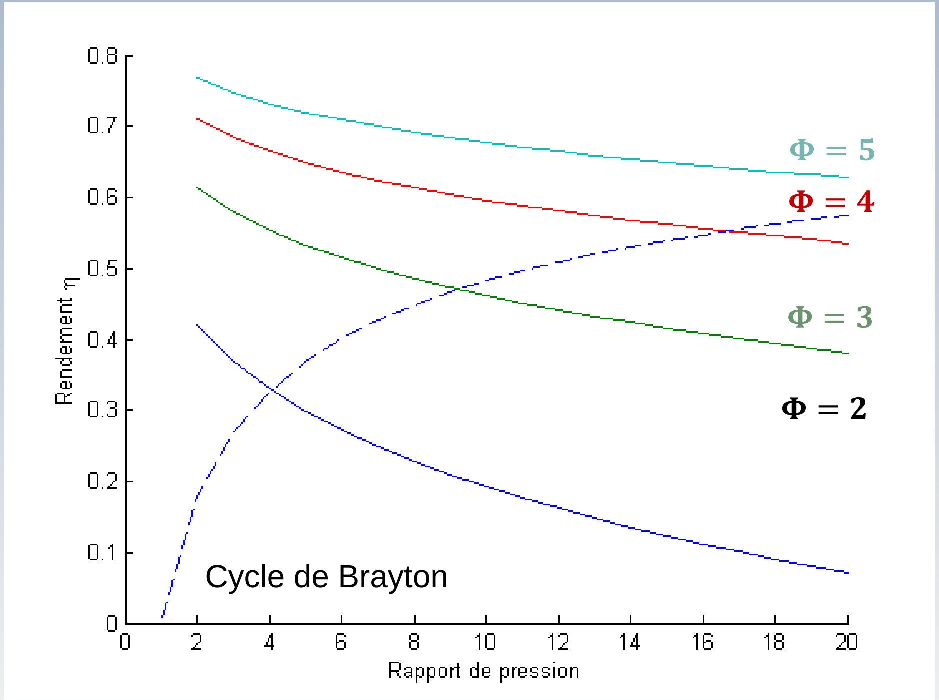
$$\eta = \frac{\frac{\Delta-1}{\Delta}\Phi\eta_T - \frac{2(\sqrt{\Delta}-1)}{\eta_c}}{\left[\Phi-1-\frac{\sqrt{\Delta}-1}{\eta_C}\right]}$$

$\eta_T = 1$ $\eta_C = 1$

$$\eta = \frac{(\Delta-1)\Phi - 2\Delta(\sqrt{\Delta}-1)}{\left[\Phi-\sqrt{\Delta}\right]\Delta}$$

L'effet du refroidissement+regen





$\Phi = 5$

$r_p = 20$ ➡ $\dfrac{W_e}{c_pT_1} \approx 1.81$ $\qquad \eta \approx 0.63$

Limite pratique

Remarque: Certains modèles de turbines utilisées pour la génération de puissance sont issues de l'industrie aéronautique. On les appelle ainsi aéro-dérivées.
Cependant, l'ajout d'un refroidisseur intermédiaire n'est pas une tache immédiate, puisque la morphologie des moteurs d'avion ne se prête pas facilement à cette modification.

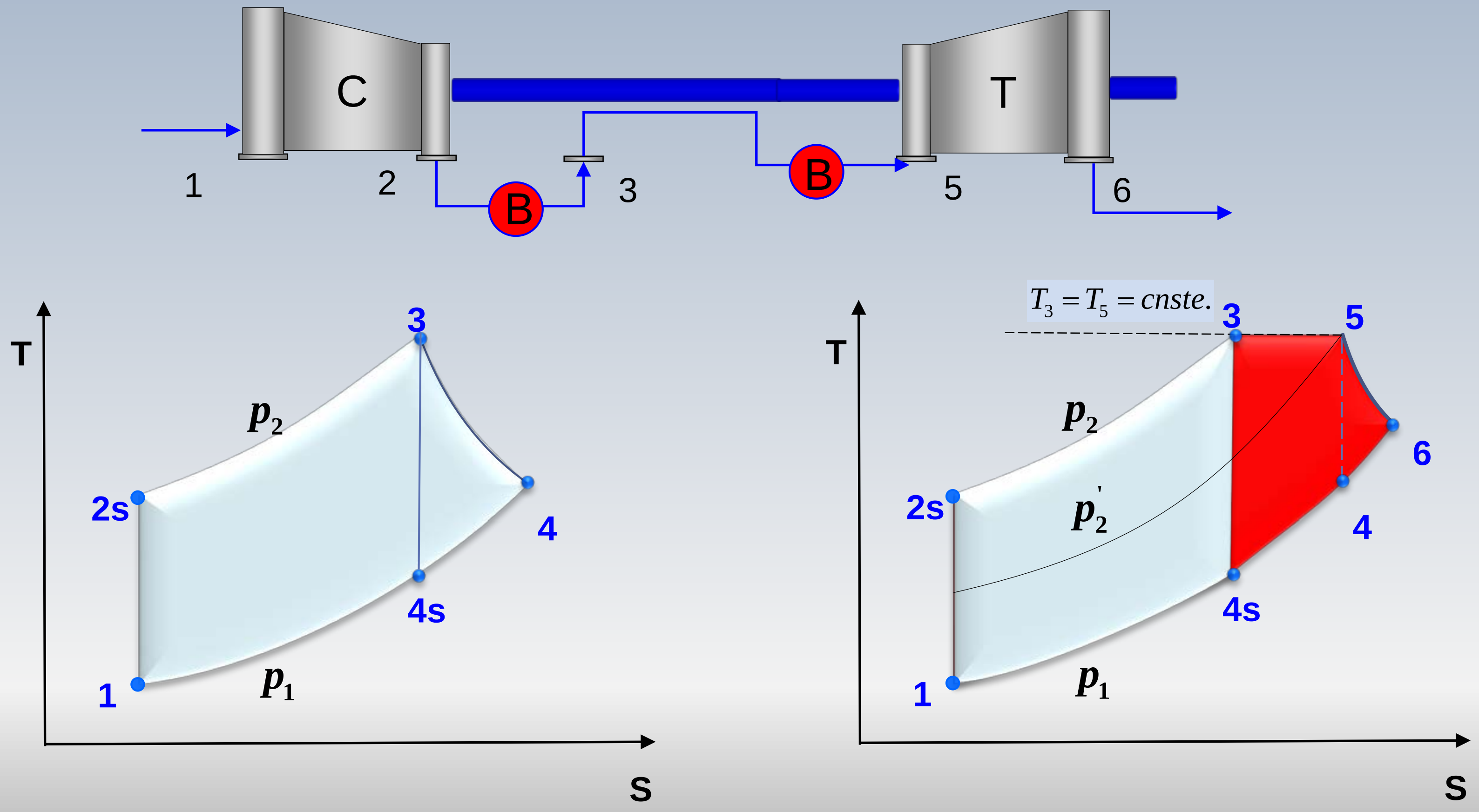
Le cycle avec surchauffe

De manière comparable au refroidissent intermédiaire, ce cycle vise à effectuer une détente qui se rapproche d’une isotherme. Un tel processus produit plus de puissance qu’une détente adiabatique

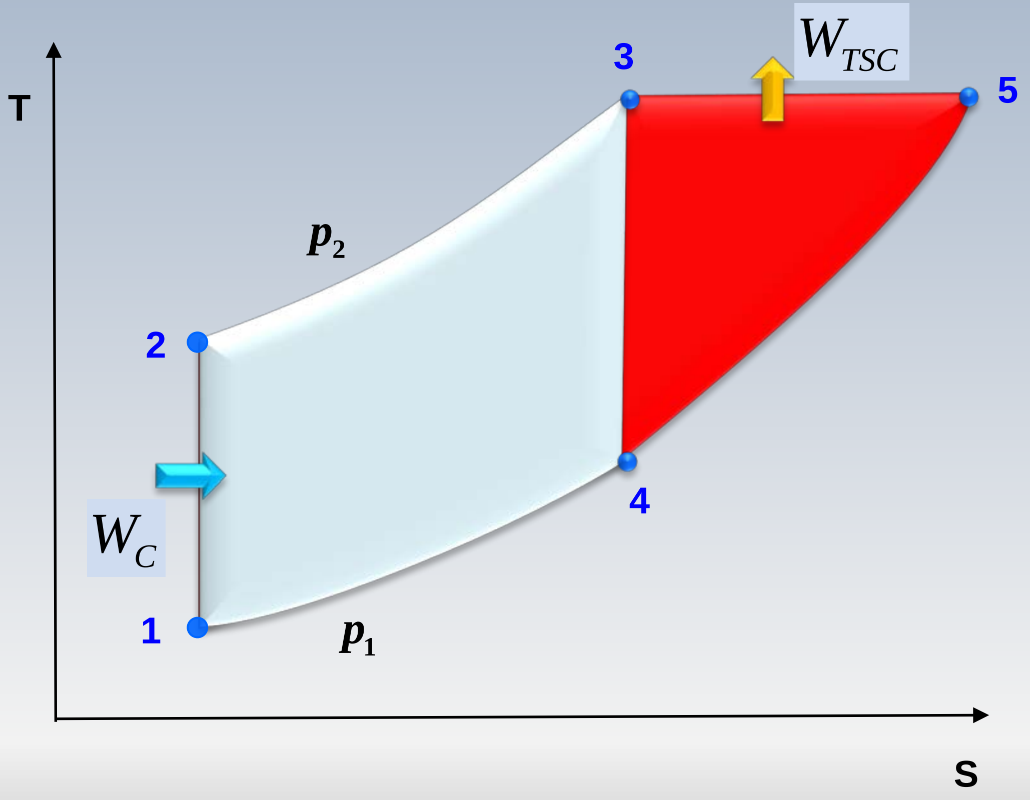
Une analyse thermodynamique permet de trouver des formules pour **un cycle purement théorique** pour lequel l’expansion du gaz s’effectue à température constante

Encore, la lecture de ce développement (les 5 pages suivantes) n’est pas fondamentale pour l’étude des cycles pratiques avec surchauffe

L'effet d'une surchauffe



L'effet d'une surchauffe



$$W_{Cs} = c_p T_1 (\Delta - 1)$$

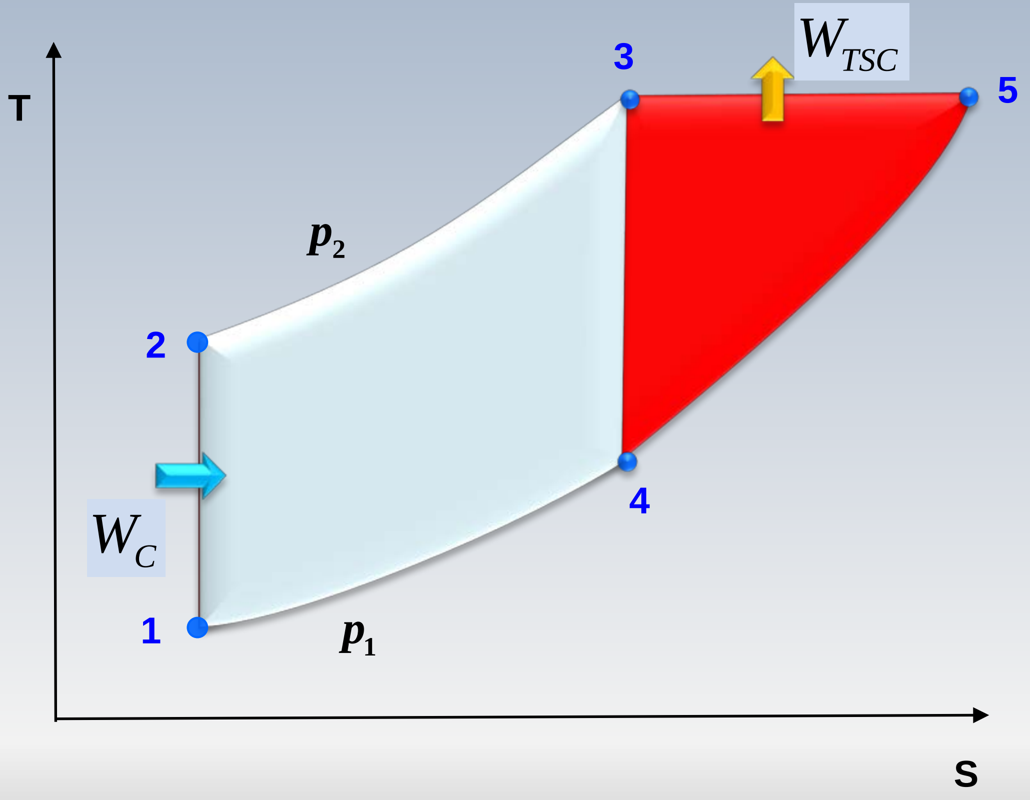
$$W_{TSC} = RT_3 \int_{p_1}^{p_2} dp / p$$

$$W_{TSC} = RT_3 ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

$$W_{TSC} = c_p \frac{\gamma - 1}{\gamma} T_3 ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

L'effet d'une surchauffe

Théorie



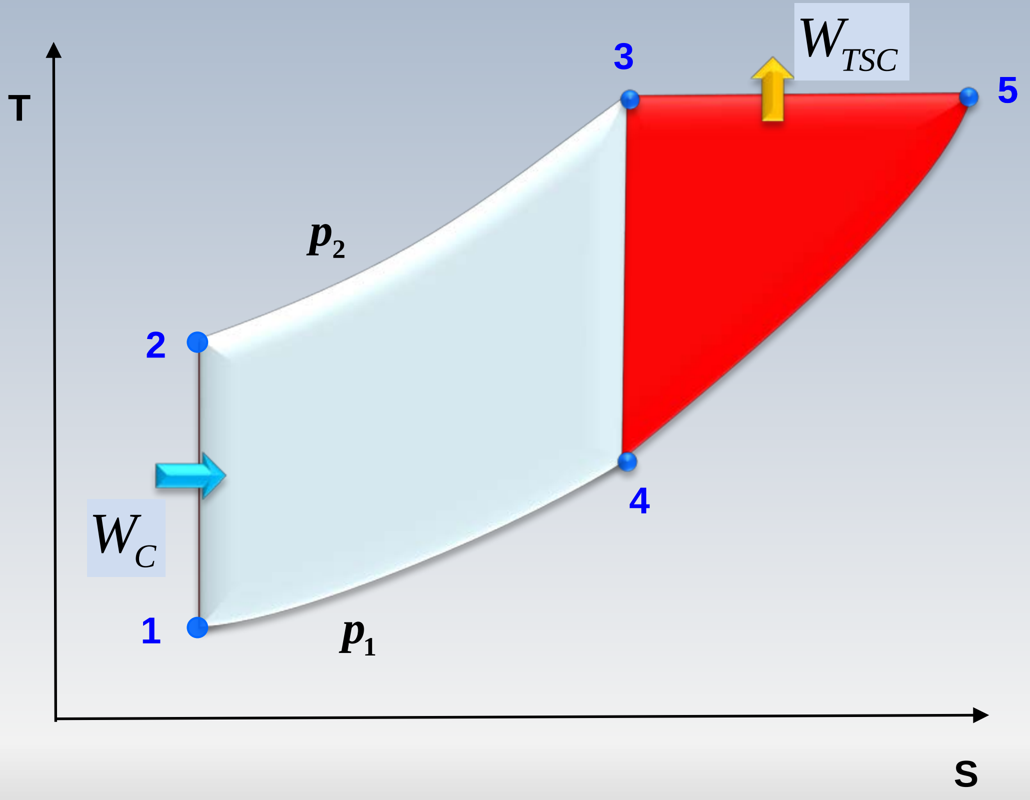
$$W_{TSC} = c_p \frac{\gamma - 1}{\gamma} T_3 ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

$$W_{TSC} = c_p \frac{\gamma - 1}{\gamma} T_1 \Phi ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

$$W_{TSC} = c_p T_1 \Phi ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$W_{TSC} = c_p T_1 \Phi ln \Delta$$

L'effet d'une surchauffe



$$W_{Cs} = c_p T_1 \left(\Delta - 1 \right)$$

$$W_{TSC} = c_p T_1 \Phi \ln \Delta$$

$$W_e = W_{TSC} - W_C$$

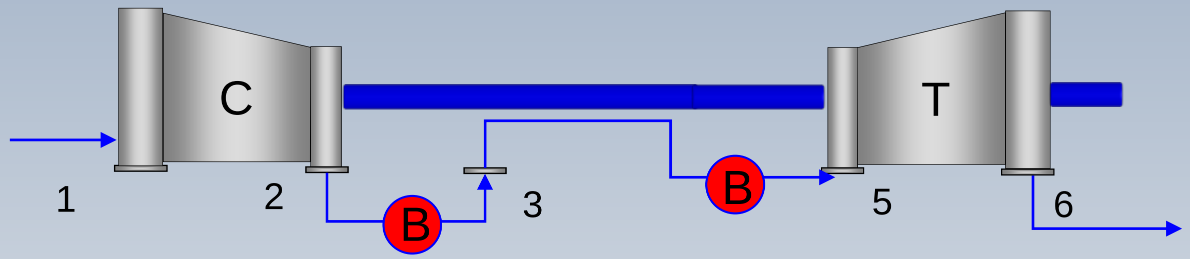
$$\boxed{W_e = c_p T_1 (\Phi \ln \Delta - (\Delta - 1))}$$

$$Q = c_p T_1 \left(\Phi - \Delta \right) \qquad \text{2-3}$$

$$+ c_p T_1 \Phi \ln \Delta \qquad \text{3-5}$$

L'effet d'une surchauffe

Théorie

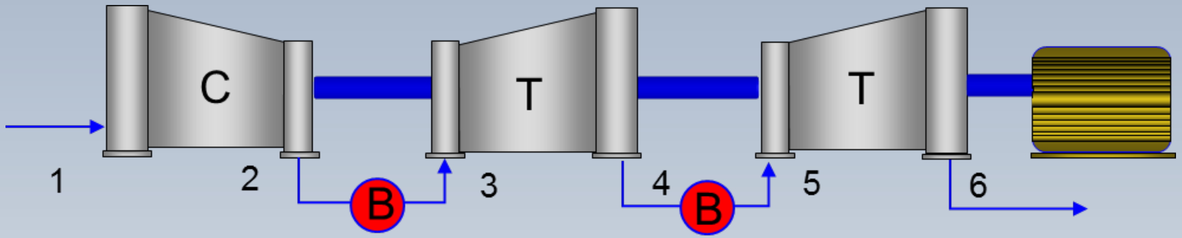


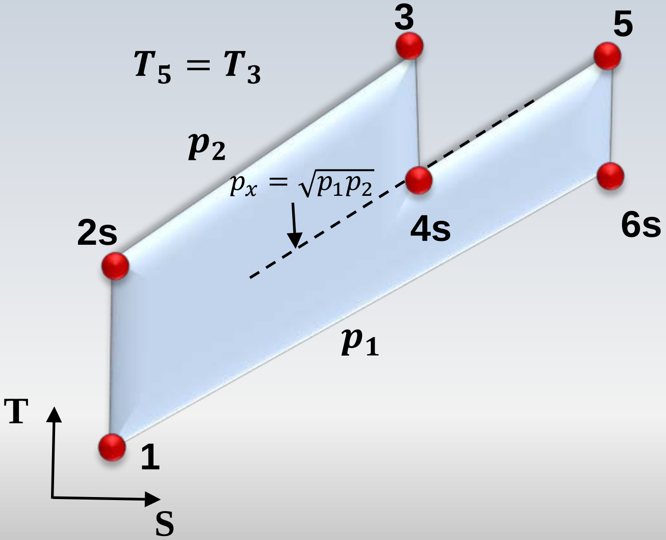
$$\eta = \frac{W_e}{Q} = \frac{c_p T_1 (\Phi ln\Delta - (\Delta - 1))}{c_p T_1 \left(\Phi - \Delta\right) + c_p T_1 \Phi ln\Delta} = \frac{\Phi ln\Delta - (\Delta - 1)}{\left(\Phi - \Delta\right) + \Phi ln\Delta}$$

Le cycle avec surchauffe

En pratique, la combustion est faite en deux étapes. D’abord elle se réalise dans une chambre avec un excès d’air. Cette condition permet de brûler une quantité de carburant additionnelle dans une deuxième chambre où la température du gaz remonte avant de compléter sa détente

Le cycle idéal avec surchauffe





Le cycle avec surchauffe sépare l'expansion en deux étapes et ajoute une surchauffe entre les deux.

