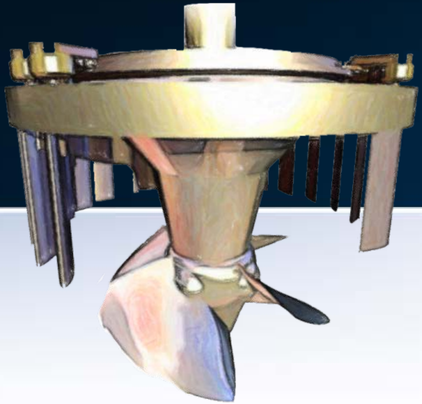
Turbomachines



NRJ EN ROTATION

Similtude et nombres adimensionnels

Si vous avez connu un, vous les avez connu tous. (TERENCE,Phormio)

Citation du livre *Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery* de *S.L.Dixon*

OBJECTIFS

- Présenter les paramètres de similitude employés dans les turbomachines

- Décrire des formes particulières de ces coefficients pour divers types machines

- Regarder les cartes utilisées pour étudier les compresseurs et les turbines

- Présenter le concept de vitesse spécifique

Introduction

La spécification fondamentale d’une turbomachine concerne:

- le débit
- la nature du fluide(gaz, liquide)
- l’état à l’entrée
- la quantité de travail à échanger

Introduction

À partir de cette spécification on peut:

- sélectionner le type de machine (axiale, radiale, mixte) ;
- estimer sa performance
- effectuer un dimensionnement préliminaire

La mise à l’échelle d’une machine existante, en réponse à une nouvelle spécification, est une démarche utilisée en industrie visant ce dimensionnement préliminaire. Cette étape permettra la réduction de la durée des cycles de développement

Introduction

L'analyse dimensionnelle fournit une support théorique à cette première étape de conception. Elle incorpore des nombres adimensionnels dont leur valeur peut être interprétée comme le ADN de chaque appareil

La richesse du formalisme des nombres sans dimension permet la génération de familles de machines dites similaires, la prédiction de leur performance et un guide pour la construction de prototypes

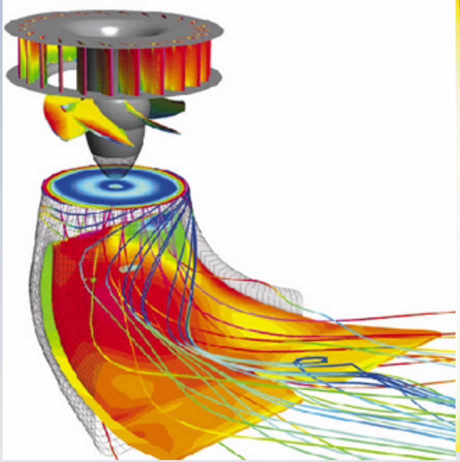
Dans cette démarche on utilise des quantités telles que les coefficients de charge Ψ et de débit Φ, parmi d'autres

Rappel :le Théorème π

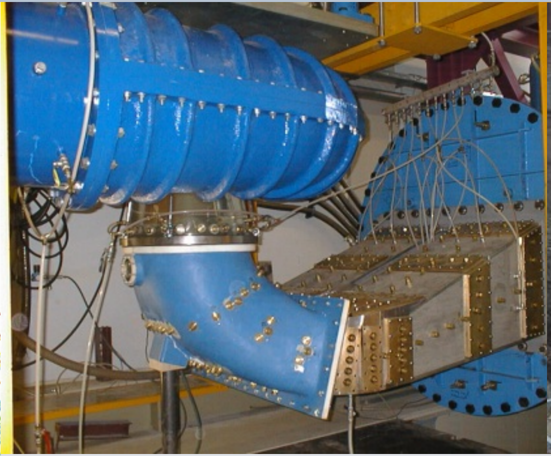
Le théorème $\boldsymbol{\pi}$ de Vaschy-Buckingham affirme que toute loi physique peut se réduire à un nombre minimal d'inconnues en introduisant des variables sans dimension (notées $\boldsymbol{\pi_i}$)

Si un phénomène est décrit par **N** variables physiques, exprimées à l'aide de **J** dimensions fondamentales, il est alors possible de définir un problème adimensionnel équivalent comme une fonction de **N-J** grandeurs sans dimension

Du modèle au prototype



Modèle virtuel



Maquette de laboratoire

Prototype

Similitude

Pour effectuer une conception agile, on vise le transport des caractéristiques connues d’une turbomachine vers une autre. Pour ce faire on a besoin que:

les **dimensions** respectives soient à l’échelle

les **rapports de vitesses** soient égaux (les lignes du courant soient similaires)

les **rapports des forces inertie/autres** soient égaux

On doit alors satisfaire trois conditions de similitude différentes: **géométriques, cinématiques et dynamiques**

Similitude

Géométrique

Rapport de longueurs

$$\left(\frac{l}{D}\right)_m = \left(\frac{l}{D}\right)_p$$

modèle — prototype

Cinématique

Rapport de vitesses

$$\phi = \left(\frac{C_x}{U}\right)_m = \left(\frac{C_x}{U}\right)_p$$

Dynamique

Rapport de forces

$$\left(\frac{F_i}{F_x}\right)_m = \left(\frac{F_i}{F_x}\right)_p$$

$$\boldsymbol{F_x = ?}$$

Remarque

La similitude géométrique, en principe la plus simple, se voit confrontée à des difficultés pour la satisfaire pleinement dans certains endroits d'une turbomachine, comme par exemple le jeu de tête (séparation entre la pale en sortie et le carter) ou la rugosité relative de la surface.

Pour cette raison, des corrections empiriques (souvent confidentielles) sont appliquées par les manufacturiers, pour transposer les données obtenus lors des essais sur le modèle vers le prototype

Similitude dynamique

En mécanique des fluides, la similitude dynamique regarde principalement le rapport des forces d’inertie à d’autres forces

En génie on s’intéresse fréquemment aux forces visqueuses, gravitationnelles et élastiques

Avec l’inertie, ces trois forces donnent lieu respectivement, aux nombres adimensionnels de **Reynolds, Froude et Mach**

On peut déjà noter que l’écoulement dans turbomachine n’est pas à surface libre, de sorte la force gravitationnelle n’occupe pas un rôle prépondérant dans l’analyse

Similitude dynamique

Reynolds

rapport des forces d'inertie aux forces visqueuses $\frac{VD\rho}{\mu}$

Froude

rapport des forces d'inertie aux forces gravitationnelles $\frac{V}{\sqrt{gl}}$

Mach

rapport des forces d'inertie aux forces élastiques $\frac{V}{c}$

Le coefficient de débit Φ

$$\phi = \frac{c_{x,m}}{U} = \frac{\dot{m}/\rho\, A}{N\, D/2}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\phi = \frac{\dot{m}}{\rho N D^3}}$$

N: vitesse de rotation
D: diamètre du rotor

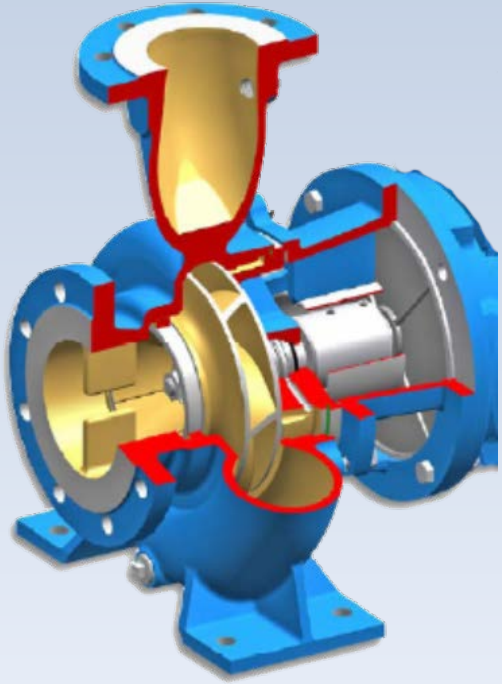
Le coefficient de charge ψ

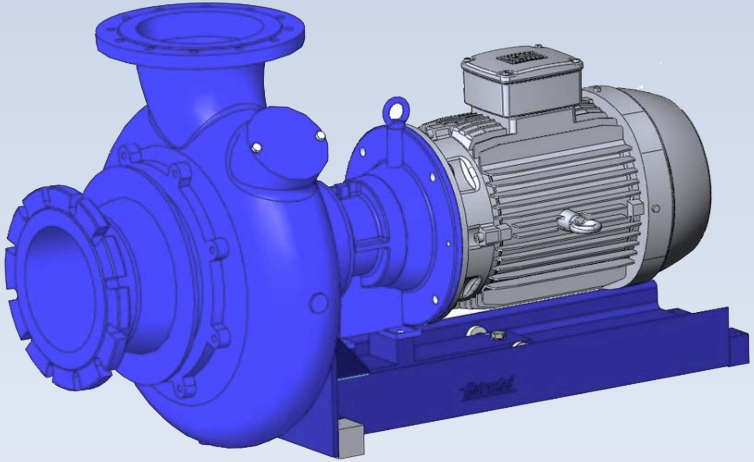
$$\psi = \frac{W_e}{U^2}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{\psi = \left(\frac{W_e}{N^2 D^2} \right)}}$$

Formes particulières

Les pompes





Coefficients Φ et Ψ

$$Q = \frac{\dot{m}}{\rho} \Rightarrow \phi = \frac{\dot{m}}{\rho N D^3} \Rightarrow \boxed{\Phi = \frac{Q}{N D^3}}$$

$$W_e = gH \Rightarrow \psi = \frac{W_e}{N^2 D^2} \Rightarrow \boxed{\Psi = \frac{gH}{N^2 D^2}}$$

Relations pour les pompes

Lors de l'étude des machines centrifuges on a trouvé la relation:

$$\Psi = (1 - \Phi tan\beta_2)$$

Ce cas particulier indique que $\Psi = f\,(\Phi, \beta_2)$, Φ étant le coefficient de charge, Ψ le coefficient de débit Φ et β_2 l'angle en sortie (condition géométrique)

Dans le développement de ce modèle le fluide était considéré sans viscosité, mais dans un contexte plus large il faudra en tenir compte. On peut écrire alors:

Relations pour les pompes

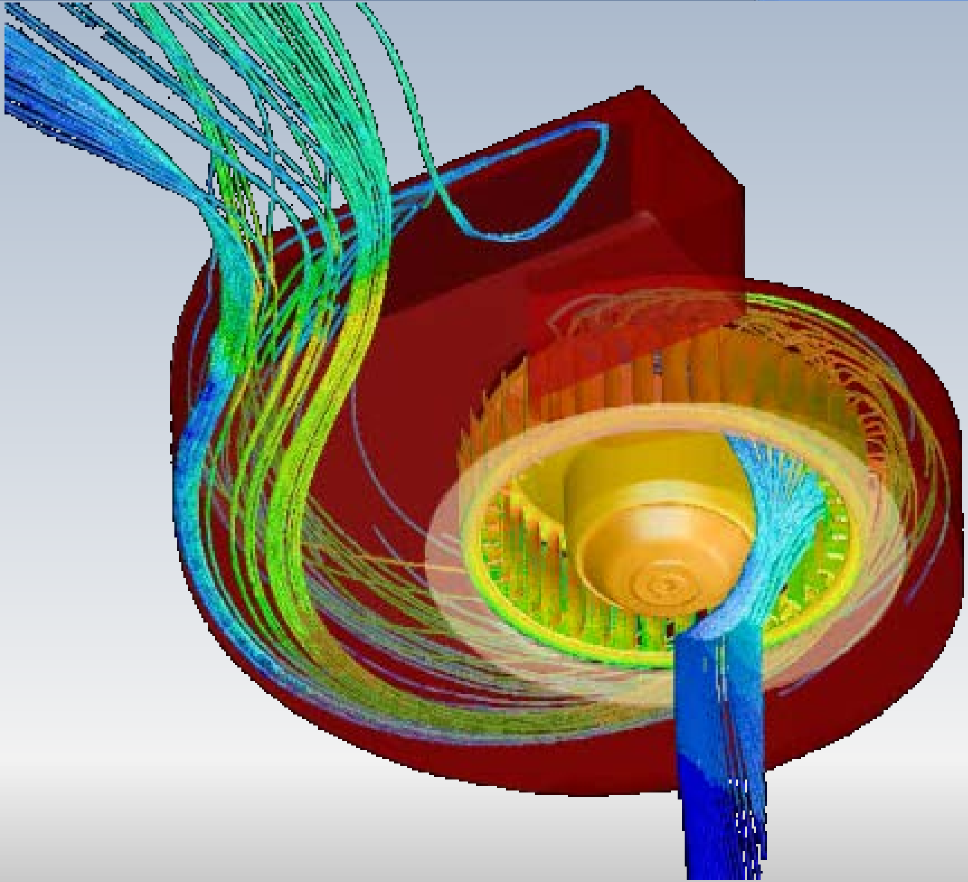
$$\Psi \quad = f\,(\Phi \quad \mathrm{Re} \quad \text{Géo})$$

$$\boxed{\frac{gH}{N^2 D^2}} = f\left(\frac{Q}{ND^3}, \frac{\rho N D^2}{\mu}, \frac{l_i}{D}(design)\right)$$

Une formulation similaire peut être imaginée pour le rendement

$$\eta = g\left(\frac{Q}{ND^3}, \frac{\rho N D^2}{\mu}, \frac{l_i}{D}(design)\right)$$

Ventilateurs



Faible nombre de Mach

À partir de quelle vitesse on ne peut plus considérer l'écoulement d'un fluide compressible comme étant incompressible?

Le consensus établie indique qu'un **écoulement dont le nombre de Mach satisfait $\boldsymbol{M < 0.3}$, peur être traité comme étant incompressible**

Ce critère, peut être expliqué si l'on regarde la relation entre la pression statique et la pression totale (d'arrêt ou de stagnation):

$$\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{k-1}{2} Ma^2\right)^{k/k-1} \qquad k = \gamma$$

Rappel

Série

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + O(x^3)$$

$$\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{k-1}{2}Ma^2\right)^{k/k-1}$$

$$\underbrace{n = \frac{k}{k-1} \qquad x = \frac{k-1}{2}Ma^2}_{nx = \frac{k}{2}Ma^2}$$

$$\frac{p_0}{p} = 1 + \frac{k}{2}Ma^2 + \frac{k}{8}Ma^4 + O(Ma^6)$$

Rappel

...