Travail utile W_e

$$\left(\frac{T_3}{T_{4s}}\right)_. = \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_{2s}}{T_1}\right)_. = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \Phi_. = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

$$W_{Cs} = c_p T_1 \left(\frac{T_{2s}}{T_1} - 1 \right)$$

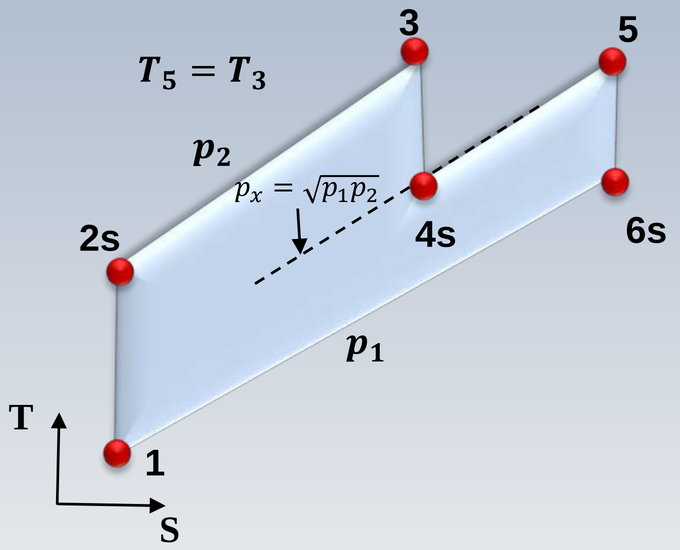
Compresseur

$$W_{Ts} = c_p T_1 \left(\frac{T_3}{T_1} - \frac{T_{4s}}{T_1} \right) + c_p T_1 \left(\frac{T_5}{T_1} - \frac{T_{6s}}{T_1} \right)$$

Turbine

$$\frac{W_e}{c_p T_1} = \left(\frac{T_3}{T_1} - \frac{T_{4s}}{T_3}\frac{T_3}{T_1} \right) + \left(\frac{T_5}{T_1} - \frac{T_{6s}}{T_5}\frac{T_5}{T_1} \right) - \frac{T_{2s}}{T_1} + 1$$

Travail utile

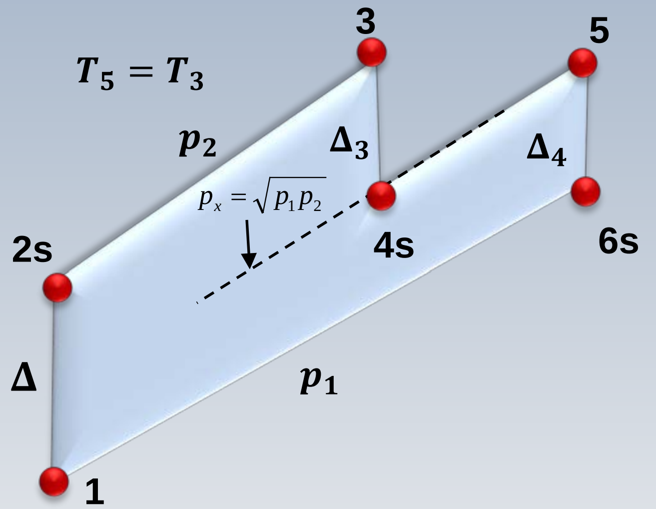


Travail utile W_e

Définition

$$\Delta = \left(\frac{T_{2s}}{T_1}\right), \quad \Delta_3 = \left(\frac{T_3}{T_{4s}}\right), \quad \Delta_4 = \left(\frac{T_5}{T_{6s}}\right), \quad \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

$$\Delta = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \quad \Delta_3 = \left(\frac{p_2}{p_x}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \quad \Delta_4 = \left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$



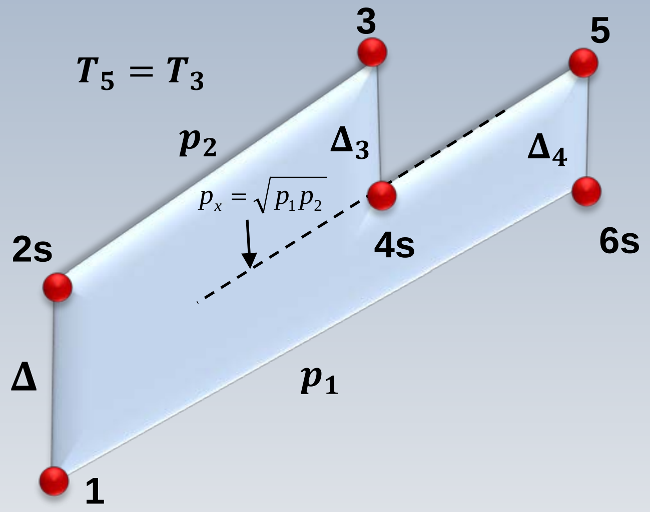
$$\boldsymbol{\Delta = \Delta_3 \times \Delta_4}$$

$$\frac{W_e}{c_p T_1} = \left(\frac{T_3}{T_1} - \frac{T_{4s}}{T_3}\frac{T_3}{T_1}\right) + \left(\frac{T_5}{T_1} - \frac{T_{6s}}{T_5}\frac{T_5}{T_1}\right) - \frac{T_{2s}}{T_1} + 1 \Rightarrow \frac{W_e}{c_p T_1} = 2\Phi - \frac{\Phi}{\Delta_3} - \frac{\Phi}{\Delta_4} - \Delta + 1$$

$$\boldsymbol{T_5 = T_3}$$

Travail utile optimale

$$\frac{W_e}{c_p T_1} = 2\Phi - \frac{\Phi}{\Delta_3} - \frac{\Phi}{\Delta_4} - \Delta + 1$$



$\Delta_4 = \boldsymbol{\Delta}/\boldsymbol{\Delta_3}$

$$\frac{W_e}{c_p T_1} = 2\Phi - \frac{\Phi}{\Delta_3} - \frac{\Phi\Delta_3}{\Delta} - \Delta + 1$$

$$\frac{d}{d\Delta_3}\left(\frac{W_e}{c_p T_1}\right) = \frac{\Phi}{\Delta_3^2} - \frac{\Phi}{\Delta} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta_3 = \sqrt{\Delta} = \Delta_4} \quad \boxed{p_x = \sqrt{p_1 p_2}}$$

Pour maximiser le travail

Travail et Rendement

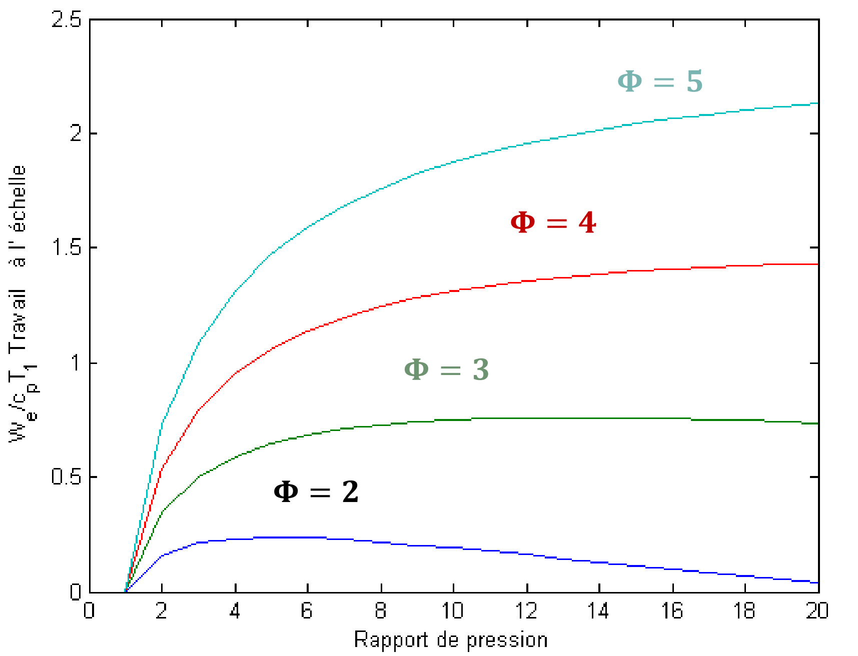
Alors, pour **un cycle idéal** avec surchauffe dont la condition $p_x = \sqrt{p_1 p_2}$ est satisfaite, l'expression pour le travail maximal est

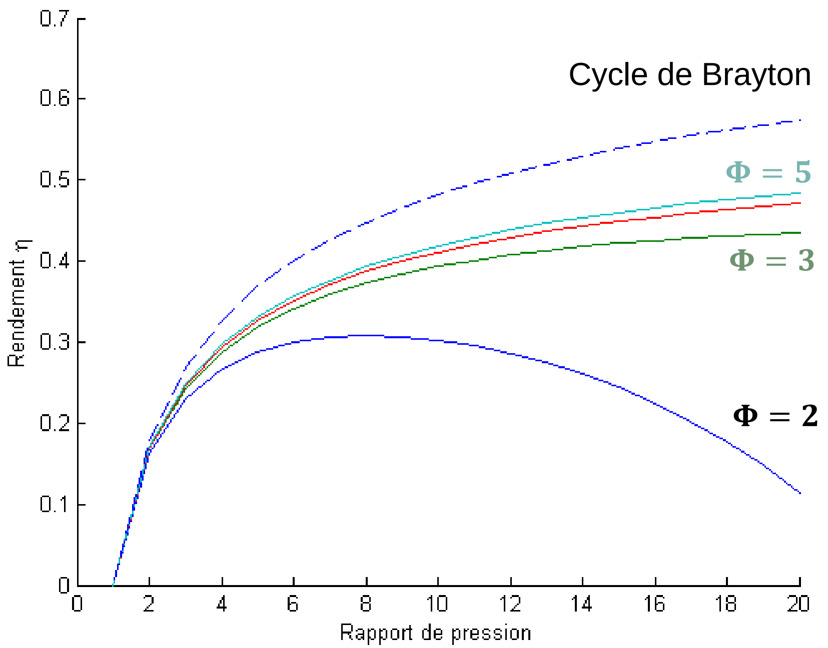
$$\frac{W_e}{c_p T_1} = \underbrace{2\Phi - \frac{2\Phi}{\sqrt{\Delta}}}_{\text{Turbines}} \underbrace{- \Delta + 1}_{\text{Compresseur}}$$

Le rendement associé à ce **cycle idéal** est donné par

$$\eta = \frac{2\Phi\left(1 - \frac{1}{\sqrt{\Delta}}\right) - (\Delta - 1)}{2\Phi - \Delta - \frac{\Phi}{\sqrt{\Delta}}}$$

L'effet d'une surchauffe



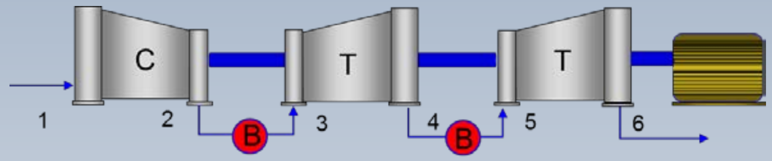


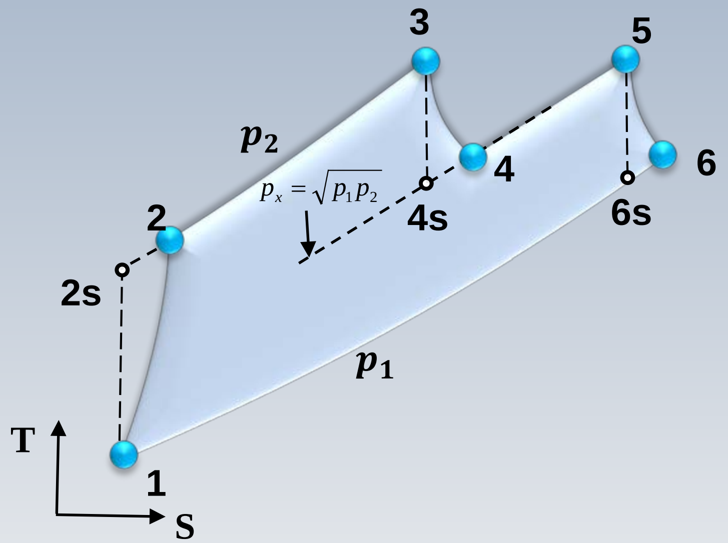
$\Phi = 5$

$r_p = 20$ ➡ $\dfrac{W_e}{c_p T_1} \approx 2.2$ $\eta \approx 0.49$

Le cycle **réel** avec surchauffe

Pratique





$$\eta = \frac{2\Phi\,\eta_T(\sqrt{\Delta}-1)-\sqrt{\Delta}(\Delta-1)/\eta_c}{\sqrt{\Delta}(2\Phi-\Delta)-\Phi}$$

Remarque: Le rendement des deux turbines est estimé comme étant le même, soit η_T. La pression intermédiaire 4-5 est considérée optimale: $p_x=\sqrt{p_1\,p_2}$. La température d'entrée de chaque turbine est supposée égale: $T_3 = T_5$. On néglige la perte de pression dans les chambres de combustion.

Cycle avec surchauffe +régénération

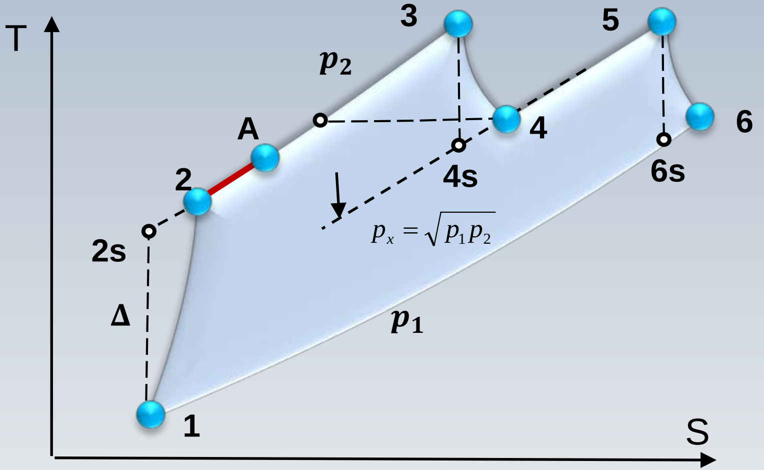
Pratique

Pour augmenter le rendement du cycle avec surchauffe, il est combiné avec une régénération. Dans ce cas, le rendement théorique associé à ce **cycle idéal** est donné par:

$$\eta = \frac{2\Phi(\sqrt{\Delta}-1)-\sqrt{\Delta}(\Delta-1)}{\sqrt{\Delta}(2\Phi-\Delta)-\sigma(\Phi-\Delta\sqrt{\Delta})-\Phi}$$

Cycle réel: surchauffe + régénération

Pratique

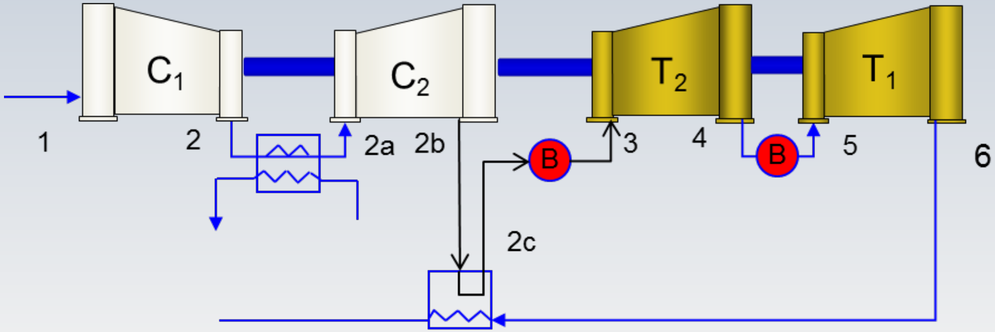


Finalement, lorsque nous tenons compte du rendement des turbines η_T et celui du compresseur η_C , l'expression pour **le rendement du cycle réel** avec une étape de compression, régénération et deux étapes de surchauffe (d'expansion) devient:

$$\eta = \frac{2\Phi\eta_T(\sqrt{\Delta}-1)/\sqrt{\Delta}-(\Delta-1)/\eta_C}{2\Phi-\left(1+(\Delta-1)/\eta_C\right)\left(1-\sigma\right)-\left(\sigma+1\right)\Phi\left(1-\eta_T(\sqrt{\Delta}-1)/\sqrt{\Delta}\right)}$$

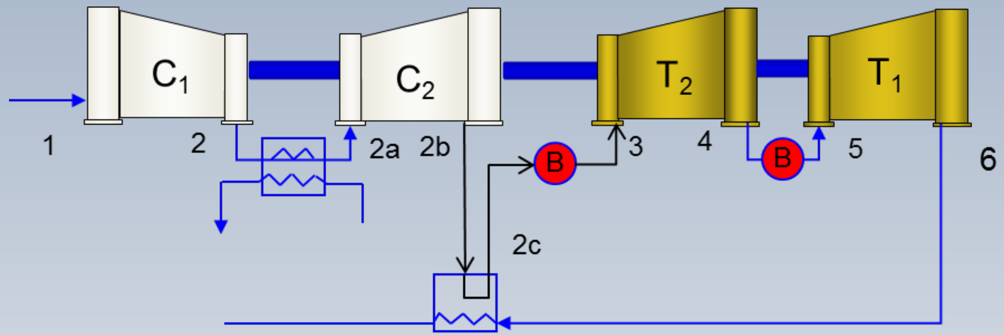
2 étages comp. + 2 d'expansion +régén.

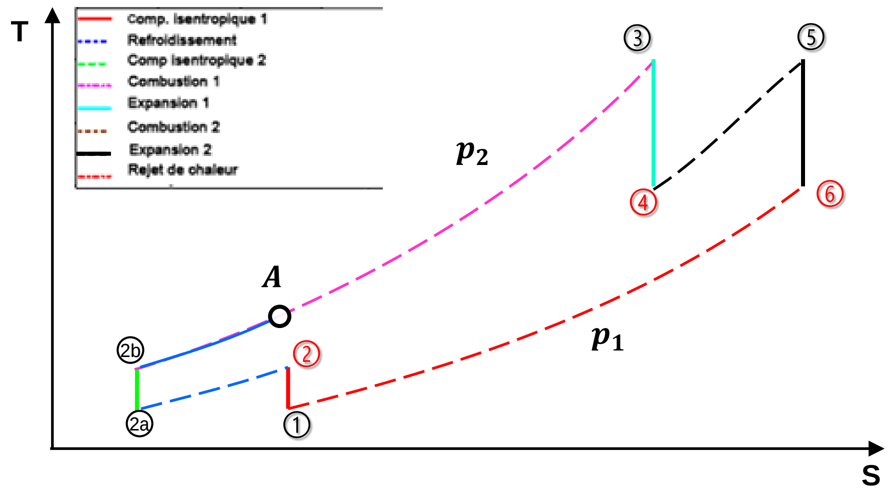
La combinaison d'une compression avec refroidissement intermédiaire et d'une surchauffe permet d'améliorer la performance du cycle, mais la machine est encore plus compliquée



2 étages comp. + 2 d'expansion +régén.