Pression

$$p_0 - p = \frac{1}{2} pkMa^2 \left(1 + \frac{Ma^2}{4} + O(Ma^4) \right)$$

$$\frac{1}{2} pkMa^2 = \frac{1}{2} pk \frac{V^2}{a^2} = \frac{1}{2} \frac{pk}{kRT} V^2 = \frac{1}{2} \rho V^2$$

$$p_0 - p = \frac{1}{2} \rho V^2 \left(1 + \frac{Ma^2}{4} + O(Ma^4) \right)$$

Pour $\boldsymbol{Ma} < 0.3$ $\Rightarrow$

$$\boxed{p_0 - p \approx \frac{1}{2} \rho V^2}$$

Pression dynamique

Ventilateurs

L'écoulement dans un ventilateur est à faible nombre de Mach ($\rho \approx conste. \rightarrow incomp.$). Le coefficient de débit Φ sera ainsi basé sur le débit volumique Q, et le coefficient de charge Ψ sur la variation de pression ΔP entre l'amont et l'aval du rotor

$$\boxed{\Phi = \frac{Q}{ND^3}}$$

$$\boxed{\Psi = \frac{\Delta P/\rho}{N^2D^2}}$$

Ventilateurs:coefficients

$$\Psi \qquad\qquad = f\ (\ \Phi \qquad \mathrm{Re} \qquad \text{Géo})$$

$$\boxed{\frac{\Delta P}{\rho N^2 D^2}} \Rightarrow \quad = f\left(\frac{Q}{ND^3}, \frac{\rho ND^2}{\mu}, \frac{l_i}{D}\right)$$

et pour le rendement

$$\eta = g\left(\frac{Q}{ND^3}, \frac{\rho ND^2}{\mu}, \frac{l_i}{D}\right)$$

Problème

Le débit d'air circulant par un ventilateur qui opère à **800 rpm** est de **425 m^3 /min**. L'augmentation de la pression statique est de **7.6 cm d'H_2O,** tandis que et celle de la pression totale est de **10 cm d'H_2O**. Le rendement total-à-total est de **75%**. Les conditions de stagnation (d'arrêt) à l'entré sont: $T_{01}= 20^0C$ et $P_{01} = 1bar$

On dispose d'un **deuxième ventilateur**, géométriquement similaire, dont sa grandeur est ½ **fois** celle du premier. La vitesse de rotation de ce ventilateur est de **1000 rpm** et il opère sur un point de similitude dit homologue. Sachant que les **conditions thermodynamiques à l'entrée son les mêmes** pour les deux cas, on doit trouver:

Le **débit** d'air, l'augmentation de la **pression statique** et la variation de **pression totale** dans le ventilateur à échelle réduite

La pression totale

①

$$\phi = \left(\frac{Q}{N D^3}\right)_1 = \left(\frac{Q}{N D^3}\right)_2$$

$$Q_2 = Q_1 \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^3 \left(\frac{N_2}{N_1}\right)$$

②

$$\psi = \left(\frac{\Delta p_0}{\rho N^2 D^2}\right)_1 = \left(\frac{\Delta p_0}{\rho N^2 D^2}\right)_2$$

$$\Delta p_{02} = \Delta p_{01} \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2$$

Pression statique

$$\left(\frac{\Delta(p+\rho V^2/2)}{\rho N^2 D^2}\right)_2 = \left(\frac{\Delta(p+\rho V^2/2)}{\rho N^2 D^2}\right)_1$$

(faible nombre de Mach)

$$\left(\frac{\Delta p}{\rho N^2 D^2}\right)_2 + \left(\frac{\Delta(V^2/2)}{N^2 D^2}\right)_2 = \left(\frac{\Delta p}{\rho N^2 D^2}\right)_1 + \left(\frac{\Delta(V^2/2)}{N^2 D^2}\right)_1$$

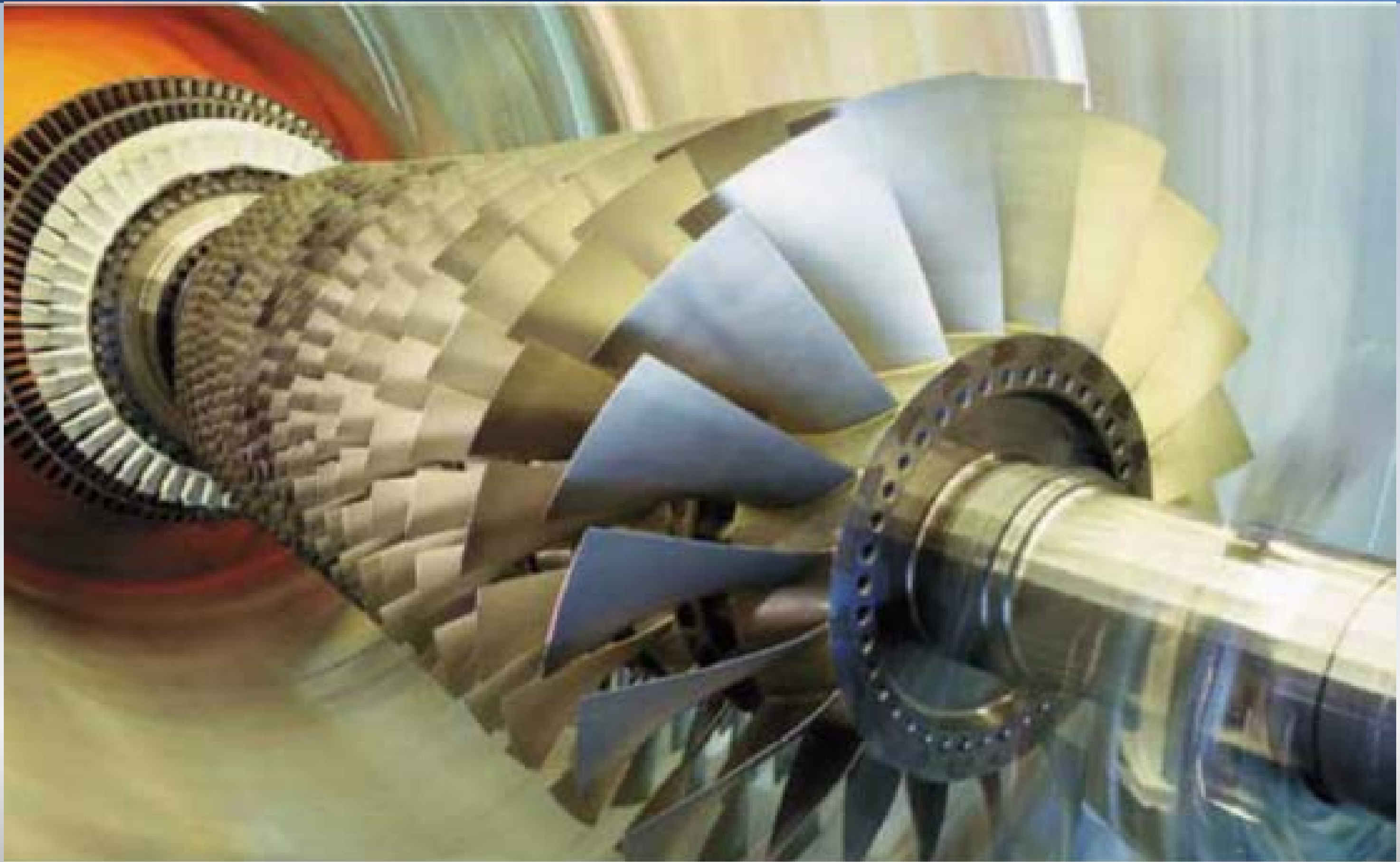
$$\left(\frac{\Delta(V^2/2)}{N^2 D^2}\right)_2 = \left(\frac{\Delta(V^2/2)}{N^2 D^2}\right)_1$$

Similitude cinématique

$$\Delta p_2 = \Delta p_1 \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2$$

$$\dot{W} = \frac{\Delta p_0 Q}{\eta}$$

Compresseurs et turbines à gaz



Nombre de Mach

Dans un compresseur ou dans une turbine on est en présence de l'écoulement d'un gaz à haute vitesse. On doit alors tenir compte de la compressibilité qui se manifeste dans **le nombre de Mach**

Ce paramètre est ainsi partie intégrante des relations de similitude

La nature du gaz devra également être incluse. Ceci sera pris en compte par **le rapport des chaleurs spécifiques** γ

Le visage des paramètres adimensionnels peut être varié, mais certaines formes sont plus pratiques que d'autres

Compresseurs: forme pratique

$$\eta,\quad \Delta h_{0s},\quad \dot{W} \;=\; f\left(\dot{m}, \rho_{01}, T_{01}, \gamma, N, \mu, D\right)$$

le débit
le fluide
l'état à l'entrée
la travail à échanger
la grandeur
la vitesse de rotation

$$\eta,\qquad \psi = \frac{W_e}{U^2} = \frac{\Delta h_0}{(ND)^2} \qquad\qquad \phi = \frac{\dot{m}}{\rho_{01} N D^3} \qquad\qquad P = \phi\psi = \frac{\dot{W}}{\rho_{01} N^3 D^5}$$

charge — débit — puissance

$$\eta,\quad \frac{\Delta h_0}{(ND)^2},\quad \frac{\dot{W}}{\rho_{01} N^3 D^5} = f\left(\frac{\dot{m}}{\rho_{01} N D^3}, \frac{\rho_{01} N D^2}{\mu}, \frac{ND}{\sqrt{RT_{01}}}, \gamma\right)$$

$$\eta \qquad \Psi \qquad P \qquad\qquad \Phi \qquad \mathrm{Re} \qquad \mathrm{M} \qquad \gamma$$

Forme équivalente pour $P = \dfrac{\dot{W}}{\rho_{01} N^3 D^5}$

Paramètre **adimensionnel** 1/Φ

$$\frac{\dot{\boldsymbol{W}}}{\boldsymbol{\rho_{01} N^3 D^5}} \Rightarrow \frac{\rho_{01} N D^3}{\dot{m}} \cdot \frac{\dot{W}}{\rho_{01} N^3 D^5} = \frac{\rho_{01} N D^3}{\dot{m}} \cdot \frac{\dot{m} c_p \Delta T_0}{\rho_{01} N^3 D^5} = \frac{c_p \Delta T_0}{N^2 D^2}$$

$$c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$$

$$= \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot \frac{R \boxed{T_{01}}}{(ND)^2} \cdot \frac{\Delta T_0}{\boxed{T_{01}}} \quad \rightarrow \quad \frac{\boldsymbol{\Delta T_0}}{\boldsymbol{T_{01}}}$$

~1/(Mach)^2

À la place de **W/(ρ_{01}N^{3}D^5)** on peut considérer **$\Delta T_0 / T_{01}$** !

Forme équivalente pour $\phi = \frac{\dot{m}}{\rho_{01} N D^3}$

$$\frac{\dot{m}}{\rho_{01} N D^3} = \frac{\dot{m} R T_{01}}{p_{01} N D^3} = \frac{\dot{m}\sqrt{R T_{01}}}{p_{01} D^2} \cdot \sqrt{\frac{R T_{01}}{(ND)^2}} \rightarrow \frac{\dot{m}\sqrt{R T_{01}}}{p_{01} D^2}$$

$p_{01} = \rho_{01} R T_{01}$

~(1/Mach)

Au lieu de $\frac{\dot{m}}{\rho_{01} N D^3}$ on peut considérer $\frac{\dot{m}\sqrt{R T_{01}}}{p_{01} D^2}$

Aussi, $\Delta h = f(\Delta T) = f(p_{02}/p_{01})$, alors $\frac{\dot{W}}{\rho_{01} N^3 D^5} \rightarrow \frac{p_{02}}{p_{01}}$

Compresseur

$$\eta, \quad \frac{p_{02}}{p_{01}} = f\left(\frac{\dot{m}\sqrt{RT_{01}}}{P_{01}D^2}, \frac{\rho_{01}ND^2}{\mu}, \frac{ND}{\sqrt{RT_{01}}}, \gamma\right)$$

$$\eta \qquad \underset{\substack{\uparrow \\ \mathrm{P}}}{\Psi} \qquad \Phi \qquad \mathrm{Re} \qquad \mathrm{M} \qquad \gamma$$

Cas général

Dans le contexte des turbomachines on identifie **7 paramètres adimensionnels**

$$\Psi = f(\Phi, \quad Re, \quad M, \quad \gamma, \quad Géo)$$

$$\eta = g(\Phi, \quad Re, \quad M, \quad \gamma, \quad Géo)$$

En fonction du type de machine, certains seront appropriés et d'autres pourront être négligés

Compresseur: simplifications

$$\eta, \quad \Psi \qquad \Phi \qquad Re \qquad M \qquad \gamma$$

$$\eta, \quad \frac{p_{02}}{p_{01}} = f\left(\frac{\dot{m}\sqrt{RT_{01}}}{P_{01}D^2}, \frac{\rho_{01}ND^2}{\mu}, \frac{ND}{\sqrt{RT_{01}}}, \gamma \right)$$

Simplifications

- Reynolds élévé (turbulent)
- Même fluide ($\boldsymbol{\gamma}$=cnste.)
- Même machine $\mathbf{D}$=cnste.

Simplifications

$\eta, \quad \Psi \quad \Phi \quad Re \quad M \quad \gamma$

$$\eta, \quad \frac{p_{02}}{p_{01}} = f\left(\frac{\dot{m}\sqrt{\square T_{01}}}{p_{01}\square}, \square, \frac{N\square}{\sqrt{\square T_{01}}}, \square\right)$$

– Reynolds élévé (turbulent): au-delà d’un nombre de Reynolds limite, la performance ne varie plus (similitude restreinte)

– Même fluide (γ=cnste)

– Même machine **D**=cnste

Alors...

Même machine, même fluide, écoulement turbulent

$$\eta, \quad \frac{p_{02}}{p_{01}} = f\left(\frac{\dot{m}\sqrt{T_{01}}}{p_{01}}, \frac{N}{\sqrt{T_{01}}}\right)$$

η	Ψ	Φ	M

$$F\left(\eta, \Phi, \Psi, M\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} M = f\left(\Psi, \Phi\right) \\ \eta = g\left(\Psi, \Phi\right) \end{cases}$$

La carte du compresseur

L'évaluation de la performance d'un compresseur est caractérisée au travers de l'ensemble de paramètres $\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\Psi}, \boldsymbol{\Phi}, \mathbf{M}$.

Le champ d'opération du compresseur est représenté par des courbes de nombre de Mach $\mathbf{M}$ **constant** dans le plan $\boldsymbol{\Psi}, \boldsymbol{\Phi}$. Il est d'usage de superposer dans carte du compresseur, des contours d'**isorendement** $\boldsymbol{\eta}$

Selon les simplifications présentées, en pratique on utilise le taux de compression $\boldsymbol{p_{02}/p_{01}}$ au lieu d'une autre forme pour le coefficient $\boldsymbol{\Psi}$ et le **débit corrigé** $\boldsymbol{\dot{m}\sqrt{T_{01}}/p_{01}}$ à la place de $\boldsymbol{\Phi}$

La carte du compresseur

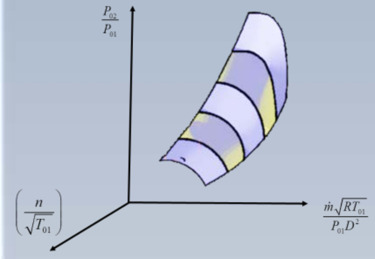
Aussi, le nombre de Mach $\boldsymbol{M}$ est substitué par la vitesse de rotation corrigée $\boldsymbol{N/\sqrt{T_{01}}}$

Dans cette carte on distingue *deux limites* qui contraignent la plage d'opération d'un compresseur: **le pompage et le blocage sonique**