Pratique





Travail et Rendement

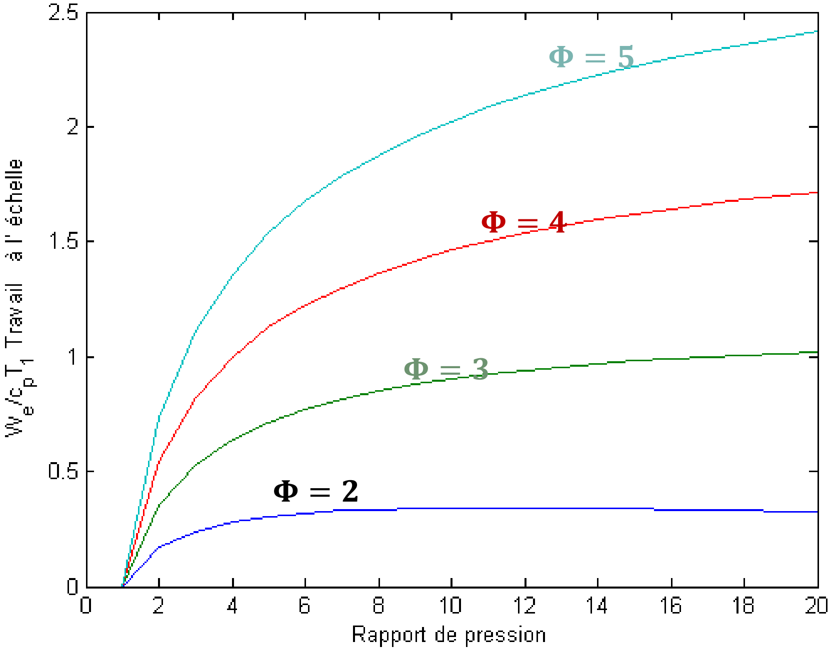
Pour **un cycle idéal** avec refroidissement, surchauffe et régénération parfaite ($\boldsymbol{\sigma = 1}$), l'expression pour le travail maximal est

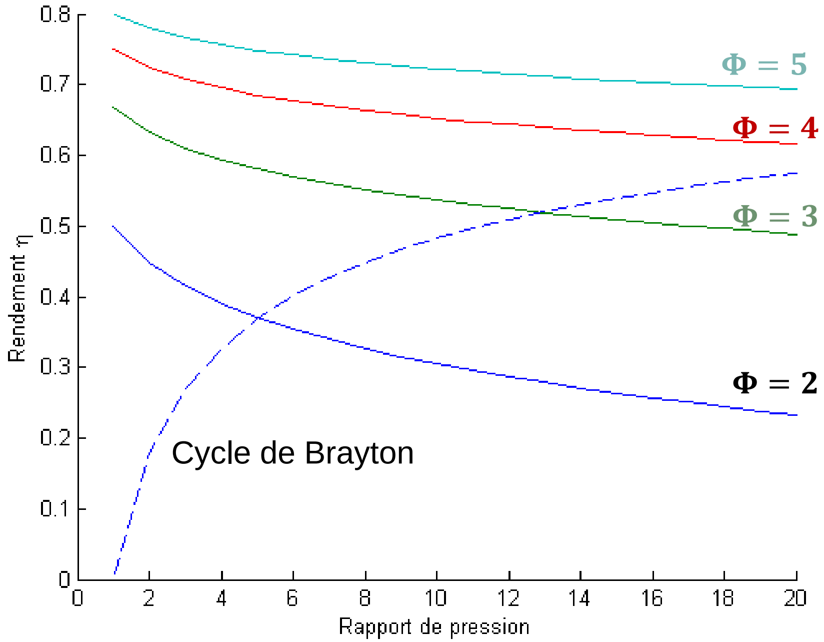
$$\frac{W_e}{c_p T_1} = 2\left(\Phi - \frac{\Phi}{\sqrt{\Delta}}\right) - 2\sqrt{\Delta} + 2$$

Le rendement associé à ce **cycle idéal** est donné par

$$\eta = 1 - \frac{\sqrt{\Delta}}{\Phi}$$

2 étages comb. +2 de comp. + régén.





$$\Phi = 5 \qquad r_p = 20 \quad \Rightarrow \quad \frac{W_e}{c_p T_1} \approx 2.4 \qquad \eta \approx 0.70$$

Multisurchauffe multirefroid. + régén

Pratique

Dans le but de se rapprocher davantage d'une compression et d'une expansion isothermique, on peut imaginer un cycle avec n étapes de compression et m étapes d'expansion.

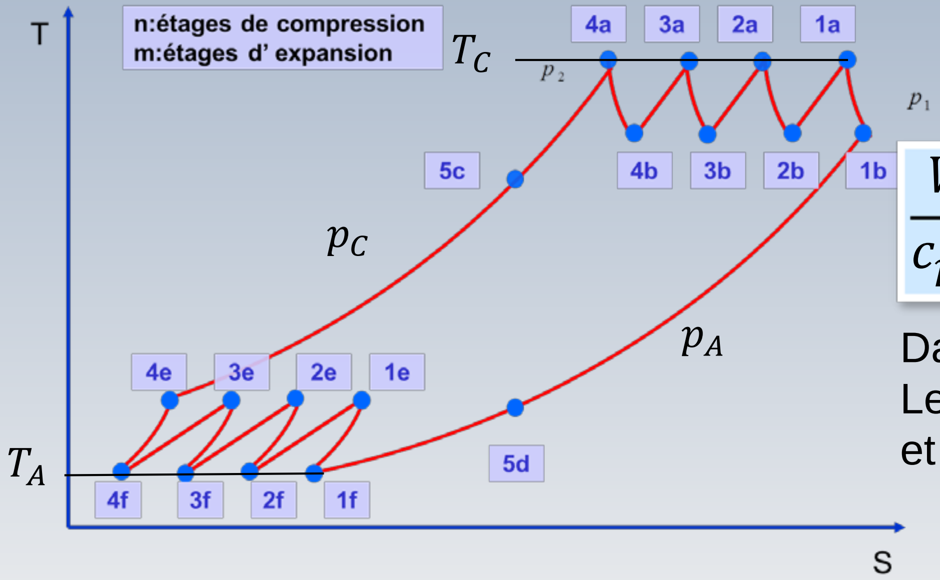
La température maximale de ce cycle est noté par $\boldsymbol{T_C}$ tandis que la température minimale par $\boldsymbol{T_A}$

Les rapports de compression et de détente sont supposés égaux pour chacun des n et m étages respectivement

Le rapport de compression global est $\boldsymbol{p_C/p_A}$ et $\boldsymbol{\Delta} = (p_c/p_A)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

Multisurchauffe multirefroid. + régén.

Pratique



$$\frac{W_e}{c_p T_c} = m\Phi\eta_T\left(1 - 1/\Delta^{\frac{1}{m}}\right) - n\left(\Delta^{\frac{1}{n}} - 1\right)/\eta_C$$

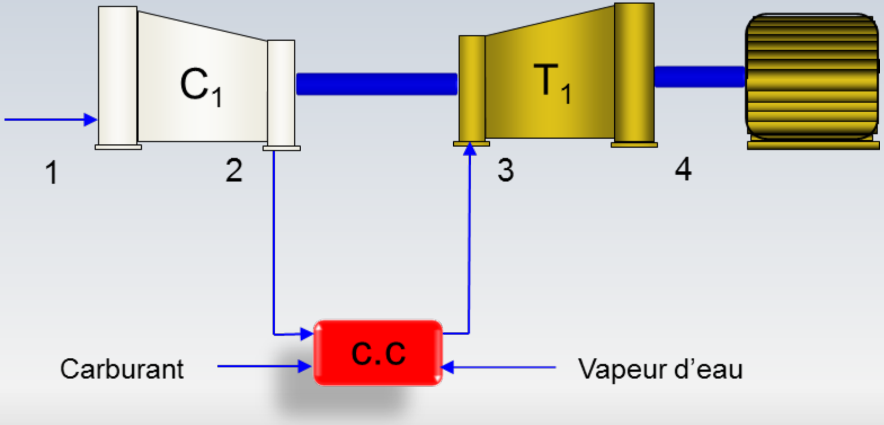
Dans ces formules $\boldsymbol{\Phi = T_C/T_A}$

Le régénérateur se situe entre la dernière turbine et le dernier compresseurs (1b-4e)

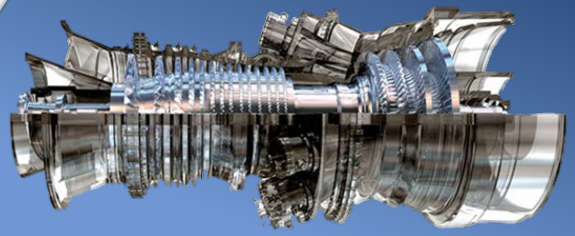
$$\eta = \frac{m\Phi\left(1-1/\Delta^{1/m}\right)\eta_T - n\left(\Delta^{1/n}-1\right)/\eta_C}{\left[\Phi-1-(\Delta^{1/n}-1)/\eta_c\right]\times(1-\sigma)+\Phi\eta_T\left[\sigma+(m-1)\right](1-1/\Delta^{1/m})}$$

Turbine à injection de vapeur

Dans la chambre de combustion on injecte du carburant combiné avec une quantité de vapeur d’eau. L’écoulement des gaz de combustion, augmenté par la vapeur d’eau surchauffée, conduit à une augmentation de la puissance livrée par la turbine. À ce phénomène on ajoute une variation de la capacité calorifique du mélange.



RÉSUMÉ



Cycle de base

$$\left(\frac{T_3}{T_{4s}}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \left(\frac{T_{2s}}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta \quad \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\Delta}$$

$$T_{2s} = \sqrt{T_1 T_3}$$

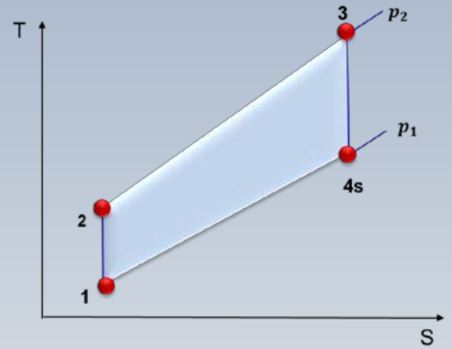
$$T_{4s} = \sqrt{T_1 T_3}$$

$$\Rightarrow T_{2s} = T_{4s}$$

Idéal

$$\Delta = \sqrt{\Phi}$$

Idéal

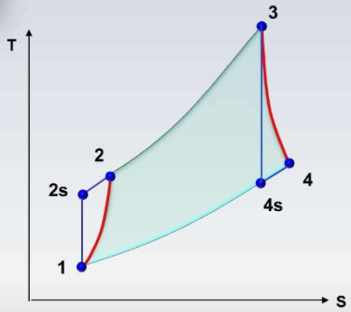


Pour Maximiser

$$\eta = \frac{\Delta - 1}{\Delta} \frac{\Phi \eta_T \eta_C - \Delta}{(\Phi - 1)\eta_C - (\Delta - 1)}$$

$$\Delta = \sqrt{n_c \eta_t \Phi}$$

Réel



Cycle + régénération

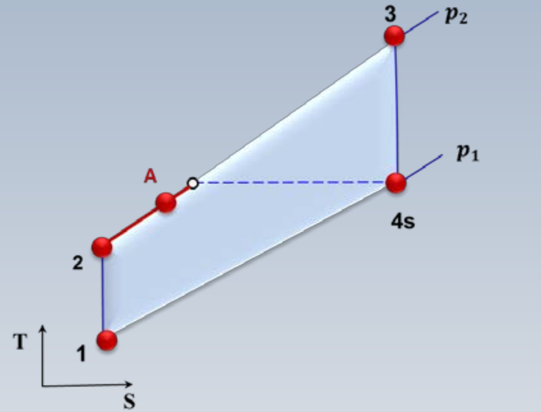
$$\eta = \frac{\Delta - 1}{\Delta}\frac{\Phi - \Delta}{\Phi - \Delta - \sigma\dfrac{\phi - \Delta^2}{\Delta}}$$

Idéal

$$\Delta = \left(\frac{T_{2s}}{T_1}\right)$$

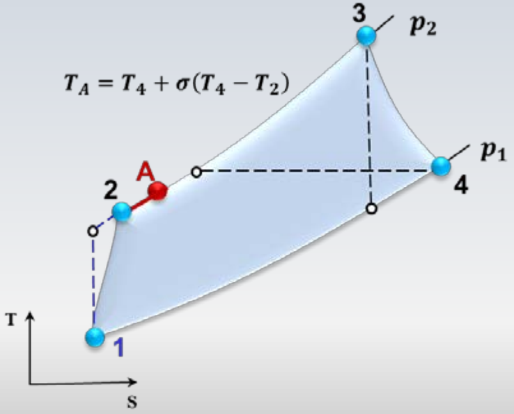
$$\Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

$$\sigma = \frac{T_A - T_{2s}}{T_{4s} - T_{2s}}$$



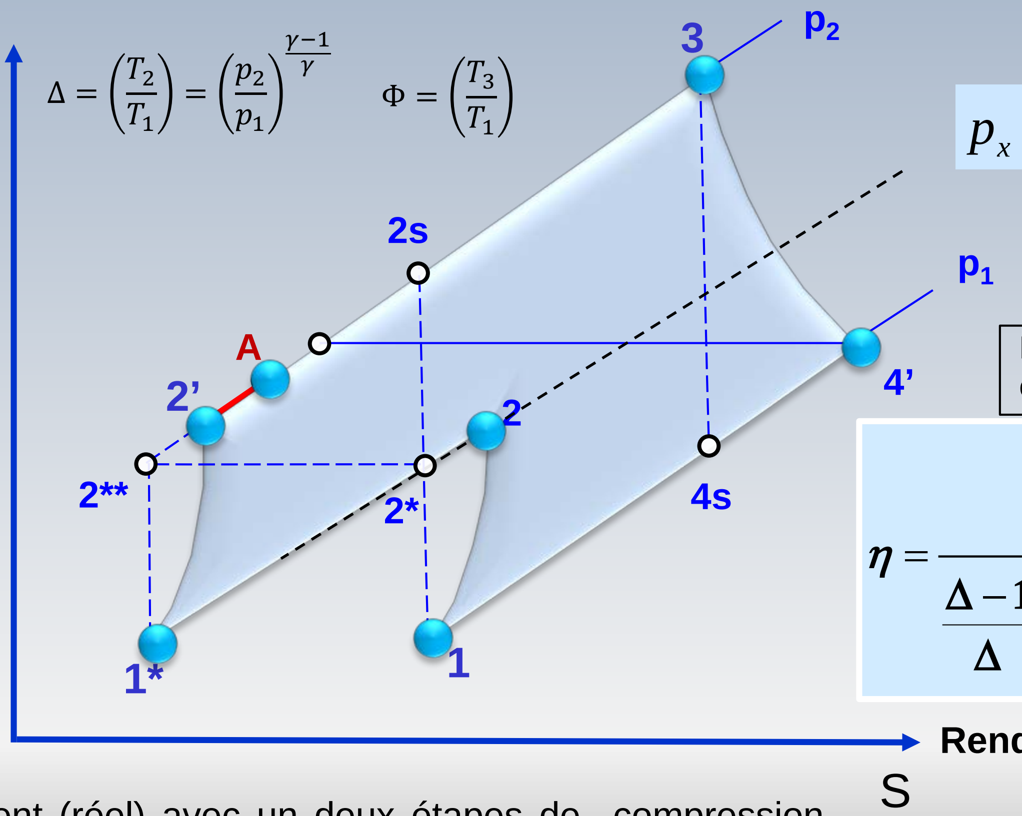
$$\eta = \frac{\Phi\eta_T - \dfrac{\Delta}{\eta_c}}{\dfrac{\Delta - 1}{\Delta}\sigma\Phi\eta_T + (1-\sigma)\left[(\Phi - 1) - \dfrac{\Delta - 1}{\eta_C}\right]}\frac{\Delta - 1}{\Delta}$$

Réel



Régénération + refroid. (2 comp.)

$$\Delta = \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \qquad \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$



$$p_x = \sqrt{p_1 p_2}$$

Le rendement η_C des compresseurs est supposé le même

$$\eta = \frac{\dfrac{\Delta - 1}{\Delta}\Phi\eta_T - \dfrac{2(\sqrt{\Delta}-1)}{\eta_c}}{\dfrac{\Delta-1}{\Delta}\sigma\Phi\eta_T + (1-\sigma)\left[\Phi - 1 - \dfrac{\sqrt{\Delta}-1}{\eta_C}\right]}$$

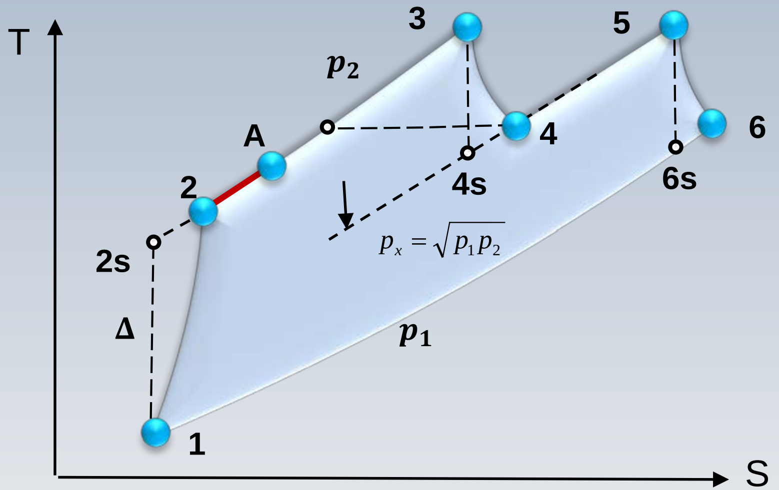
Rendement thermique du cycle RÉEL

Rendement (réel) avec un deux étapes de compression, (refroidissement), régénération et une étape d'expansion

Cycle avec surchauffe +régénération

Pratique

$$\Delta = \left(\frac{T_3}{T_{4s}}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \qquad \Delta = \left(\frac{T_{2s}}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \qquad \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$



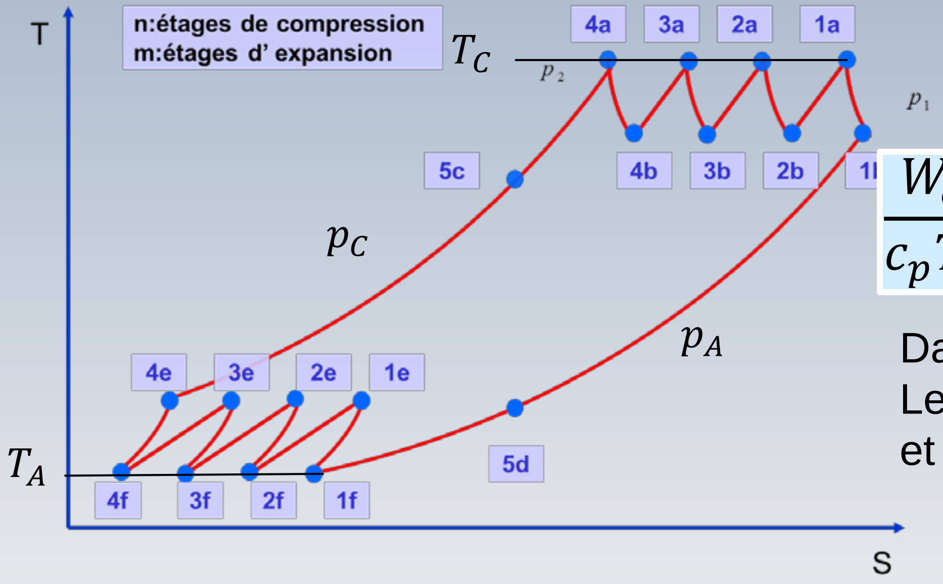
Rendement (réel) avec un étape de compression, régénération et deux étapes d'expansion (surchauffe)

Réel

$$\eta = \frac{2\Phi\eta_T(\sqrt{\Delta}-1)/\sqrt{\Delta}-(\Delta-1)/\eta_C}{2\Phi-\left(1+(\Delta-1)/\eta_C\right)\left(1-\sigma\right)-\left(\sigma+1\right)\Phi\left(1-\eta_T(\sqrt{\Delta}-1)/\sqrt{\Delta}\right)}$$

Multisurchauffe multirefroid. + régén.