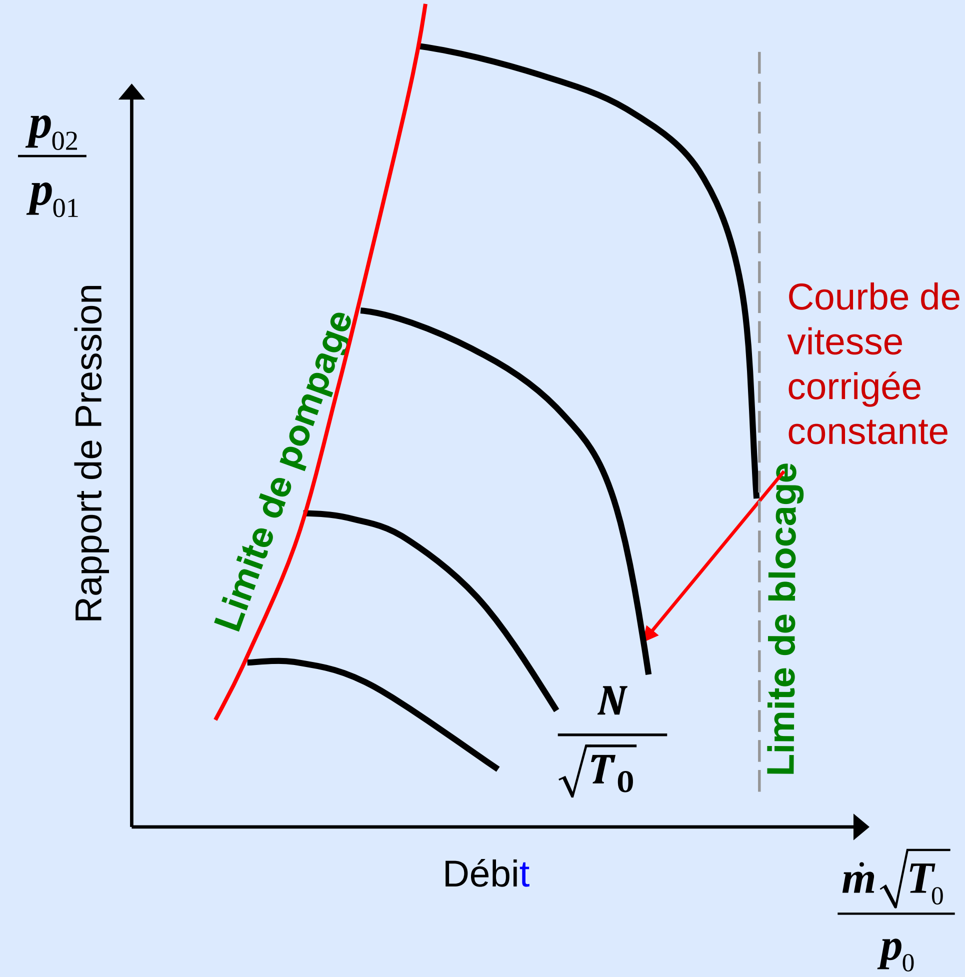
La carte du compresseur

Le pompage: il s'agit d'un phénomène qui a lieu des faibles débits. Il est associé à un chute soudaine du taux de compression suivie par des fortes oscillations de la pression, parfois accompagnée d'une inversion de l'écoulement. Sous cette condition le compresseur est inopérable

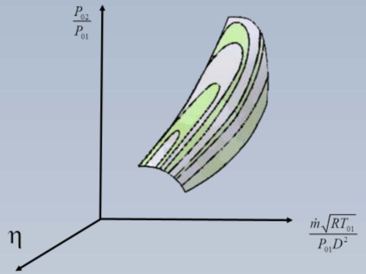
Le blocage sonique: ce phénomène à lieu des forts débits. Il s'agit de la l'apparition d'une section sonique dans l'étage qui limite le débit massique maximal. Dans cette limite, la performance du compresseur chute rapidement



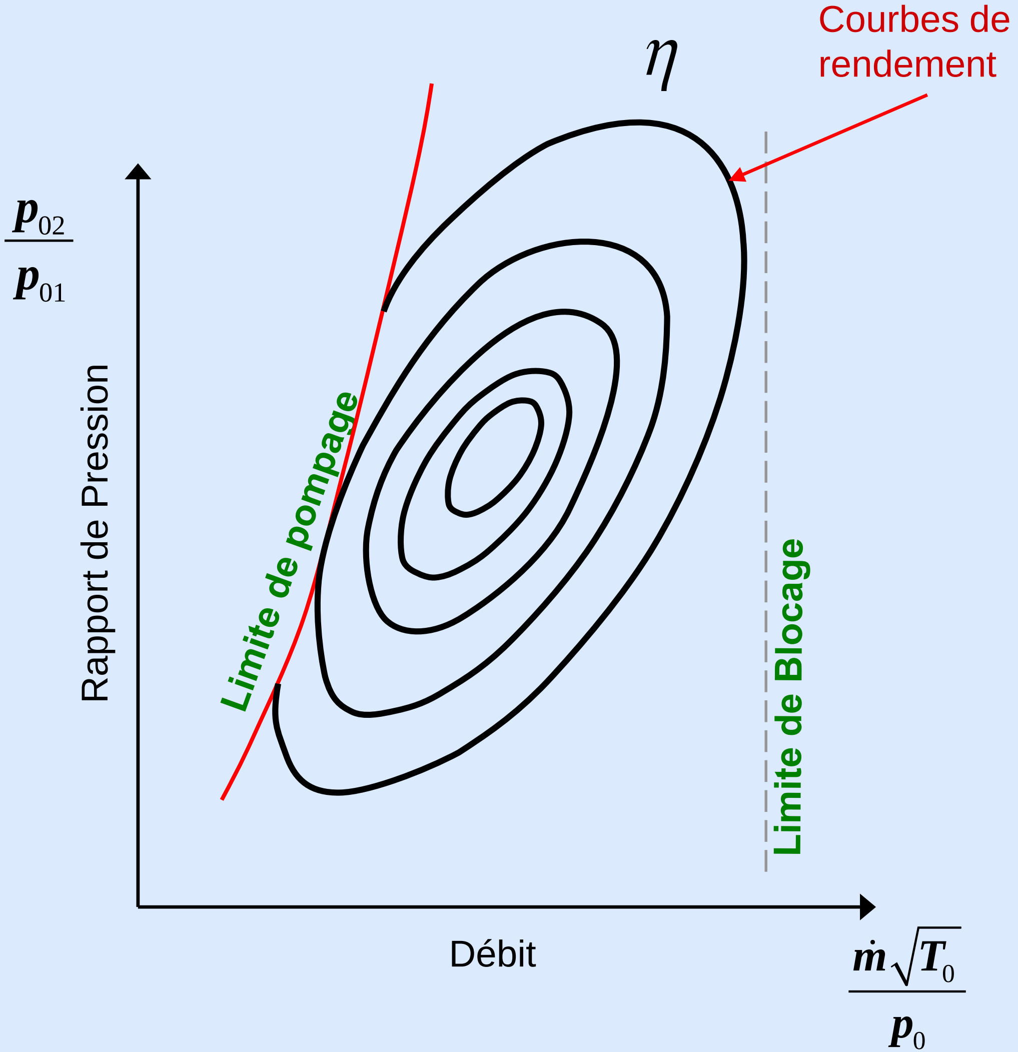
$\frac{P_{02}}{P_{01}}$
$\left(\frac{n}{\sqrt{T_{01}}}\right)$
$\frac{\dot{m}\sqrt{RT_{01}}}{P_{01}D^2}$



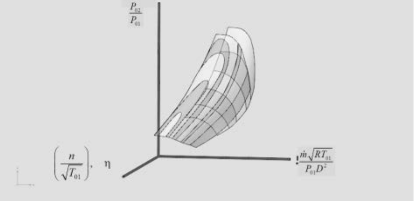
$\frac{p_{02}}{p_{01}}$
Rapport de Pression
Limite de pompage
Courbe de vitesse corrigée constante
$\frac{N}{\sqrt{T_0}}$
Limite de blocage
Débit
$\frac{\dot{m}\sqrt{T_0}}{p_0}$