Pratique



$$\frac{W_e}{c_p T_c} = m\Phi\eta_T\left(1 - 1/\Delta^{\frac{1}{m}}\right) - n\left(\Delta^{\frac{1}{n}} - 1\right)/\eta_C$$

Dans ces formules $\boldsymbol{\Phi = T_C/T_A}$

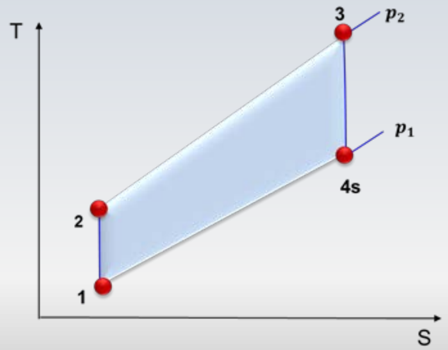
Le régénérateur se situe entre la dernière turbine et le dernier compresseurs (1b-4e)

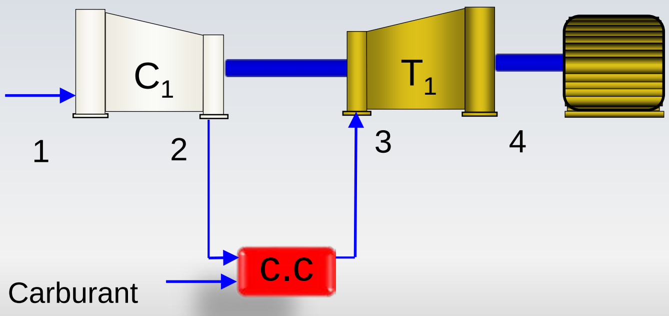
$$\eta = \frac{m\Phi\left(1-1/\Delta^{1/m}\right)\eta_T - n\left(\Delta^{1/n}-1\right)/\eta_C}{\left[\Phi - 1 - (\Delta^{1/n}-1)/\eta_c\right]\times(1-\sigma) + \Phi\,\eta_T\left[\sigma + (m-1)\right](1-1/\Delta^{1/m})}$$

Problème de rappel

Une turbine à gaz opère d'après le cycle idéal de Brayton. Les conditions de **l'air** à l'entrée sont p_1=101.3 kPa et T_1=300 K. Le rapport de pression est r= p_2 / p_1=8 et la température maximale du cycle est T_3=900 K. Considérer γ=1.4 et R= 287 [J/kg K]. Calculer

- Les coordonnées du cycle
- Le rendement du cycle



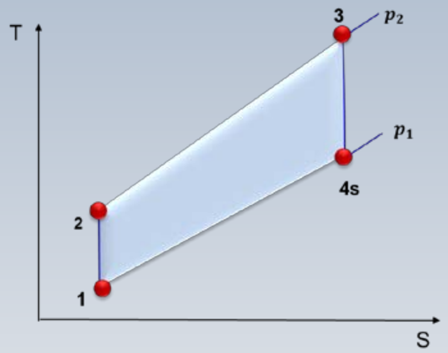


Problème de rappel

$R=287.04\ J\ kg^{-1}\ K^{-1}$

p_1=101.3 kPa, T_1=300 K,
r= p_2 / p_1=8, T_3=900 K,
γ=1.4, R= 287 [J/kg K]

$$\begin{cases} p_1 = 101.13 kPa, \quad T_1 = 300\ K \\ v_1 = \dfrac{RT_1}{p_1} = \dfrac{287.04 J\ kg^{-1} \times 300 K}{1.013 \times 10^5\ N/m^2} = 0.849 m^3/kg \end{cases}$$

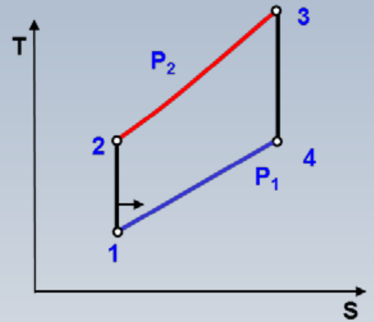


$$\begin{cases} T_2 = T_1 r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 300 \times 8^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 543.4 K \\ \Delta = \dfrac{T_2}{T_1} = 1.81, \quad v_2 = \dfrac{v_1}{r^{\frac{1}{\gamma}}} = \dfrac{0.845}{8^{\frac{1}{1.4}}} = 0.1913\ m^3/kg \end{cases}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{p_3 = p_2 = 810.4 kPa, \quad T_3 = 900\ K} \\ \boldsymbol{v_3 = \dfrac{RT_3}{p_3} = \dfrac{287 N-m/kg\ K \times 900 K}{8.104 \times 10^5\ N/m^2} = 0.318 m^3/kg} \end{cases}$$

Problème de rappel

$$\begin{cases} p_3 = p_2 = 810.4kPa, \quad T_3 = 900\ K \\ v_3 = \dfrac{RT_3}{p_3} = \dfrac{287 N-m/kg\ K \times 900K}{8.104\times10^5 N/m^2} = 0.318m^3/kg \end{cases}$$



$$\begin{cases} T_4 = \dfrac{T_3}{r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \dfrac{900}{8^{\frac{1.4-1}{1.4}}} = 496.84\ K \\ v_4 = \dfrac{RT_4}{p_4} = \dfrac{287 N-m/kg\ K \times 496.84K}{1.013\times10^5 N/m^2} = 1.40m^3/kg \end{cases}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\Delta} = 1 - \frac{1}{1.81} = 0.4479$$

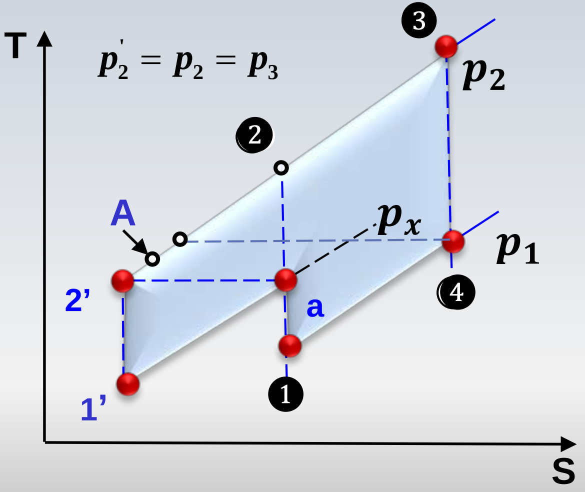
Problème

Une turbine à gaz opère avec 2 compresseurs et un régénérateur. Les paramètres de l'air à l'entrée du système sont $\mathbf{p_1=101.3\ kPa}$ et $\mathbf{T_1=290\ K}$, tandis que le température à l'entrée de la turbine est $\mathbf{T_3=973\ K}$. Le rapport de compression total est $\mathbf{r_p= 5}$, $\boldsymbol{\gamma=1.4}$ et $\mathbf{c_p =1005\ J/\ kg\ K}$. Calculer le rendement de l'installation si: **a)** $\boldsymbol{\eta_C =1= \eta_T , \sigma=0.7}$, **b)** $\boldsymbol{\eta_C =0.85= \eta_T ,\sigma=0.7}$

Pression intermédiaire p_x (optimisée)

$$p_x = \sqrt{p_1 p_2} = \sqrt{5 p_1^2} = 2.236\, p_1$$

$$\Delta = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = (5)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 1.5838$$



Problème

Compression 1-a

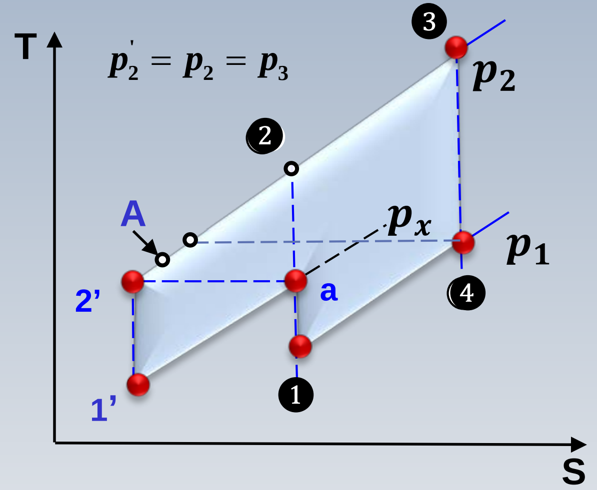
$$\Delta^* = \left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = (2.236)^{\frac{0.4}{1.4}} = 1.2584$$

$$\boldsymbol{T_a} = T_1\left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_1\,\Delta^* = 290\times 1.2584 = \boldsymbol{365K}$$

$$\boldsymbol{W_C} = c_P(T_a - T_1) + c_p(T_{2'} - T_{1'})$$

$$\left(T_1' = T_1,\quad T_2' = T_a\right)$$

$$\boldsymbol{W_C} = 2c_PT_1(\Delta^* - 1) = 2\times 1.005\times 290\times(1.2584-1) = \boldsymbol{150.6(kJ/kg)}$$



p_1=101.3 kPa et T_1=290 K,
T_3=973 K, r_p= 5 ,
γ=1.4, c_p =1005 J/ kg K

Problème

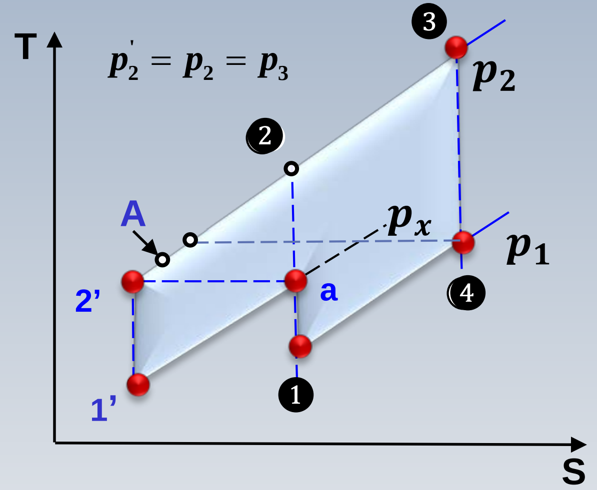
Rapport Δ

$$\Delta = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{T_3}{T_4}\right) \quad = 1.5838$$

Travail produit par la turbine

$$W_T = c_P(T_3 - T_4) \quad = c_P T_3\left(1 - \frac{1}{\Delta}\right)$$

$$\boldsymbol{W_T} = 1.005 \times 973 \times \left(1 - \frac{1}{1.5838}\right) \quad = \mathbf{360.4(kJ/kg)}$$



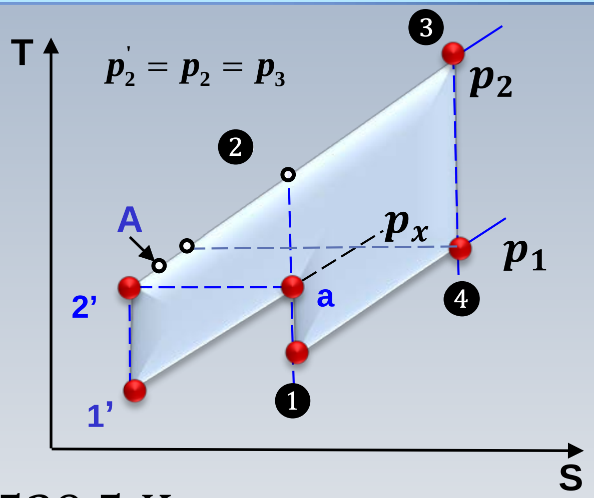
p_1=101.3 kPa et T_1=290 K,
T_3=973 K, r_p= 5 ,
γ=1.4, c_p =1005 J/ kg K

Problème

$$\Delta = \left(\frac{T_3}{T_4}\right) = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1.5838$$

$w_c = 150.6 kJ/kg$, $w_T = 360.4 kJ/kg$

$T_a = 365 K$, $T_3 = 973$ K, $\sigma = 0.7$



$$T_4 = T_3 / \Delta$$

$$T_4 = 973 / 1.5838 = 614.3K$$

Régénérateur:point A

$$T_2' = T_a = 365K$$

$$T_A = T_2' + \sigma(T_4 - T_2') = 365 + 0.7(614.3 - 365) = 539.5\,K$$

$$Q_1 = c_p(T_3 - T_A) = 1.005(973 - 539.5) = \mathbf{435.6\,kJ/kg}$$

$$\boldsymbol{\eta} = \frac{W_T - W_C}{Q_1} = \frac{360.4 - 150.6}{435.6} = \mathbf{0.482}$$

Problème

p_1=101.3 kPa, T_1=290 K, T_3=973 K r_p= 5
γ=1.4 et c_p =1005 J/ kg K., σ=0.7

$$\eta = \frac{\dfrac{\Delta-1}{\Delta}\Phi\,\eta_T - \dfrac{2\left(\sqrt{\Delta}-1\right)}{\eta_C}}{\dfrac{\Delta-1}{\Delta}\sigma\Phi\,\eta_T + (1-\sigma)\left[\Phi - 1 - \dfrac{\sqrt{\Delta}-1}{\eta_C}\right]}$$

$$\Delta = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\gamma-1/\gamma} = 1.5838$$

$$\Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right) = \left(\frac{973}{290}\right) = 3.35$$

$$\eta_c = \eta_T = 1, \quad \sigma = 0.7$$

$$\eta = \frac{\dfrac{1.5838-1}{1.5838}\times 3.35\times 1 - \dfrac{2\left(\sqrt{1.5838}-1\right)}{1}}{\dfrac{1.5838-1}{1.5838}\times 0.7\times 3.35\times 1 + (1-0.7)\left[3.35 - 1 - \dfrac{\sqrt{1.5838}-1}{1}\right]} = \mathbf{0.482}$$

Problème

p_1=101.3 kPa, T_1=290 K, T_3=973 K r_p= 5
γ=1.4 et c_p =1005 J/ kg K., σ=0.7

$$W_{Ts} = 360.4(kJ/kg)$$

$$W_{Cs} = 150.6(kJ/kg)$$

$$\eta_T = \eta_C = 0.85$$

$$\Delta = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\gamma-1/\gamma} = 1.5838, \quad \Phi = \left(\frac{T_3}{T_1}\right) = \left(\frac{973}{290}\right) = 3.35$$

$$W_C = 150.6/0.85 = 177.2\left(kJ/kg\right) \qquad W_T = 0.85(360.4) = 306.3\left(kJ/kg\right)$$

$$\eta = \frac{\frac{1.5838-1}{1.5838}\times 3.35\times 0.85 - \frac{2\left(\sqrt{1.5838}-1\right)}{0.85}}{\frac{1.5838-1}{1.5838}\times 0.7\times 3.35\times 0.85 + (1-0.7)\left[3.35-1-\frac{\sqrt{1.5838}-1}{0.85}\right]} = \mathbf{0.326}$$

$$\eta = \frac{\frac{\Delta-1}{\Delta}\Phi\eta_T - \frac{2\left(\sqrt{\Delta}-1\right)}{\eta_C}}{\frac{\Delta-1}{\Delta}\sigma\Phi\eta_T + (1-\sigma)\left[\Phi-1-\frac{\sqrt{\Delta}-1}{\eta_C}\right]}$$

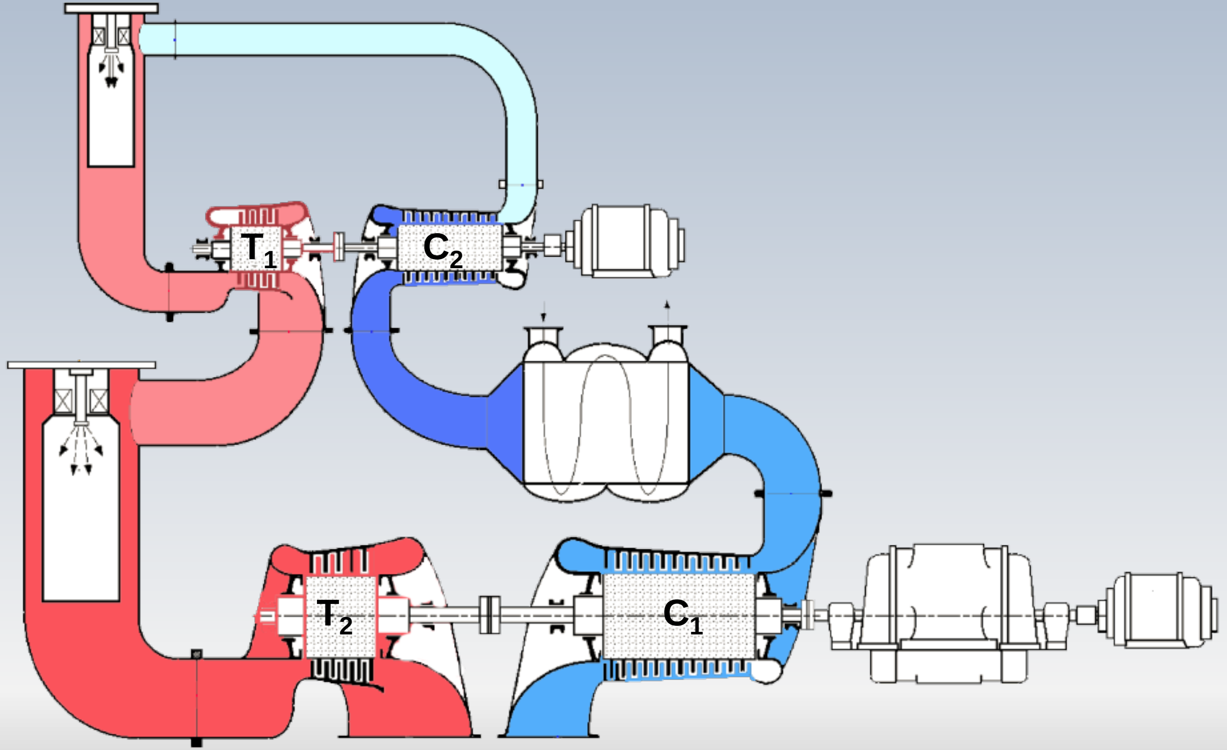
Agencements

L’analyse thermodynamique simplifiée permet d’obtenir une première approximation du rendement d’un cycle

Cependant, elle utilise une valeur constante pour la capacité calorifique, indépendante de la température. Cette analyse abrégée ne regarde pas s’il s’agit d’un gaz de combustion ou de l’air (c_p différents)

Non plus, le type d’agencement (couplage) mécanique est pris en compte . Alors…

Deux arbres séparés

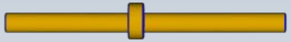


Deux arbres séparés

❷  ❸

$$(1+f)h_{03} = h_{02} + f \times LHV$$

$$f = \frac{c_{p|t}T_{03} - c_{p|c}T_{02}}{LHV - c_{p|t}T_{03}}$$

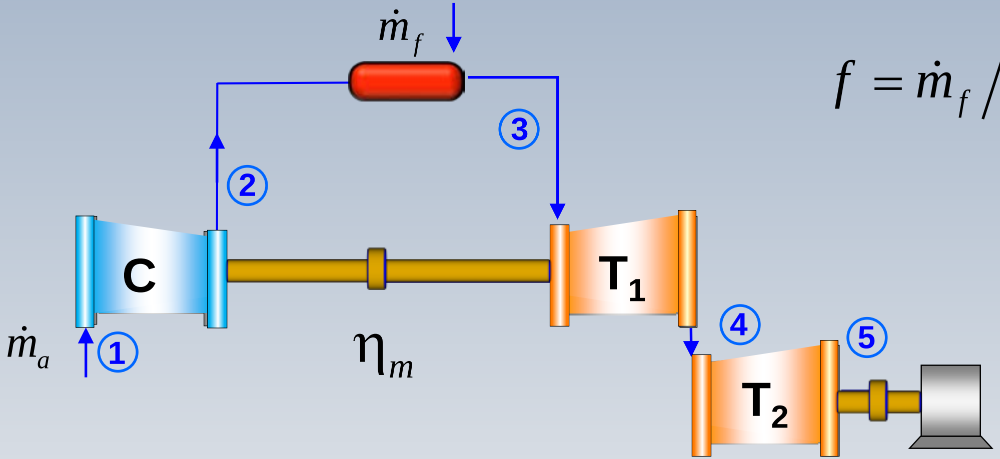
❷  ❸

$$\eta_m(1+f)W_{t1} = W_c$$

$$T_{04} = T_{03} - \frac{1}{\eta_m(1+f)}\frac{c_{p|c}}{c_{p|t}}(T_{02} - T_{01})$$

❸  ❹

$$\frac{p_{04}}{p_{03}} = \left(1 - \frac{T_{03} - T_{04}}{\eta_{T1}T_{03}}\right)^{\gamma_t/(\gamma_t-1)}$$



$$f = \dot{m}_f / \dot{m}_a$$

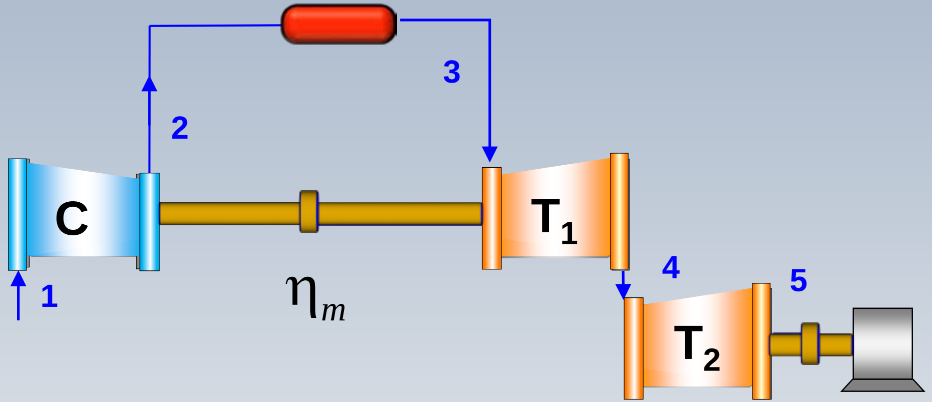
$$\begin{cases} \dfrac{p_{04}}{p_{03}} = \left(\dfrac{T_{04s}}{T_{03}}\right)^{\gamma_t/(\gamma_t-1)} \\ \eta_{T1} = \dfrac{T_{03} - T_{04}}{T_{03} - T_{04s}} \end{cases}$$

Deux arbres séparés

④ T2 ⑤

$$\begin{cases} \dfrac{p_{05}}{p_{04}} = \left(\dfrac{T_{05s}}{T_{04}}\right)^{\gamma_t/(\gamma_t-1)} \\ \eta_{T2} = \dfrac{T_{04}-T_{05}}{T_{04}-T_{05s}} \end{cases}$$

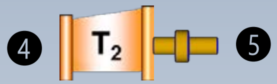
$$p_{05} = connue$$



⇓

$$\boldsymbol{T_{05} = T_{04}\left[1 - \eta_{T2}\left(1 - \left(\frac{p_{05}}{p_{04}}\right)^{(\gamma_t-1)/\gamma_t}\right)\right]}$$