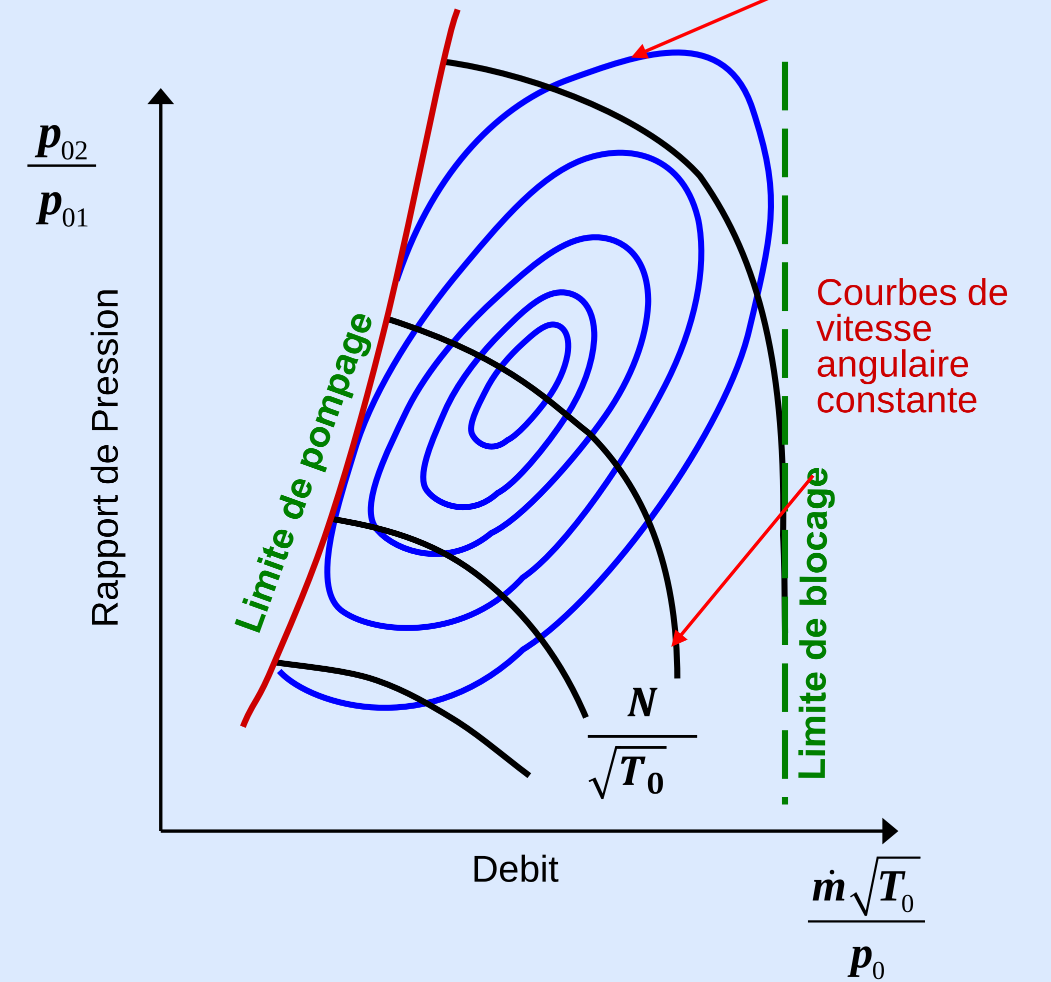


P02/P01
η
ṁ√RT01 / P01D²



Courbes de rendement
η
p02/p01
Rapport de Pression
Limite de pompage
Limite de Blocage
Débit
ṁ√T0 / p0




Courbes de rendement
Courbes de vitesse angulaire constante
Limite de pompage
Limite de blocage
Rapport de Pression
$\frac{p_{02}}{p_{01}}$
$\frac{N}{\sqrt{T_0}}$
Debit
$\frac{\dot{m}\sqrt{T_0}}{p_0}$

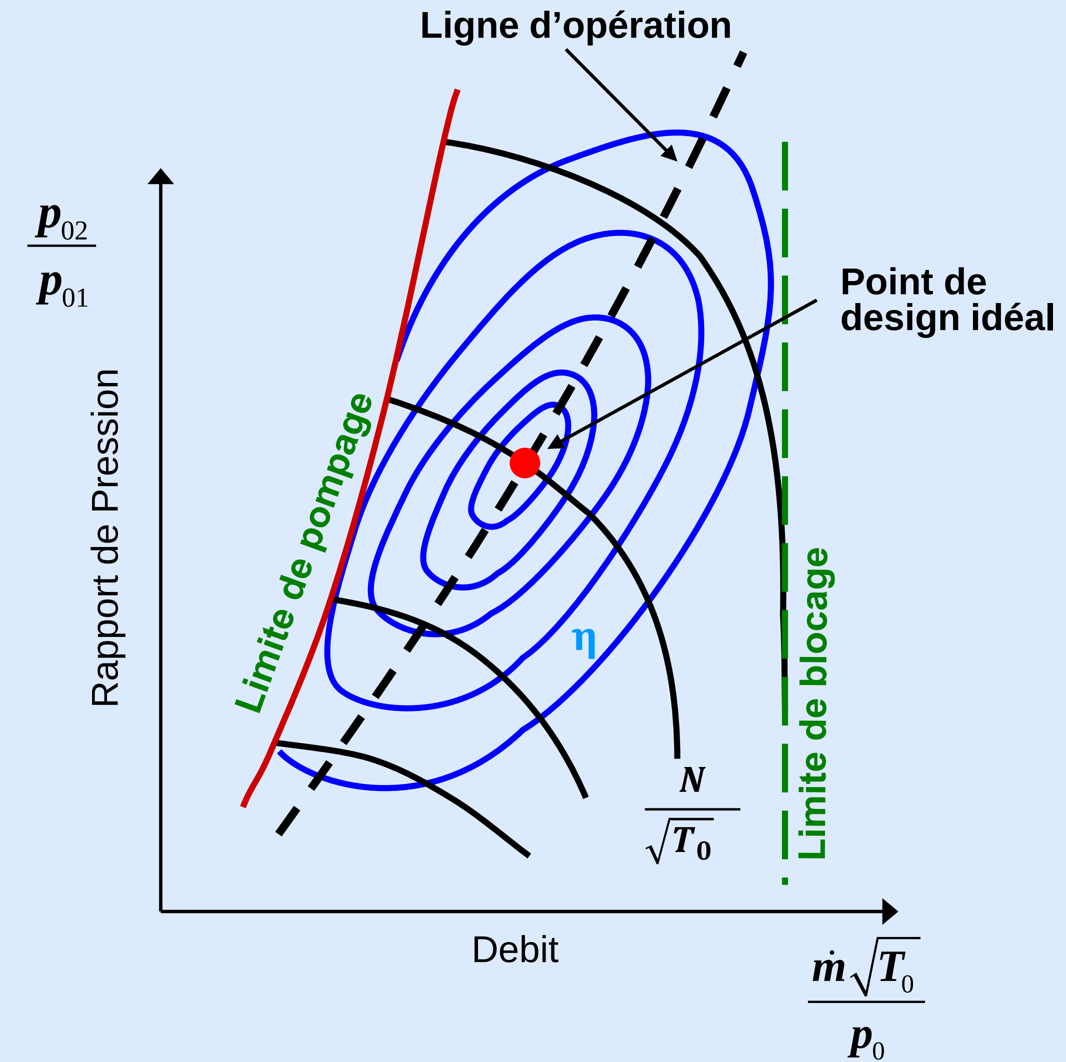
La ligne d'opération

Sur la carte d'un compresseur on trace également la ligne d'opération ou ligne de fonctionnement du compresseur