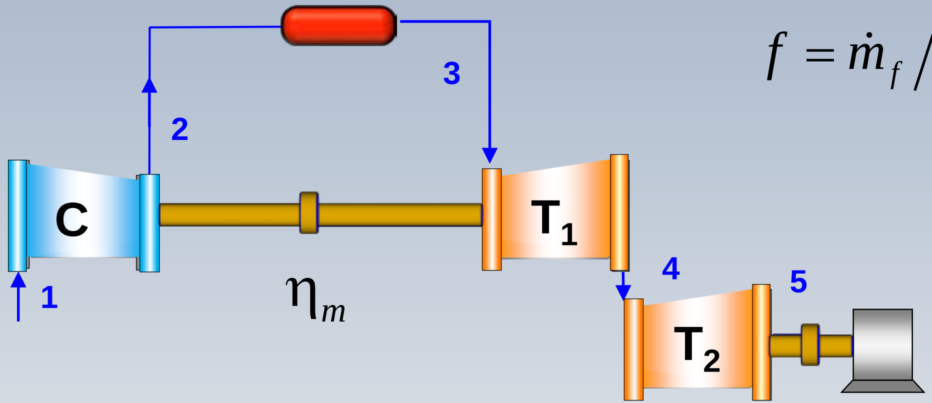
Deux arbres séparés



$$f = \dot{m}_f / \dot{m}_a$$

$$W_e = (1 + f)c_{pt}(T_{04} - T_{05})$$

$$SFC = f / W_e$$

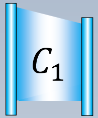


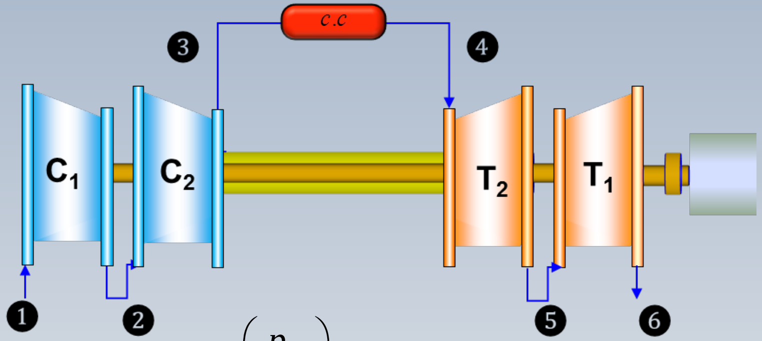
$$\eta_{th} = \frac{W_e}{f \times LHV} = \frac{1}{SFC \times LHV}$$

Deux arbres concentriques

CBP

$$W_{c1} = c_{pc}(T_{02} - T_{01})$$



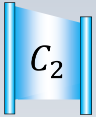


$$r_{c2} = \left(\frac{p_{03}}{p_{02}}\right)$$

$$p_{03} = p_{02} r_{c2}$$

CHP

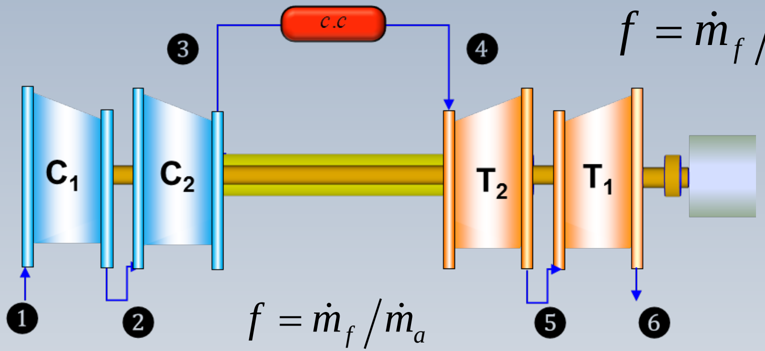
$$\begin{cases} \dfrac{p_{03}}{p_{02}} = \left(\dfrac{T_{03s}}{T_{02}}\right)^{\gamma_c/(\gamma_c - 1)} \\ \eta_{C2} = \dfrac{T_{03} - T_{02s}}{T_{03} - T_{02}} \end{cases}$$



$$\Rightarrow \quad T_{03} = T_{02}\left[1 + \frac{r_{c2}^{(\gamma_c - 1)/\gamma_c} - 1}{\eta_{c2}}\right]$$

Deux arbres concentriques

$$f = \dot{m}_f / \dot{m}_a$$



CHP

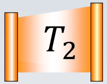
$$W_{c2} = c_{pc}(T_{03} - T_{02})$$

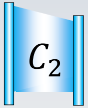
3  4

Ch.C.

$$(1 + f)h_{04} = h_{03} + f \times LHV$$

$$f = \frac{c_{p|t}T_{04} - c_{p|c}T_{03}}{LHV - c_{p|t}T_{04}}$$

4  5

2  3

3  4

THP

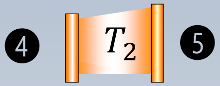
$$\eta_m(1 + f)W_{t2} = W_{c2}$$

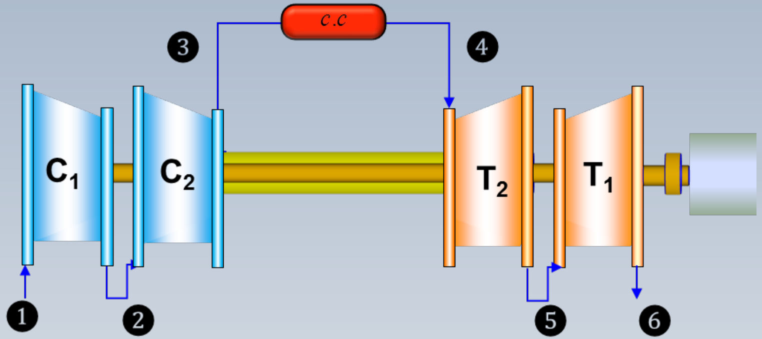
$$T_{05} = T_{04} - \frac{1}{\eta_m(1+f)} \frac{c_{p|c}}{c_{p|t}}(T_{03} - T_{02})$$

Deux arbres concentriques

THP

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{p_{05}}{p_{04}} = \left(\dfrac{T_{05s}}{T_{04}}\right)^{\gamma_t/(\gamma_t-1)} \\[2ex] \eta_{T2} = \dfrac{T_{04}-T_{05}}{T_{04}-T_{05s}} \end{array}\right.$$



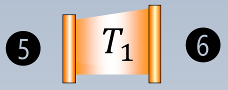


$$\frac{p_{05}}{p_{04}} = \left(1 - \frac{T_{04}-T_{05}}{\eta_{T2} T_{04}}\right)^{\gamma_t/(\gamma_t-1)}$$

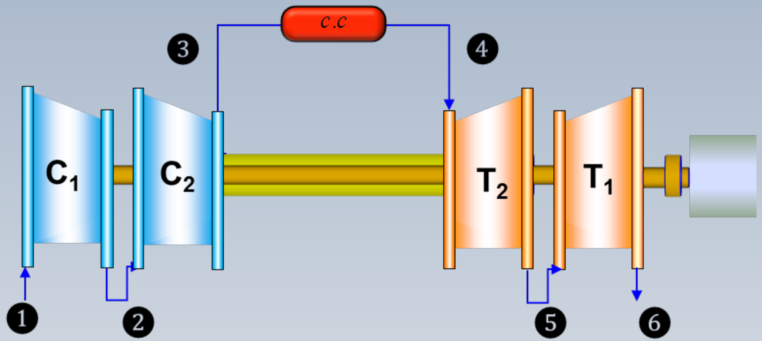
Deux arbres concentriques

TBP

$$\begin{cases} \dfrac{p_{06}}{p_{05}} = \left(\dfrac{T_{06s}}{T_{05}}\right)^{\gamma_t/(\gamma_t-1)} \\ \eta_{T1} = \dfrac{T_{05}-T_{06}}{T_{05}-T_{06s}} \end{cases}$$



$$p_{06} = connue$$

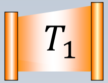


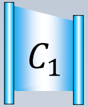
$$\boldsymbol{T_{06} = T_{05}\left[1-\eta_{T1}\left(1-\left(\frac{p_{06}}{p_{05}}\right)^{(\gamma_t-1)/\gamma_t}\right)\right]}$$

Deux arbres concentriques

❷  ❺

$$W_e = (1+f)c_{pt}(T_{05} - T_{06}) - c_{pc}(T_{02} - T_{01})$$

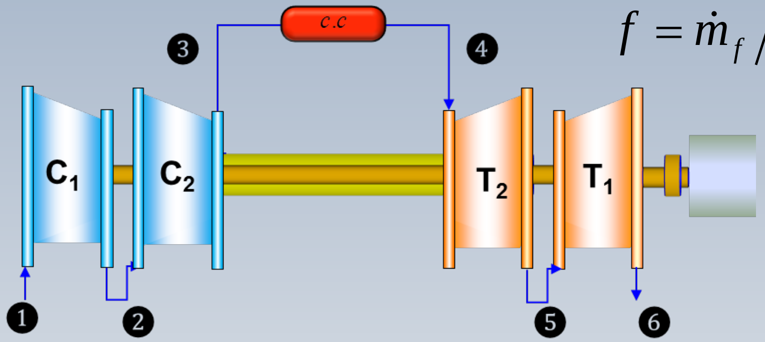
❺ 

❻ ❶ 

❷

$$SFC = f / W_e$$

$$f = \dot{m}_f / \dot{m}_a$$

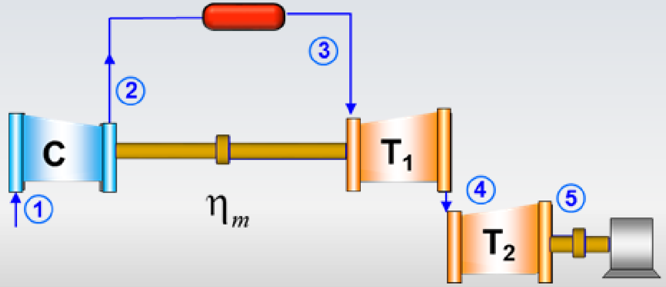


$$\boldsymbol{\eta_{th} = \frac{W_e}{f \times LHV} = \frac{1}{SFC \times LHV}}$$

Problème

Les conditions pour l'installation ci-dessous sont les suivantes: p_{01}= **101.3 kPa** et T_{01}=**288 K**. Le rapport de compression est r_c =**9**, T_{03}=**1380K**, η_C =**0.87**, η_{T1} =**0.89**, η_{T2} =**0.89**. Le pouvoir calorifique est **LHV=43000kJ/kg** et la pression à la sortie de la turbine de puissance T_2 est p_{05}=**120 kPa**. Considérez η_m **=1** γ_c=**1.4** et γ_t =**1.333** et calculez:

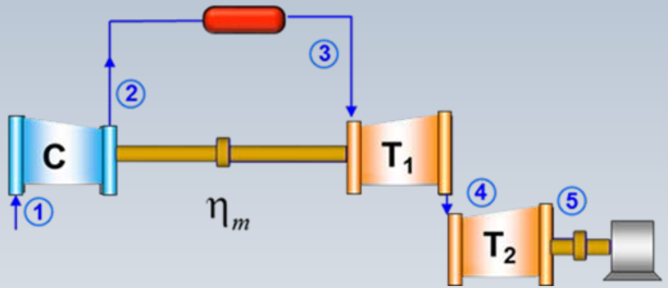
- Le rapport débit massique de carburant /débit massique d'air: **f**
- La température T_{05} à la sortie de la turbine de puissance (T_2)
- Le travail spécifique utile W_e
- La rendement thermique du système η_{th}



Problème f?

p_{01}= 101.3 kPa, T_{01}=288K, r_c =9, T_{03}=1380K, η_C=0.87, η_{T1} =0.89, η_{T2} =0.89, LHV=43000kJ/kg , p_{05}=120 kPa. γ_c=1.4 , γ_t =1.333, η_m=1, c_{pt}=1.148kJ/kg, c_{pc}=1.004kJ/kg

Compresseur



$$p_{02} = r_c p_{01} = 9 \times 101.3 = \mathbf{911.7\,kPa}$$

$$T_{02} = T_{01}\left[1 + \frac{r_c^{(\gamma_c-1)/\gamma_c} - 1}{\eta_c}\right]$$

$$= 288\left[1 + \frac{9^{(1.4-1)/1.4} - 1}{0.87}\right] = \mathbf{577.53\,K}$$

Chambre de combustion f

$$f = \frac{c_{p|t}T_{03} - c_{p|c}T_{02}}{LHV - c_{p|t}T_{03}} = \frac{1.148\times 1380 - 1.004\times 577.53}{43000 - 1.148\times 1380} = \mathbf{0.0243}$$

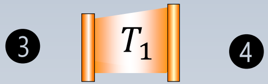
Problème T_{05}?

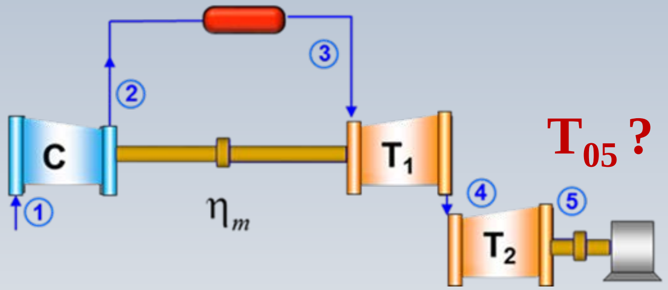
$f = 0.0243, \quad T_{02} = 577.53K$

p_{01}= 101.3 kPa, T_{01}=288K, r_c =9, T_{03}=1380K, η_C=0.87, η_{T1} =0.89, η_{T2} =0.89, LHV=43000kJ/kg , p_{05}=120 kPa. γ_c=1.4 , γ_t =1.333, η_m=1, c_{pt}=1.148kJ/kg, c_{pc}=1.004kJ/kg

$$p_{03} = p_{02} = \mathbf{911.7}\boldsymbol{kPa}$$

Turbine liée





$$\boldsymbol{T_{04}} = T_{03} - \frac{1}{\eta_m(1+f)}\frac{c_{p|c}}{c_{p|t}}(T_{02} - T_{01})$$

$$= 1380 - \frac{1}{(1+0.0243)}\frac{1.004}{1.148}(577.53 - 288) = \mathbf{1132.5}\boldsymbol{K}$$

$$\boldsymbol{p_{04}} = p_{03}\left(1 - \frac{T_{03} - T_{04}}{\eta_{T1} T_{03}}\right)^{\gamma_t/(\gamma_t - 1)} = 911.7\left(1 - \frac{1380 - 1132.5}{0.89 \times 1380}\right)^{1.333/(0.333)} = \mathbf{370.8}\boldsymbol{kPa}$$

Problème

$p_{04} = 370.8kPa \quad T_{04} = 1132.5K \quad f = 0.0243,$

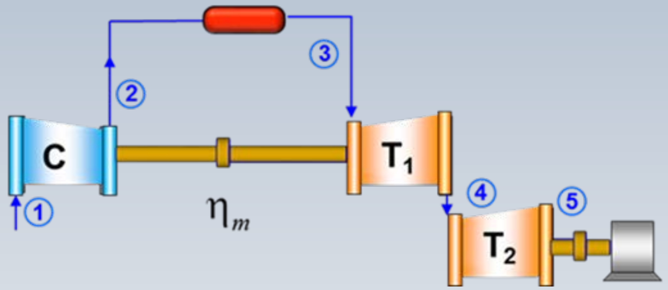
$T_{05}?\ W_e?\ \eta_{th}?$

p_{01}= 101.3 kPa, T_{01}=288K, r_c =9, T_{03}=1380K, η_C=0.87, η_{T1} =0.89, η_{T2} =0.89, LHV=43000kJ/kg , p_{05}=120 kPa. γ_c=1.4 , γ_t =1.333, η_m=1

Turbine de puissance ❹ T_2 ❺

$$T_{05} = T_{04}\left[1-\eta_{T2}\left(1-\left(\frac{p_{05}}{p_{04}}\right)^{(\gamma_t-1)/\gamma_t}\right)\right] \qquad T_{04} = 1132.5K \quad p_{04} = 370.8kPa$$

$$= 1132.5\left[1-0.89\left(1-\left(\frac{120}{370.8}\right)^{(.333)/1.333}\right)\right] = \mathbf{884.8K}$$



$$\eta_{th} = \frac{W_e}{f \times LHV} \qquad f = 0.0243$$

$$W_e = (1+f)c_{pt}(T_{04}-T_{05})$$

$$= (1.0243)\times 1.148(1132.5-884.8) = \mathbf{292.27kJ/kg}$$

$$= \frac{292.27}{0.0243\times 43000} = \mathbf{0.279}$$

Problème: raccourci

p_{01}= 101.3 kPa, T_{01}=288K, r_c =9, T_{03}=1380K, η_C=0.87, η_{T1} =0.89, η_{T2} =0.89, LHV=43000kJ/kg , p_{05}=120 kPa. γ_c=1.4 , γ_t =1.333, η_m=1

$$\eta = \frac{\frac{\Delta - 1}{\Delta}\Phi \eta_T - \frac{2\left(\sqrt{\Delta} - 1\right)}{\eta_C}}{\frac{\Delta - 1}{\Delta}\sigma \Phi \eta_T + (1-\sigma)\left[\Phi - 1 - \frac{\sqrt{\Delta} - 1}{\eta_C}\right]}$$

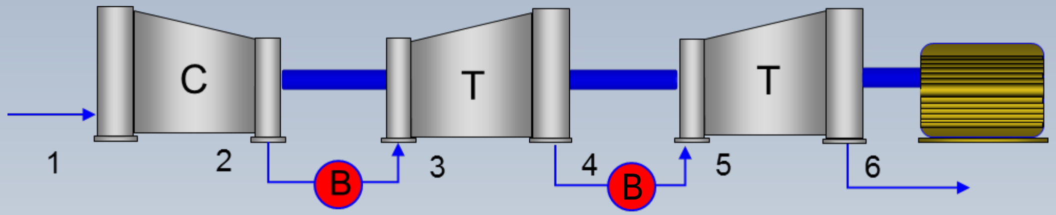
$$\Phi = \frac{T_{03}}{T_{02}} = 4.792$$

$$\Delta = \left(\frac{p_{02}}{p_{01}}\right)^{\gamma - 1/\gamma} = 1.873$$

$$\sigma = 0$$

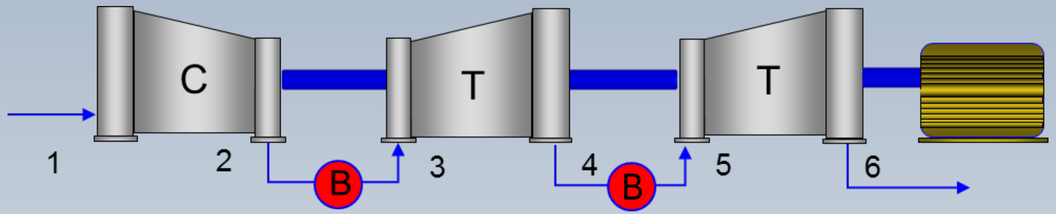
$$\boldsymbol{\eta = 0.339}$$

Problème



- La température et la pression à l'entrée du compresseur C sont $T_{01} = 288$ K et $p_{01} = 101.3$ kPa
- Le rendement du compresseur (C) $\eta_c = 87$ %
- La pression à la sortie du compresseur $p_{02} = 1216$ kPa
- Le rendement des turbines $\eta_t = 89$ %
- La température à la sortie des chambres de combustion $T_{03} = T_{05} = 1400$ K
- Le pouvoir calorifique : LHV=43000 kJ/kg

Problème



Considérez $\boldsymbol{c_p = cnste}$ et calculez:

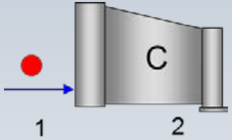
- Le travail de compression
- La pression $p_{05} = p_{04}$
- La travail utile produit par la seconde turbine
- L'efficacité thermique
- La consommation spécifique

Problème w_c?

p_{01}= 101.3 kPa, T_{01}=288K, T_{03}=1400K, η_C=0.87, η_{T1} =0.89, η_{T2} =0.89, LHV=43000kJ/kg , p_{02}=1216 kPa. γ_c=1.4 η_m=1, c_p=1.004 kJ/kg-K

Entrée du compresseur :

$$T_{01} = 288\,K$$

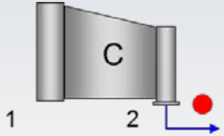


$$\frac{T_{02s}}{T_{01}} = \left(\frac{p_{02}}{p_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

“ Pont isentropique ”

$$= (r_p)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = (12)^{0.2857}$$

Sortie du compresseur



$$T_{02} = T_{01} + \frac{T_{02s} - T_{01}}{\eta_c} = 630.3K$$

$$T_{02s} = 585.8K$$

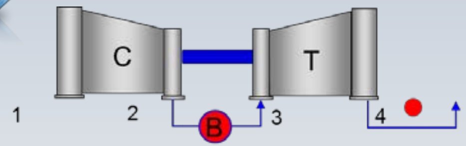
$$T_{02} = 630.3K$$

Problème w_c?

p_{01}= 101.3 kPa, T_{01}=288K, T_{03}=1400K, η_C=0.87, η_{T1} =0.89, η_{T2} =0.89, LHV=43000kJ/kg , p_{02}=1216 kPa. γ_c=1.4 η_m=1 , c_p=1.004 kJ/kg-K

$$\boldsymbol{w_{cs}} = c_p(T_{02s} - T_{01}) = 1.0045(585.8 - 288) \quad = \mathbf{299.1\,kJ/kg}$$

$$w_{cr} = \frac{w_{cs}}{\eta_c} = \frac{299.1}{0.87} = \mathbf{343.83\,kJ/kg}$$



$$\boldsymbol{w_{tr} = w_{cr} = 343.83\,kJ/kg}$$

$$w_{ts} = \frac{w_{tr}}{\eta_t} = \frac{343.83}{0.89} = \quad \mathbf{386.34\,kJ/kg}$$

“ Pont isentropique ”

Problème p_{04}?

p_{01}= 101.3 kPa, T_{01}=288K, T_{03}=1400K, η_C=0.87, η_{T1} =0.89, η_{T2} =0.89, LHV=43000kJ/kg , p_{02}=1216 kPa. γ_c=1.4 η_m=1 , c_p=1.004 kJ/kg-K

$$T_{03} = 1400\text{K}$$

Processus **isentropique** 3-4

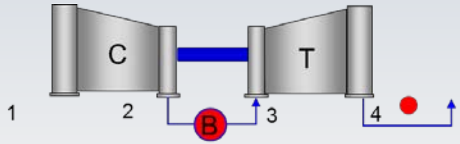
$$\boldsymbol{T_{04s}} = T_{03} - \frac{w_{ts}}{c_p} = \mathbf{1015.4K}$$

$$w_{ts} = 386.34\, kJ/kg$$

$$w_{tr} = 343.83\, kJ/kg$$

Processus réel 3-4

$$\boldsymbol{T_{04}} = T_{03} - \frac{w_{tr}}{c_p} = \mathbf{1057.7K}$$



$$\frac{\boldsymbol{p_{04}}}{p_{03}} = \left(\frac{T_{04s}}{T_{03}}\right)^{\gamma/\gamma-1}$$

$$\boldsymbol{p_{04} = 395.8\, kPa} \quad (p_{03} = p_{02})$$

Problème w_{t2r}?

p_{01}= 101.3 kPa, T_{01}=288K, T_{03}=1400K, η_C=0.87, η_{T1} =0.89, η_{T2} =0.89, LHV=43000kJ/kg , p_{02}=1216 kPa. γ_c=1.4 η_m=1 , c_p=1.004 kJ/kg-K

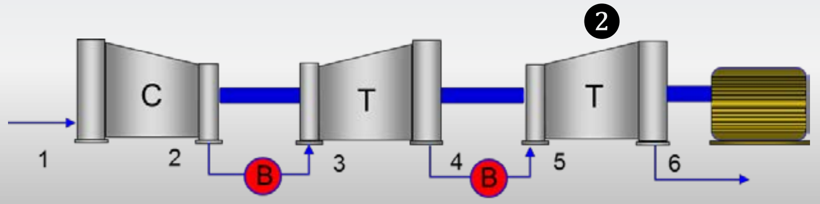
$$p_{04} = p_{05} = 395.82\, kPa \qquad p_{06} = p_{01} = 101.3\, kPa$$

$$T_{03} = T_{05} = 1400\, K$$

$$\frac{p_{06}}{p_{05}} = \left(\frac{T_{06s}}{T_{05}}\right)^{\gamma/\gamma-1} \Rightarrow \quad \boldsymbol{T_{06s} = 948.5K}$$

Processus 5-6

$$\boldsymbol{w_{t2r}} = c_p(T_{05} - T_{06s})\eta_t = \boldsymbol{403.7 kJ/kg}$$



Problème

p_{01}= 101.3 kPa, T_{01}=288K, T_{03}=1400K, η_C=0.87, η_{T1} =0.89, η_{T2} =0.89, LHV=43000kJ/kg , p_{02}=1216 kPa. γ_c=1.4 η_m=1 , c_p=1.004 kJ/kg-K

$w_{t2r} = 403.7 kJ/kg$ $T_{03} = 1400$ K $T_{02} = 630.3$K

$T_{04} = 1057.1$K $T_{05} = 1400$K

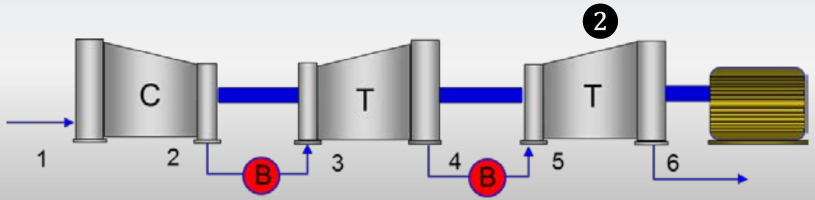
Efficacité thermique

$$q_{c.c} = c_p\left[(T_{05} - T_{04}) + (T_{03} - T_{02})\right] = \mathbf{1159.5\, kJ/kg}$$

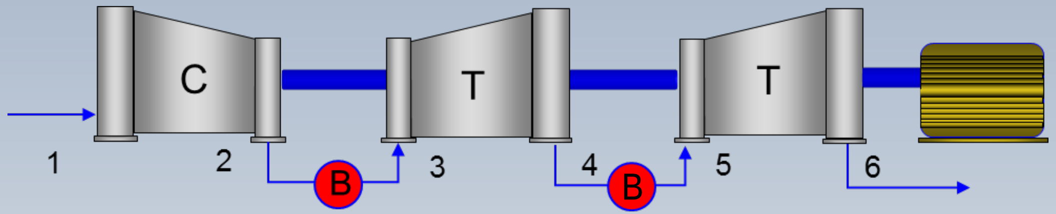
$$\eta_{th} = \frac{w_{t2r}}{q_{c.c}} = \frac{403.7}{1159.5} = \mathbf{0.348}$$

$$\boldsymbol{SFC} = \frac{3600}{\eta_{th} \times LHV}$$

$$= \frac{3600}{0.348 \times 43000} = \mathbf{0.24 \frac{kJ}{kW\,h}}$$



Problème $(c_p \neq cnste)$



Considérez de l'air standard ($\boldsymbol{c_p \neq cnste}$) et calculez:

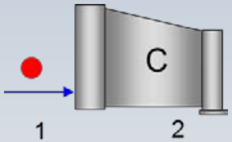
- Le travail de compression
- La pression $p_{05} = p_{04}$
- La travail utile produit par la seconde turbine
- L'efficacité thermique
- La consommation spécifique

Problème w_c?

p_{01}= 101.3 kPa, T_{01}=288K, T_{03}=1400K, η_C=0.87, η_{T1} =0.89, η_{T2} =0.89, LHV=43000kJ/kg , p_{02}=1216 kPa. γ_c=1.4 η_m=1

Entrée du compresseur : À partir de la table on trouve pour T=288 K

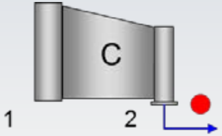
T (K)	h (kJ/kg)	p_r	u (kJ/kg)	v_r	s^o (kJ/kg*K)
285	285.14	1.1584	203.33	706.1	1.65055
290	290.16	1.2311	206.91	676.1	1.66802



$$h_{01} = 288\,kJ\ /\ kg \qquad p_{r1} = 1.2055$$

Sortie du compresseur

T (K)	h (kJ/kg)	p_r	u (kJ/kg)	v_r	s^o (kJ/kg*K)
580	586.04	14.38	419.55	115.7	2.37348
590	596.52	15.31	427.15	110.6	2.39140



$$p_{r2} = p_{r1}\left(\frac{p_{02}}{p_{01}}\right) \Rightarrow \boldsymbol{p_{r2} = 14.47}$$

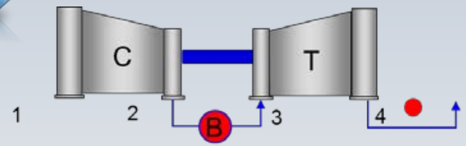
$$\boldsymbol{p_{r2} = 14.47} \longrightarrow \boldsymbol{T_{02s} = 581\,K} \quad \boldsymbol{h_{02s} = 588\,kJ/kg}$$

Problème w_c?

p_{01}= 101.3 kPa, T_{01}=288K, T_{03}=1400K, η_C=0.87, η_{T1} =0.89, η_{T2} =0.89, LHV=43000kJ/kg , p_{02}=1216 kPa. γ_c=1.4 η_m=1

$$w_{cs} = h_{02s} - h_{01} = \quad 588 - 288 = 300\ kJ/kg$$

$$w_{cr} = \frac{w_{cs}}{\eta_c} = \frac{300}{0.87} = \mathbf{344.83\ kJ/kg}$$



$$h_{02r} = h_{01} + w_{cr}$$

$$h_{02r} = 288 + 344.83 = 632.83\ kJ/kg$$

$$w_{tr} = w_{cr} = 344.83\ kJ/kg$$

$$w_{ts} = \frac{w_{tr}}{\eta_t} = \frac{344.83}{0.89} = 387.45\ kJ/kg$$

Problème

p_{01}= 101.3 kPa, T_{01}=288K, T_{03}=1400K, η_C=0.87, η_{T1} =0.89, η_{T2} =0.89, LHV=43000kJ/kg , p_{02}=1216 kPa. γ_c=1.4 η_m=1

$$T_{03} = 1400\ K \quad \rightarrow p_{r3} = 450.5 \quad h_{03} = 1515.42\, kJ/kg$$

T (K)	h (kJ/kg)	p_r	u (kJ/kg)	v_r	s^o (kJ/kg*K)
1400	1515.42	450.5	1113.52	8.919	3.36200
1420	1539.44	478.0	1131.77	8.526	3.37901

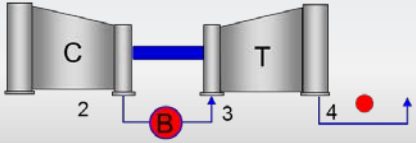
$$h_{04} = h_{03} - w_{ts} = 1127.92\, kJ/kg \rightarrow \boldsymbol{p_{r4} = 151.4}$$

T (K)	h (kJ/kg)	p_r	u (kJ/kg)	v_r	s^o (kJ/kg*K)
1060	1114.86	143.9	810.62	21.14	3.03449
1080	1137.89	155.2	827.88	19.98	3.05608

Processus **isentropique** 3-4

$$p_{04} = p_{03}\left(\frac{p_{r4}}{p_{r3}}\right) \rightarrow p_{04} = 408\, kPa \quad (p_{03} = p_{02})$$

$$p_{04} = 395.82\, kPa \quad (p_{03} = p_{02})^1$$



Problème

p_{01}= 101.3 kPa, T_{01}=288K, T_{03}=1400K, η_C=0.87, η_{T1} =0.89, η_{T2} =0.89, LHV=43000kJ/kg , p_{02}=1216 kPa. γ_c=1.4 η_m=1

$$p_{04} = p_{05} = 408\,kPa$$

$$T_{03} = T_{05} = 1400\,K$$

$$p_{r5} = 450.5$$

$$h_{05} = 1515.42\,kJ/kg$$

$$p_{06} = p_{01} = 101.3\,kPa$$

$$p_{04} = 395.82\,kPa$$

$$\boxed{p_{r6} = p_{r5}\left(\frac{p_{06}}{p_{05}}\right) \rightarrow p_{r6} = 111.9}$$

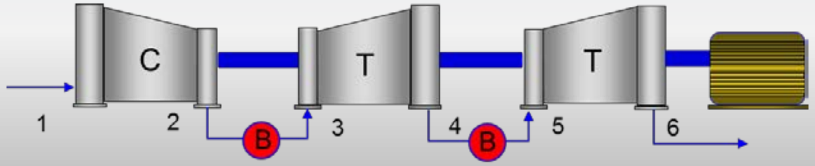
T (K)	h (kJ/kg)	p_r	u (kJ/kg)	v_r	s^o (kJ/kg*K)
1400	1515.42	450.5	1113.52	8.919	3.36200
1420	1539.44	478.0	1131.77	8.526	3.37901

Processus **isentropique** 5-6

T (K)	h (kJ/kg)	p_r	u (kJ/kg)	v_r	s^o (kJ/kg*K)
980	1023.25	105.2	741.98	26.73	2.94468
1000	1046.04	114.0	758.94	25.17	2.96770

$$h_{06s} = 1040.5\,kJ/kg$$

$$w_{t2r} = (h_{05} - h_{06s})\eta_t = 422.67\,kJ/kg$$



Problème

p_{01}= 101.3 kPa, T_{01}=288K, T_{03}=1400K, η_C=0.87, η_{T1} =0.89, η_{T2} =0.89, LHV=43000kJ/kg , p_{02}=1216 kPa. γ_c=1.4 η_m=1

$h_{03} = 1515.42\ kJ/kg$ $h_{02} = 632.83\ kJ/kg$

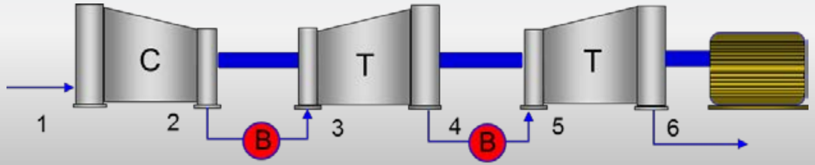
$h_{04} = 1127.92\ kJ/kg$ $h_{05} = 1515.42\ kJ/kg$

Efficacité thermique

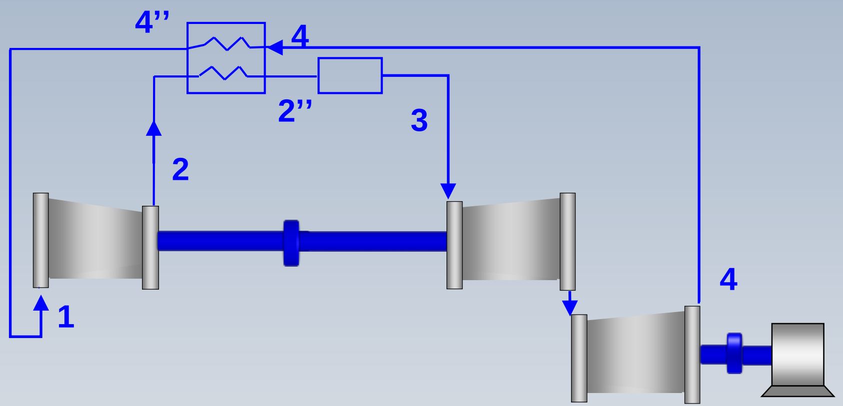
$$q_{c.c} = (h_{05} - h_{04}) + (h_{03} - h_{02}) = 1270.1\ kJ / kg$$

$$\eta_{th} = \frac{w_{t2r}}{q_{c.c}} = \frac{422.67}{1270.1} = 0.323$$

$$SFC = \frac{3600}{\eta_{th} \times LHV} = \frac{3600}{0.323 \times 43000} = 0.259 \frac{kJ}{kW\,h}$$

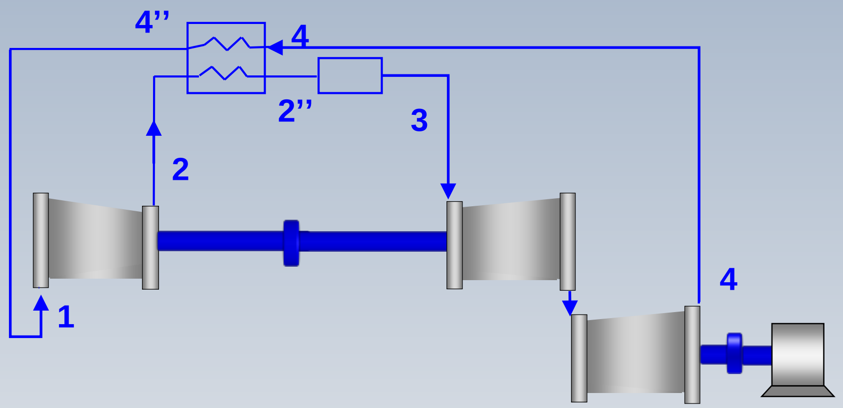


Problème



Les conditions pour ce cycle régénératif sont les suivantes: $\mathbf{p_{01} = p_{04} = 8}$ **bar** et $\mathbf{T_1 = 30^oC}$. Le rapport de compression est $\mathbf{r_c = 4}$, $\mathbf{T_3 = 850^oC}$,$\boldsymbol{\eta_C = 0.85 = \eta_T}$, $\boldsymbol{\sigma = 0.7}$, et le débit massique $\dot{\boldsymbol{m}} = \mathbf{30}\ \boldsymbol{kg/s}$. Considérez $c_p = cnste$ (air) et calculez:

Problème $c_p = cnste$



- La température à la sortie de la turbine de puissance (T libre)
- La température à l'entrée de la chambre de combustion $T_{2''}$.
- La température à l'entrée du régénérateur T_2
- La température à la sortie du régénérateur $T_{4''}$
- La puissance consommée par le compresseur
- La puissance générée par les turbines

Problème

$p_{01}= p_{04}= 8$ bar $T_{01}=30\ ^0C$, $T_{03}=850\ ^0C$, $r_C=4$, $\eta_C=0.85$, $\eta_T=0.85$, LHV=43000kJ/kg , $\sigma=0.7$. $\gamma_c=1.4$ $\eta_m=1, \dot{m}=30$ kg/s

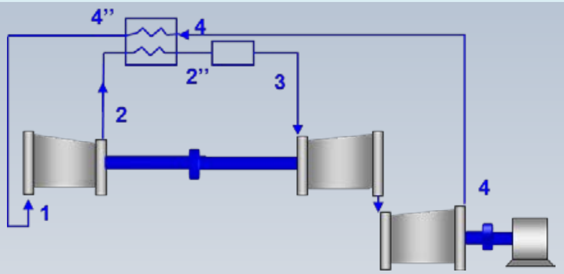
$T_{01}=303$ K

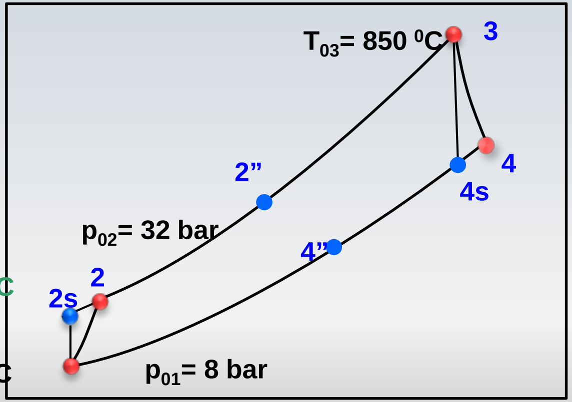
“ Pont isentropique ”

$$\frac{T_{02s}}{T_{01}} = \left(\frac{p_{02}}{p_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$= (r_p)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = (4)^{0.2857}$$

$T_{02S}=450.2$ K

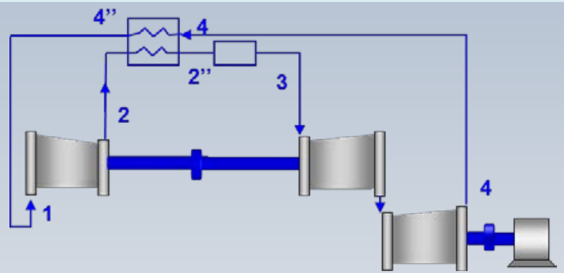




Problème

$p_{01}= p_{04}= 8$ **bar** $T_{01}=30\ ^0C$, $T_{03}=850\ ^0C$, $r_C=4$, $\eta_C=0.85$, $\eta_T=0.85$, **LHV=43000kJ/kg** , $\sigma=0.7$. $\gamma_c=1.4$ $\eta_m=1, \dot{m}=30$ **kg/s**

- $T_{02}=T_{01}+\dfrac{T_{02s}-T_{01}}{\eta_c} \quad =303+\dfrac{450.2-303}{0.85}=\mathbf{476.2K}$