Elle correspond à la ligne reliant chacun des points de rendement maximal sur chaque isovitesse

Chaque compresseur a un point d'opération optimal sur la ligne d'opération

Cette position dans la carte c'est le point de design où le compresseur fonctionnera la plupart du temps



Ligne d'opération
Point de design idéal
$\frac{p_{02}}{p_{01}}$
Rapport de Pression
Limite de pompage
η
$\frac{N}{\sqrt{T_0}}$
Limite de blocage
Debit
$\frac{\dot{m}\sqrt{T_0}}{p_0}$


5:45:39 PM
FlashVortex.com

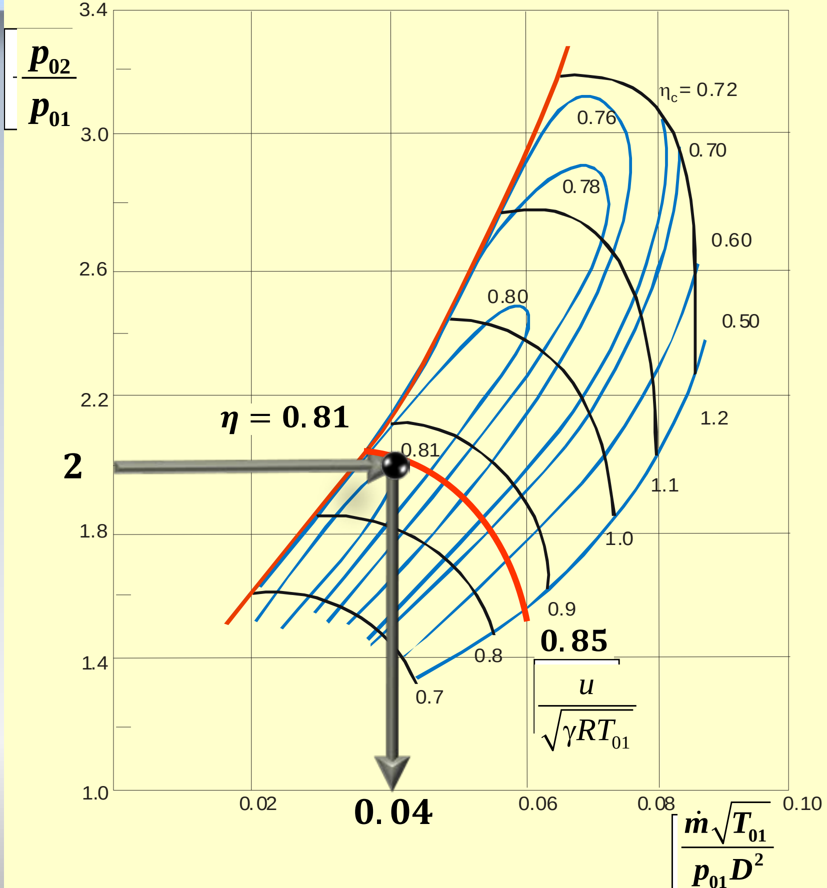
Un compresseur centrifuge opère au ***point nominal***. Le rotor a un ***diamètre de 40 cm*** et le rapport de pression totale est $p_{02}/p_{01}=2$. Les conditions à l'entrée du compresseur sont $T_{01}=20^0C$ $P_{01}=1$ ***bar***. Utilisez la carte du compresseur et déterminez:

Le débit massique

La puissance requise

La vitesse angulaire

Un compresseur centrifuge opère au ***point nominal***. Le rotor a un ***diamètre de 40 cm*** et le rapport de pression totale est $p_{02}/p_{01}=2$. Les conditions à l'entrée du compresseur sont $T_{01}=20^0C$ $p_{01}=1$ ***bar***. Utilisez la carte du compresseur et déterminez:



Lecture et calcul

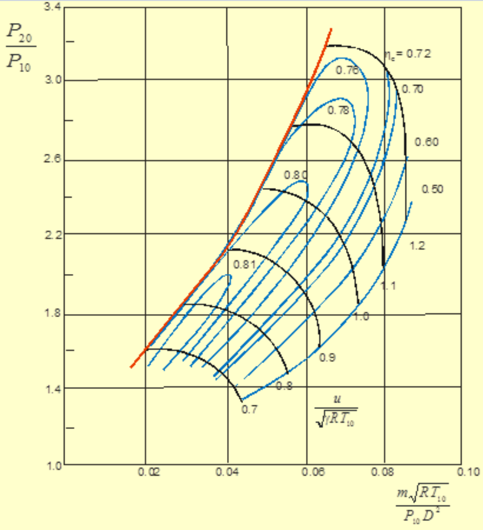
$$\frac{\dot{m}\sqrt{RT_{01}}}{p_{01}D^2} = 0.04, \qquad \eta = 0.81, \qquad \frac{u}{\sqrt{\gamma RT_{01}}} = 0.85$$

- Le débit massique
- La puissance requise
- La vitesse angulaire

D= 40 cm , $p_{02}/p_{01}=2$, $T_{01}=20^0C$, $p_{01}=1$ *bar*

$$\dot{m} = 0.04\frac{p_{01}D^2}{\dot{m}\sqrt{RT_{01}}}$$

$$\dot{m} = 0.04\times\frac{10^5\times(0.4)^2}{\sqrt{293\times(8314/28.97)}} = 2.21\,kg/s$$



suite

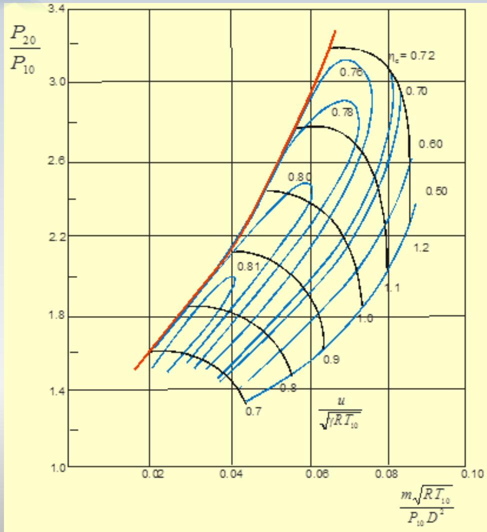
Opère au ***point nominal***. ***D= 40 cm, p_{02}/p_{01}=2,T_{01} =20^{0}C, P_{01}=1 bar***.

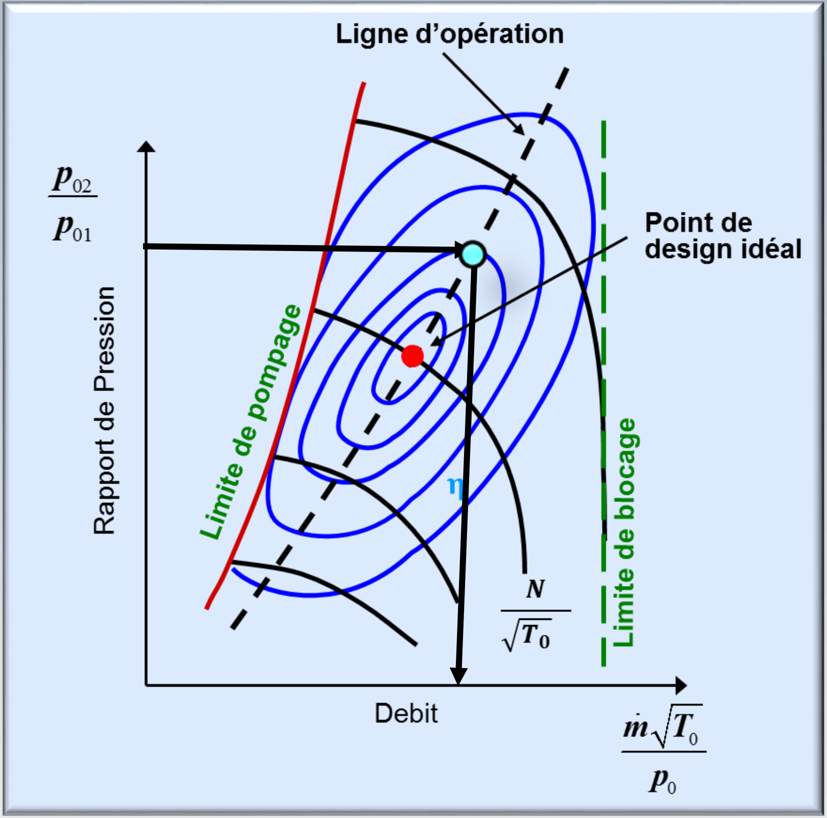
- Le débit massique
- La puissance requise
- La vitesse angulaire