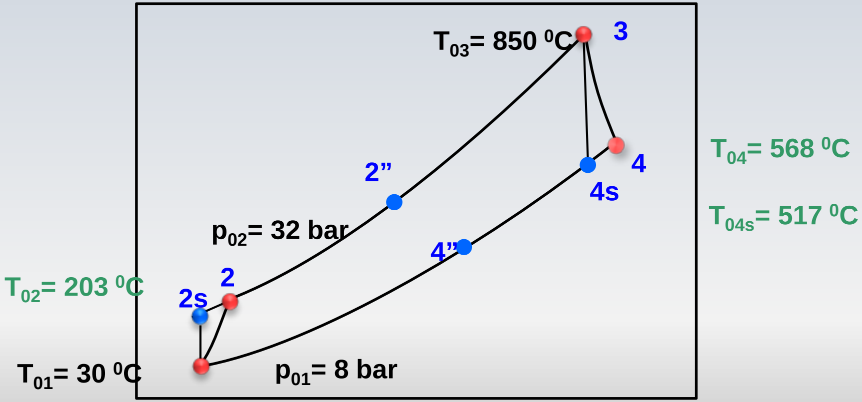
$T_{03}=1123K \rightarrow$

“ Pont isentropique ”

$$\frac{p_{04}}{p_{03}}=\left(\frac{T_{04s}}{T_{03}}\right)^{\gamma/\gamma-1}$$

$$\frac{1}{4}=\left(\frac{T_{04s}}{1123}\right)^{\gamma/\gamma-1}$$

- $T_{04S}=755.7K$



Problème

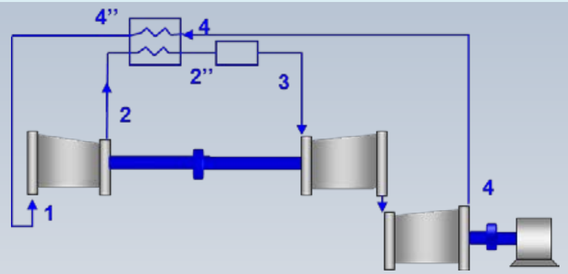
$p_{01}= p_{04}= 8$ bar $T_{01}=30\ ^0C$, $T_{03}=850\ ^0C$, $r_C=4$, $\eta_C=0.85$, $\eta_T=0.85$, LHV=43000kJ/kg , $\sigma=0.7$. $\gamma_c=1.4$ $\eta_m=1$, $\dot{m}=30$ kg/s

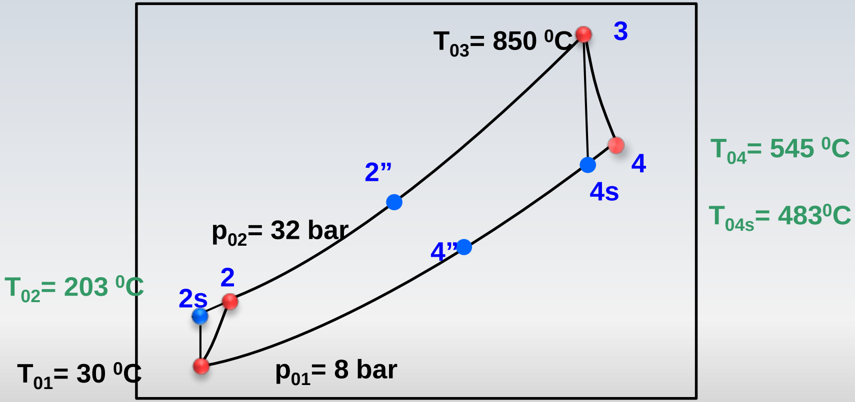
$$\rightarrow T_{04s} = 755.7K$$

$$T_{04} = T_{03} - \eta_T(T_{03} - T_{04S})$$

$$T_{04} = 1123 - 0.85\,(1123 - 755.7) = 817.7\text{K}$$

$$T_{04} = 817.7K$$

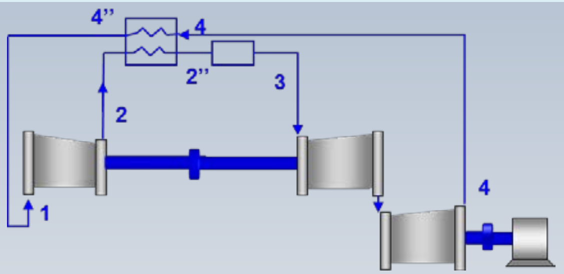




Problème

$$T_{04} = 817.7K$$
$$T_{02} = 476.2K$$

$p_{01}= p_{04}=$ 8 bar $T_{01}=30\ ^0C$, $T_{03}=850\ ^0C$, $r_C=4$, $\eta_C=0.85$, $\eta_T=0.85$, LHV=43000kJ/kg, $\sigma=0.7$. $\gamma_c=1.4$ $\eta_m=1$, $\dot{m}=30$ kg/s



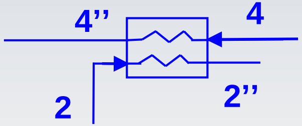
$$\sigma = \frac{T_{02}'' - T_{02}}{T_{04} - T_{02}} = 0.7$$

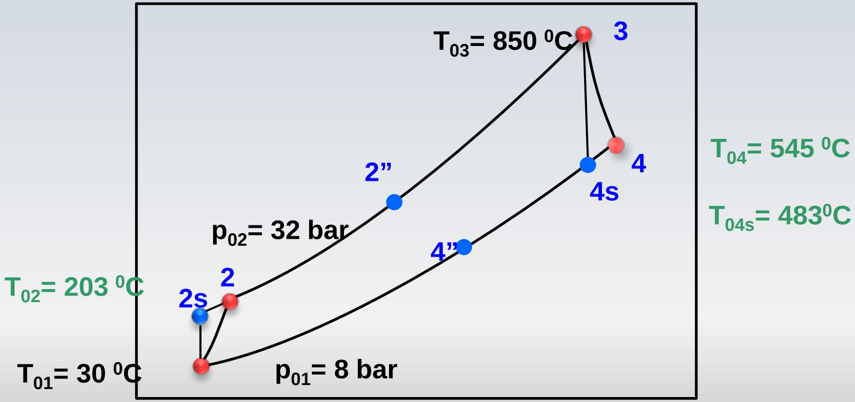
$$T_{02}'' = T_{02} + \sigma(T_{04} - T_{02})$$

$$T''_{02} = 476.2 + 0.7(817.7 - 476.2) = \mathbf{715.2K}$$

$$T_{02}'' - T_{02} = T_{04} - T_{04}''$$

$$T_{04}'' = T_{04} + T_{02} - T_{02}''$$





Problème

$\rightarrow T_{02}'' = 715.2K \quad T_{02} = 476.2K \quad T_{04} = 817.7\,K \quad T_{01} = 303\text{ K}$

p_{01}= p_{04}= 8 bar T_{01}=30 ^{0}C, T_{03}=850 ^{0}C, r_C =4, η_C=0.85, η_T =0.85, LHV=43000kJ/kg , σ=0.7. γ_c=1.4 η_m=1,$\dot{m}$=30 kg/s

$$\begin{array}{ccc} T_{04} & T_{02} & T_{02}'' \end{array}$$

$$T_{04}'' = 817.7 + 476.2 - 715.2 = 578.6K$$

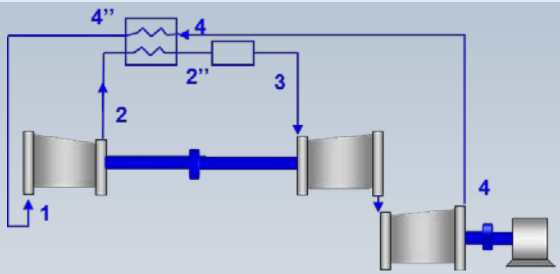
$$\rightarrow \boldsymbol{T_{04}'' = 578.6K}$$

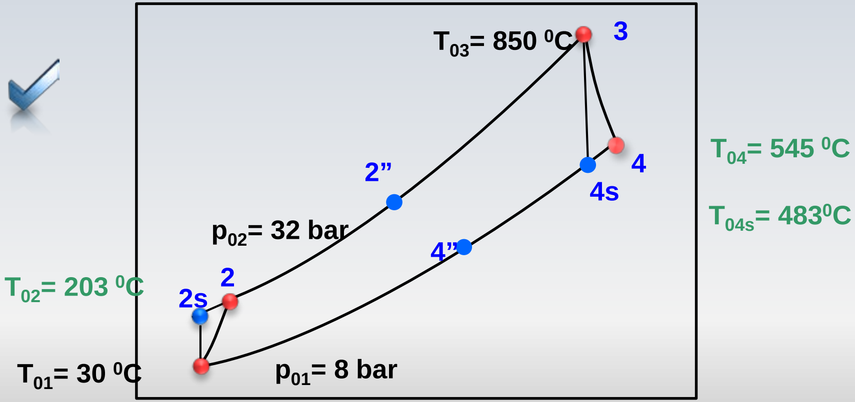
$$\dot{W}_c = \dot{m}c_P(T_{02} - T_{01}) = 30 \times 1.004(476.2 - 303)$$

$$\boldsymbol{\dot{W}_c = 5216.8kW}$$

$$\dot{W}_t = \dot{m}c_p(T_{03} - T_{04}) = 30 \times 1.004(1123 - 817.7)$$

$$\boldsymbol{= 9196kW}$$





Problème

$\rightarrow T_{02}'' = 714.2K \quad T_{02} = 476.2K \quad T_{04} = 867.1K \quad T_{01} = 303\ K$

p_{01}= p_{04}= 8 bar T_{01}=30 ^{0}C, T_{03}=850 ^{0}C, r_C =4, η_C=0.85, η_T =0.85, LHV=43000kJ/kg , σ=0.7. γ_c=1.4 η_m=1,$\dot{m}$=30 kg/s

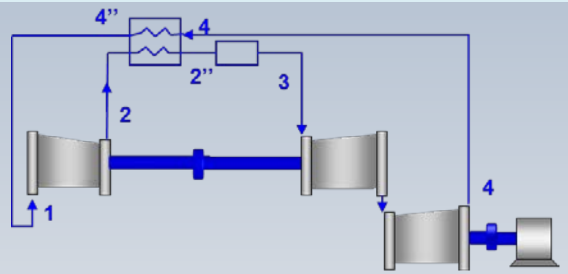
$$\dot{W}_t = 9196kW \qquad \dot{W}_c = 5216kW$$

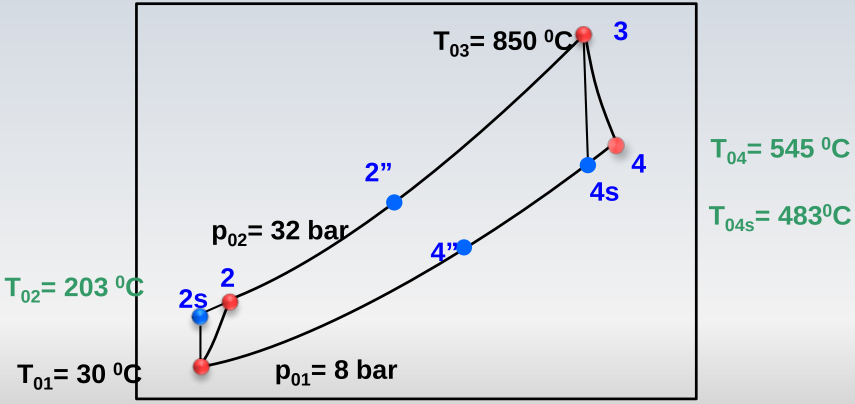
$$W_e = (\dot{W}_t - \dot{W}_c)/\dot{m} = 132.7\ kJ/kg$$

$$T_{03} = 1123K \qquad T_{02}'' = 715.2K$$

$$q = c_P(T_{03} - T_{02}'') = 407.8\ kJ/kg$$

$$\eta = \frac{W_e}{q} = \frac{132.7}{407.8} = 0.32$$





Problème

$\rightarrow T_{02}'' = 714.2K \quad T_{02} = 476.2K \quad T_{04} = 867.1K \quad T_{01} = 303\ K$

$p_{01}= p_{04}= 8$ bar $T_{01}=30\ ^0C$, $T_{03}=850\ ^0C$, $r_C=4$, $\eta_C=0.85$, $\eta_T=0.85$, LHV=43000kJ/kg, $\sigma=0.7$. $\gamma_c=1.4$ $\eta_m=1$, $\dot{m}=30$ kg/s

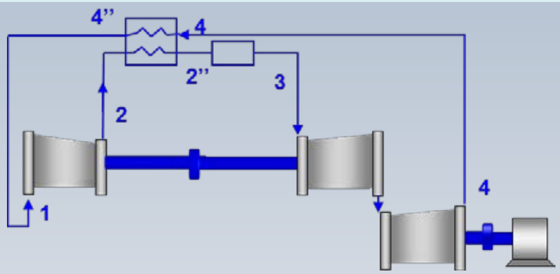
$$\Delta = 4^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1.4886$$

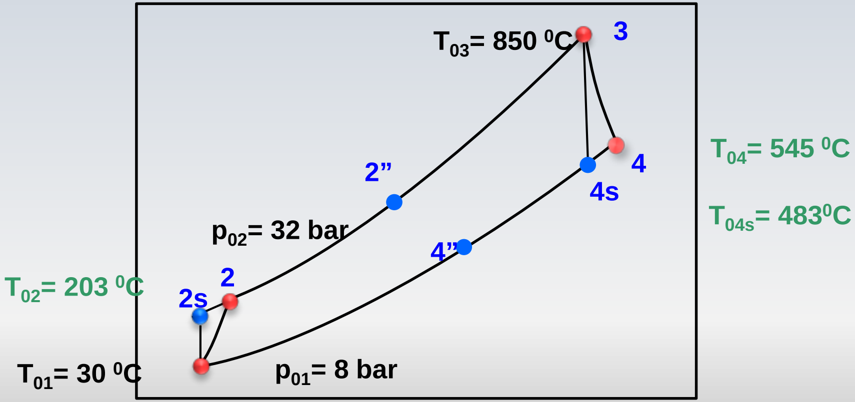
$$\Phi = \frac{T_3}{T_1} = \frac{1123}{303} = 3.706$$

$$c_p = 1.004\, kJ/kg.K$$

$$W_e = c_p T_1 \left(\frac{\Delta-1}{\Delta}\right)\left(\eta_T\Phi - \frac{\Delta}{\eta_C}\right)$$

$$= 139.88\, kJ/kg.K$$

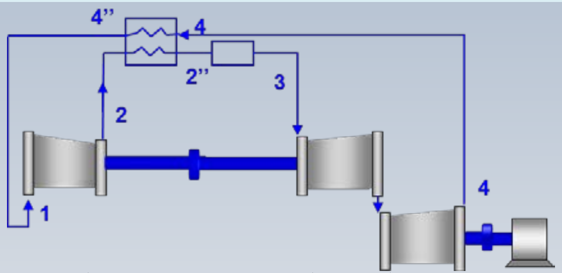




Problème

$\rightarrow T_{02}'' = 714.2K \quad T_{02} = 476.2K \quad T_{04} = 867.1K \quad T_{01} = 303\text{ K}$

p_{01}= p_{04}= 8 bar T_{01}=30 ^{0}C, T_{03}=850 ^{0}C, r_C =4, η_C=0.85, η_T =0.85, LHV=43000kJ/kg , σ=0.7. γ_c=1.4 η_m=1,$\dot{m}$=30 kg/s



$$\Delta = 1.4886 \quad \Phi = 3.706 \quad c_p = 1.004\, kJ/kg.K$$

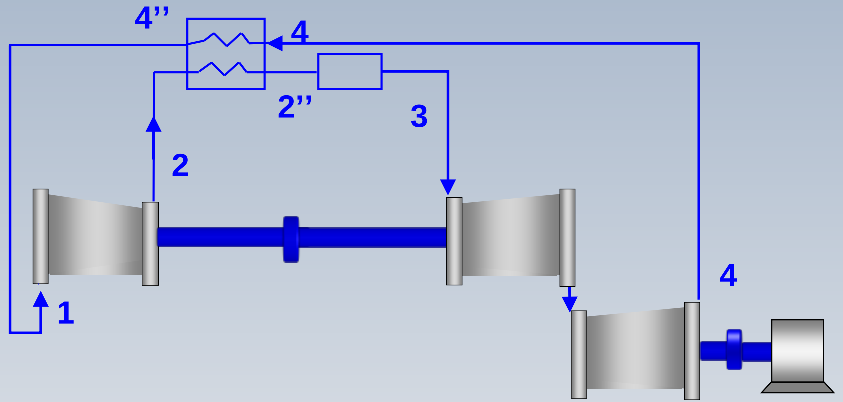
$$W_e = 139.88\, kJ/kg.K$$

$$Q = c_p T_1 \left(\Phi - \left\{ \left(1 + \frac{\Delta - 1}{\eta_C} \right) + \sigma \left[\Phi \left(1 - \eta_T \frac{\Delta - 1}{\Delta} \right) - \left(1 + \frac{\Delta - 1}{\eta_C} \right) \right] \right\} \right)$$

$$Q = 411.81 kJ/kg$$

$$\eta = \frac{W_e}{q} = \frac{139.88}{411.81} = 0.34$$

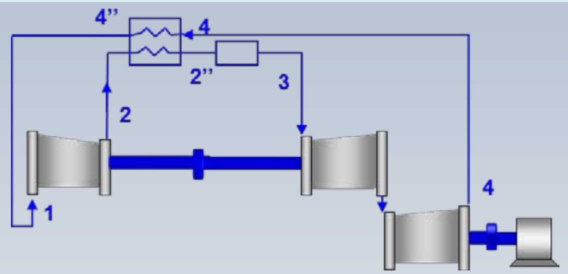
Problème précédent, $c_p \neq cnste$



- La température à la sortie de la turbine de puissance (T libre)
- La température à l'entrée de la chambre de combustion.
- La température à l'entrée du régénérateur
- La température à la sortie du régénérateur
- La puissance consommée par le compresseur
- La puissance générée par les turbines

Problème

$p_{01}= p_{04}= 8$ bar $T_{01}=30\ ^0C$, $T_{03}=850\ ^0C$, $r_C=4$, $\eta_C=0.85$, $\eta_T=0.85$, LHV=43000kJ/kg , $\sigma=0.7$. $\gamma_c=1.4$ $\eta_m=1$, $\dot{m}=30$ kg/s



$T_{01}=303$ K

T (K)	h (kJ/kg)	p_r	u (kJ/kg)	v_r	s^o (kJ/kg*K)
300	300.19	1.3860	214.07	621.2	1.70203
305	305.22	1.4686	217.67	596.0	1.71865

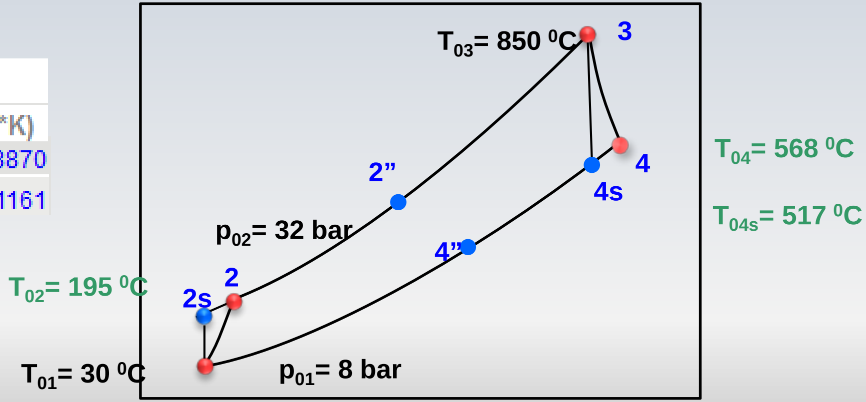
h_{01} = 303 kJ/kg , p_{r1}=1.38

$$\frac{p_{r2}}{p_{r1}} = r_c = 4$$

T (K)	h (kJ/kg)	p_r	u (kJ/kg)	v_r	s^o (kJ/kg*K)
440	441.61	5.332	315.30	236.8	2.08870
450	451.80	5.775	322.62	223.6	2.11161

p_{r2}=5.52

- h_{02s}=445kJ/kg



Problème

$p_{01}= p_{04}= 8$ bar $T_{01}=30\ ^0C$, $T_{03}=850\ ^0C$, $r_C=4$, $\eta_C=0.85$, $\eta_T=0.85$, $LHV=43000 kJ/kg$, $\sigma=0.7$. $\gamma_c=1.4$ $\eta_m=1$, $\dot{m}=30$ kg/s

- $$h_{02}=h_{01}+\frac{h_{02s}-h_{01}}{\eta_c}=303+\frac{445-303}{0.85}=470\,kJ/kg$$

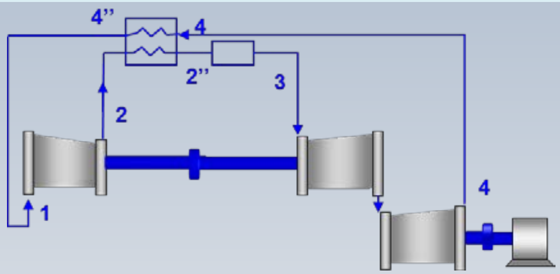
T (K)	h (kJ/kg)	p_r	u (kJ/kg)	v_r	s^o (kJ/kg*K)
460	462.02	6.245	329.97	211.4	2.13407
470	472.24	6.742	337.32	200.1	2.15604

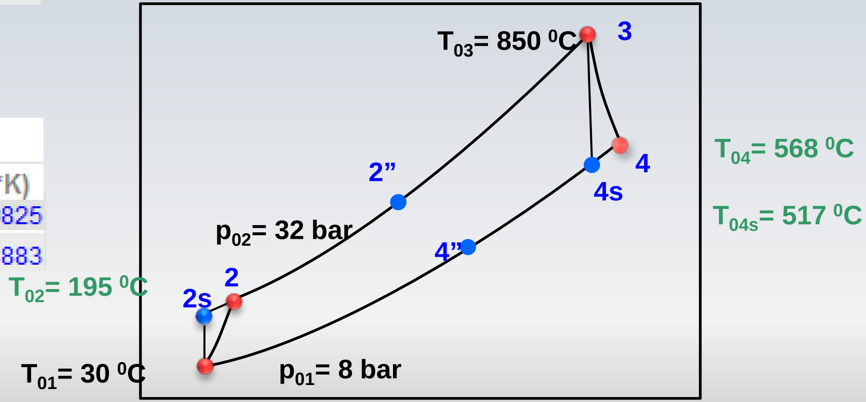
$$\rightarrow T_{02}=468K$$

$$T_{03}=1123K\rightarrow$$

T (K)	h (kJ/kg)	p_r	u (kJ/kg)	v_r	s^o (kJ/kg*K)
1120	1184.28	179.7	862.79	17.886	3.09825
1140	1207.57	193.1	880.35	16.946	3.11883

$$\rightarrow h_{03}=1185kJ/kg,\ p_{r3}=180$$

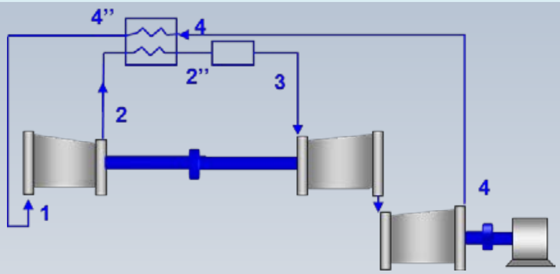




Problème

$p_{01}=p_{04}=8$ bar $T_{01}=30\ ^0C$, $T_{03}=850\ ^0C$, $r_C=4$, $\eta_C=0.85$, $\eta_T=0.85$, LHV=43000kJ/kg , $\sigma=0.7$. $\gamma_c=1.4$ $\eta_m=1$, $\dot{m}=30$ kg/s

$$p_{r4}/p_{r3}=1/r_c \rightarrow p_{r4}=180/4=45$$



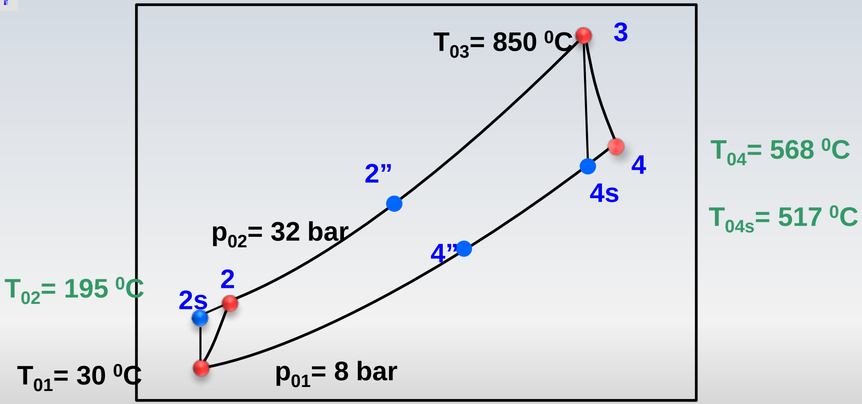
$$p_{r4}=45 \rightarrow$$

T (K)	h (kJ/kg)	p_r	u (kJ/kg)	v_r	s^o (kJ/kg*K)
780	800.03	43.35	576.12	51.64	2.69013
800	821.95	47.75	592.30	48.08	2.71787

$$\rightarrow T_{04s}=790K, h_{04s}=811kJ/kg$$

h_{03} η_T h_{03} h_{04s}

$$h_{04}=1185-0.85(1185-811)=\mathbf{867.1kJ/kg}$$



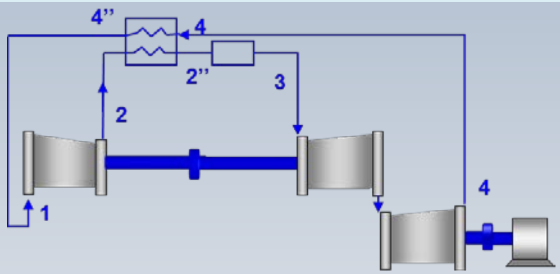
T (K)	h (kJ/kg)	p_r	u (kJ/kg)	v_r	s^o (kJ/kg*K)
840	866.08	57.60	624.95	41.85	2.77170
860	888.27	63.09	641.40	39.12	2.79783

$$\rightarrow \mathbf{T_{04}=841K}$$

Problème

p_{01}= p_{04}= 8 bar T_{01}=30 ^{0}C, T_{03}=850 ^{0}C, r_C =4, η_C=0.85, η_T =0.85, LHV=43000kJ/kg , σ=0.7. γ_c=1.4 η_m=1,$\dot{m}$=30 kg/s

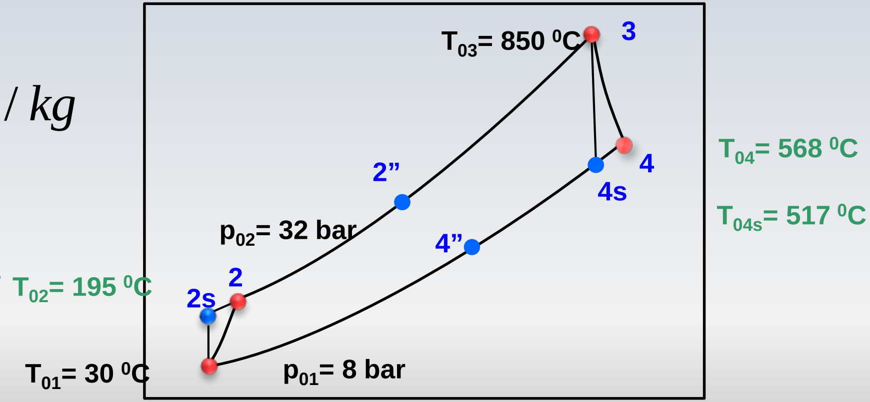
$$\sigma = \frac{T_{02}'' - T_{02}}{T_{04} - T_{02}} = 0.7 \qquad T_{02}'' = T_{02} + \sigma(T_{04} - T_{02})$$



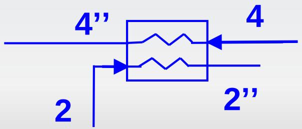
$$T_{02}'' = 468 + 0.7(841 - 468) = \mathbf{729K}$$

T (K)	h (kJ/kg)	p_r	u (kJ/kg)	v_r	s^o (kJ/kg*K)
720	734.82	32.02	528.14	64.53	2.60319
730	745.62	33.72	536.07	62.13	2.61803

$$\rightarrow h_{02}'' = 744 kJ / kg$$



$$h_{02}'' - h_{02} = h_{04} - h_{04}''$$



$$h_{04}'' = h_{04} + h_{02} - h_{02}''$$

Problème

$\rightarrow h_{02}'' = 744 kJ/kg \quad h_{02} = 470 kJ/kg \quad h_{04} = 867.1 kJ/kg \quad h_{01} = 303 kJ/kg$

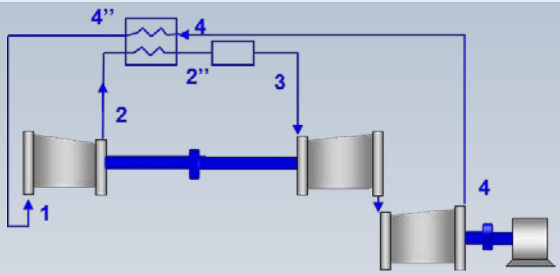
p_{01}= p_{04}= 8 bar T_{01}=30 ^{0}C, T_{03}=850 ^{0}C, r_C =4, η_C=0.85, η_T =0.85, LHV=43000kJ/kg , σ=0.7. γ_c=1.4 η_m=1,$\dot{m}$=30 kg/s

$$\overset{h_{04}}{} \quad \overset{h_{02}}{} \quad \overset{h_{02}''}{}$$

$$h_{04}'' = \underbrace{867}_{h_{04}} + \underbrace{470}_{h_{02}} - \underbrace{744}_{h_{02}''} = 593 kJ/kg$$

T (K)	h (kJ/kg)	p_r	u (kJ/kg)	v_r	s^o (kJ/kg*K)
580	586.04	14.38	419.55	115.7	2.37348
590	596.52	15.31	427.15	110.6	2.39140

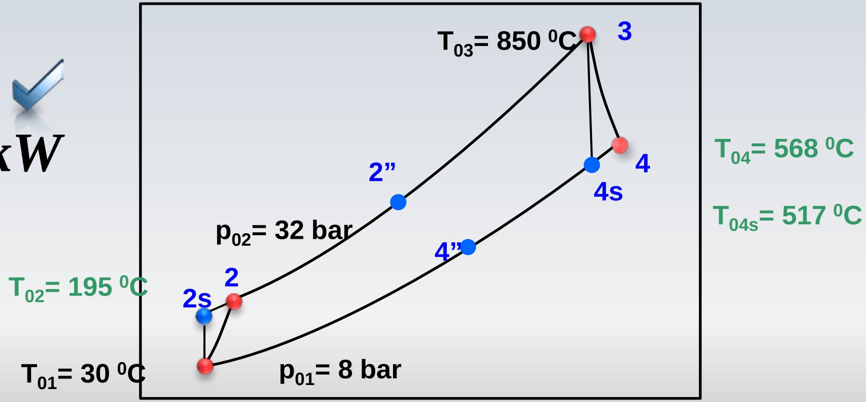
$$\rightarrow T_{04}'' = 587 K$$



$$\dot{W}_c = \dot{m}(h_{02} - h_{01}) = 30 \times (470 - 303) \quad = 5010 kW$$

$$\dot{W}_t = \dot{m}(h_{03} - h_{04}) = 30 \times (1185 - 867)$$

$$= 9540 kW$$



Problème

$\rightarrow h_{02}'' = 744 kJ/kg \quad h_{02} = 470 kJ/kg \quad h_{04} = 867.1 kJ/kg \quad h_{01} = 303 kJ/kg$

p_{01}= p_{04}= 8 bar T_{01}=30 ^{0}C, T_{03}=850 ^{0}C, r_C =4, η_C=0.85, η_T =0.85, LHV=43000kJ/kg , σ=0.7. γ_c=1.4 η_m=1,$\dot{m}$=30 kg/s

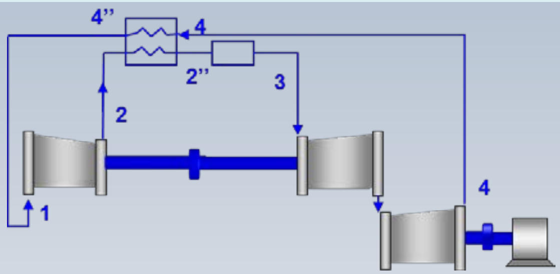
$$\dot{W}_t = 9540 kW \qquad \dot{W}_c = 5010 kW$$

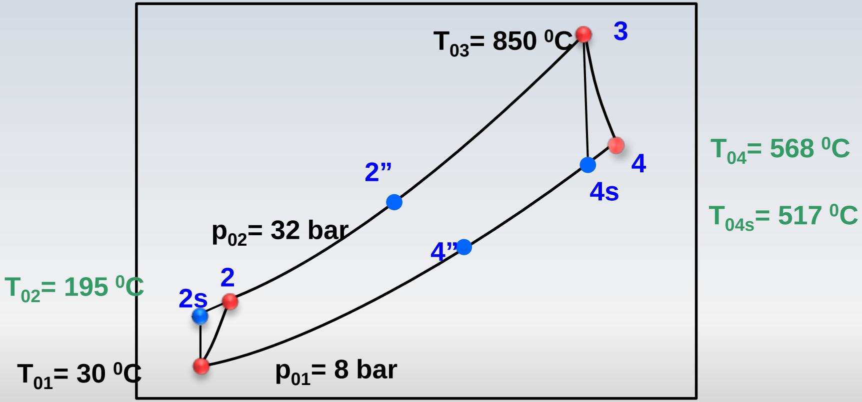
$$W_e = (\dot{W}_t - \dot{W}_c)/\dot{m} = 147.67\ kJ/kg$$

$$h_{03} = 1185\ kJ/kg \qquad h_{02}'' = 744\ kJ/kg$$

$$q = h_{03} - h_{02}'' = 441\ kJ/kg$$

$$\eta = \frac{W_e}{q} = \frac{147.67}{441} = 0.33$$





Problème

$\rightarrow h_{02}'' = 744 kJ/kg \quad h_{02} = 470 kJ/kg \quad h_{04} = 867.1 kJ/kg \quad h_{01} = 303 kJ/kg$

p_{01}= p_{04}= 8 bar T_{01}=30 ^{0}C, T_{03}=850 ^{0}C, r_C =4, η_C=0.85, η_T =0.85, LHV=43000kJ/kg , σ=0.7. γ_c=1.4 η_m=1,$\dot{m}$=30 kg/s

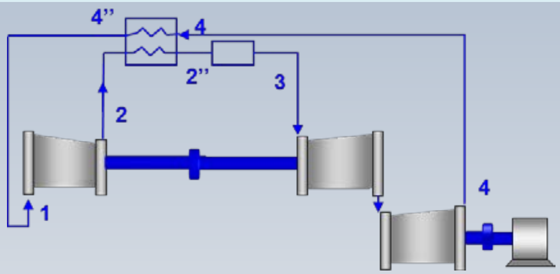
$$\Delta = 4^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1.4886$$

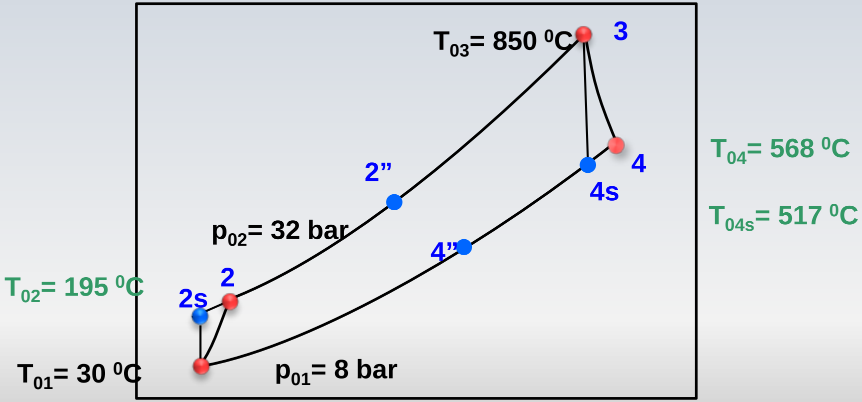
$$\Phi = \frac{T_3}{T_1} = \frac{1137}{317} = 3.5868$$

$$c_p = 1.005\, kJ/kg.K$$

$$W_e = c_p T_1 \left(\frac{\Delta - 1}{\Delta}\right)\left(\eta_T \Phi - \frac{\Delta}{\eta_C}\right)$$

$$= 135.67\, kJ/kg.K$$

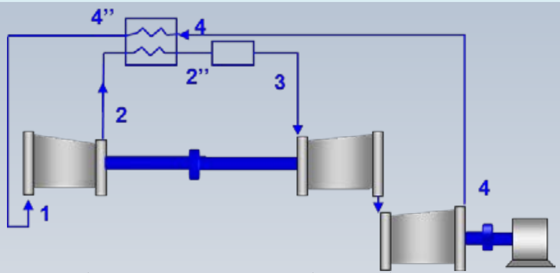




Problème

$\rightarrow h_{02}'' = 744 kJ/kg \quad h_{02} = 470 kJ/kg \quad h_{04} = 867.1 kJ/kg \quad h_{01} = 303 kJ/kg$

p_{01}= p_{04}= 8 bar T_{01}=30 ^{0}C, T_{03}=850 ^{0}C, r_C =4, η_C=0.85, η_T =0.85, LHV=43000kJ/kg , σ=0.7. γ_c=1.4 η_m=1,$\dot{m}$=30 kg/s



$$\Delta = 1.4886 \quad \Phi = 3.5868 \quad c_p = 1.005\, kJ/kg.K$$

$$W_e = 135.67\, kJ/kg.K$$

$$Q = c_p T_1 \left(\Phi - \left\{ \left(1 + \frac{\Delta - 1}{\eta_C} \right) + \sigma \left[\Phi \left(1 - \eta_T \frac{\Delta - 1}{\Delta} \right) - \left(1 + \frac{\Delta - 1}{\eta_C} \right) \right] \right\} \right)$$

$$Q = 415.46 kJ/kg$$

$$\eta = \frac{W_e}{q} = \frac{135.67}{415.46} = 0.326$$

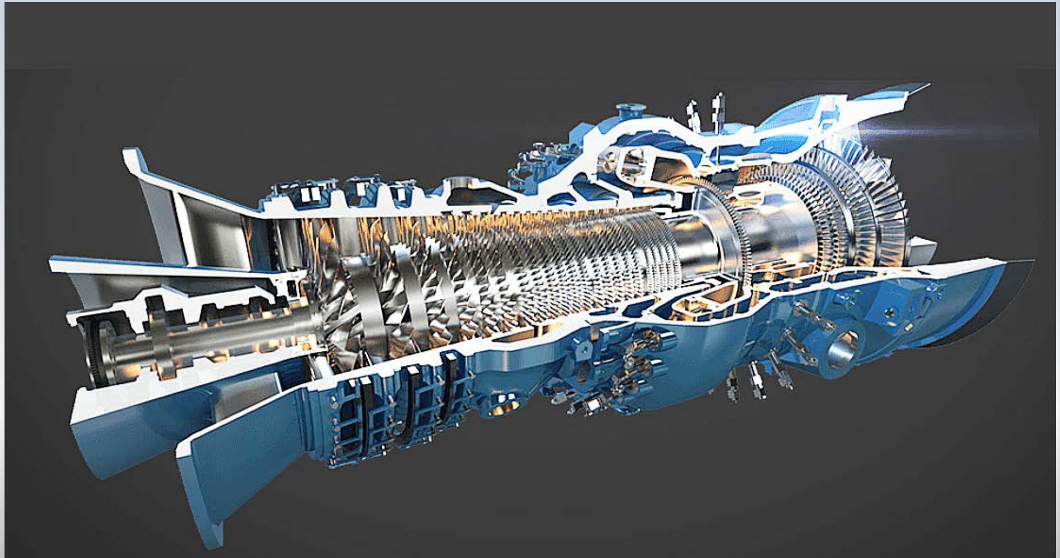
Évolution récente

Dans les années 80, les unités de turbines à gaz atteignaient des puissances d'environ 120 MW avec une température à l'entrée des turbines aux alentours de 1400 K et un rapport de compression 12:1-14:1. Le rendement se situait près de 32 % avec un travail spécifique dans le voisinage de 280 kJ/kg.

Les turbines développées dans la seconde la moitié des années 90, ont frappé le seuil les 250 MW avec une température à l'entrée de la turbine proche de 1600 K et un rapport de compression 16:1-30:1 Le rendement augmentait à 38 %, tandis que le travail spécifique arrivait à 360 kJ/kg.

Évolution récente

Les turbines à gaz des années 2000 opèrent avec des températures aux alentour de 1700-1800 K, produisent un travail spécifique d'environ 450 kJ/kg et le rendement se situe près de 40%.



Alstom GT26

$\dot{W}$=326 MW, n=3000 rpm, $\dot{m}$=692 kg/s ,η=40.3%

À venir

À venir:
Les turbines hydrauliques.