$$T_{02s} = T_{01}\left(\frac{p_{02}}{p_{01}}\right)^{\gamma-1/\gamma} \Rightarrow T_{02s} = 293(2)^{0.4\ /1.4} = 357K$$

$$\eta = \frac{T_{02s} - T_{01}}{T_{02} - T_{01}} \Rightarrow T_{02} - T_{01} \Rightarrow \dot{W} = \frac{\dot{m}\gamma R}{(\gamma - 1)}(T_{02} - T_{01})$$

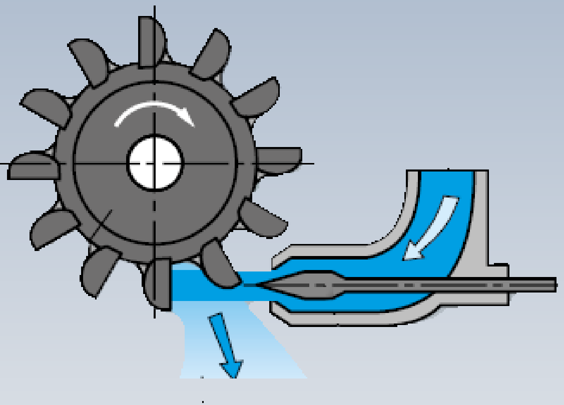
$$\frac{DN/2}{\sqrt{\gamma R T_{01}}} = 0.85 \Rightarrow DN \Rightarrow N = DN/D$$

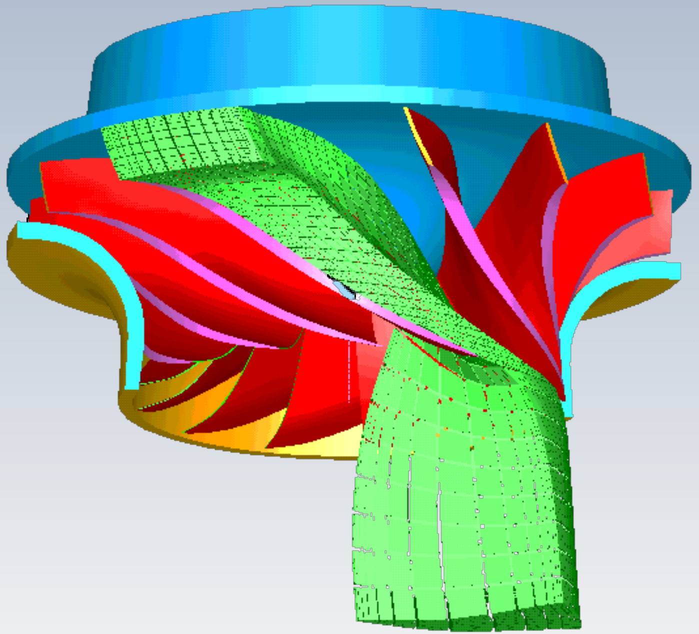


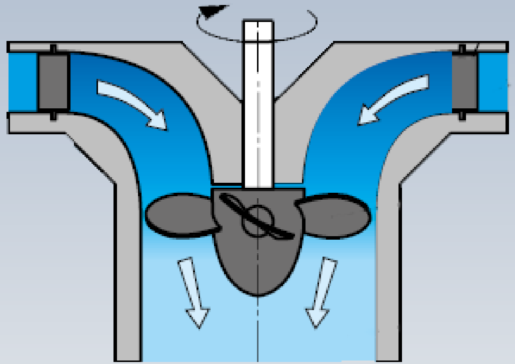


Remarque:Pour un rapport de pression autre que celui du point nominal, le débit cherché sera celui correspondant à un point sur la ligne d'opération

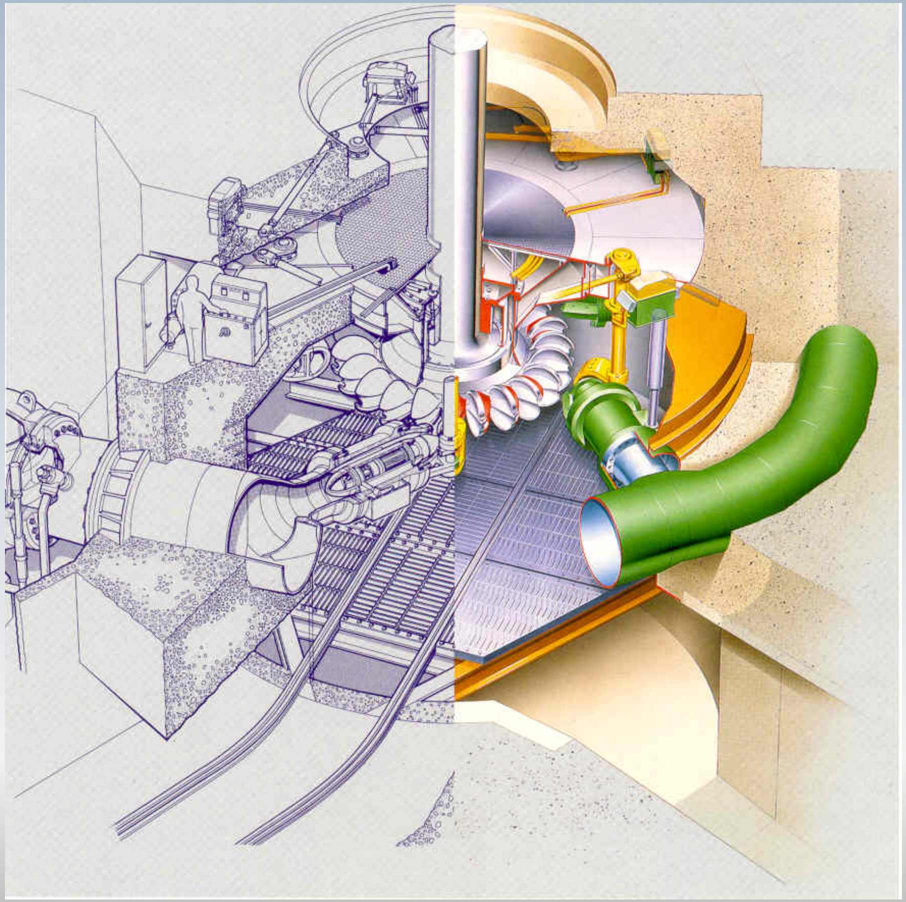
Turbines hydrauliques





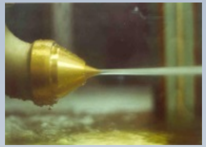


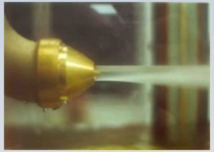
Turbine Pelton

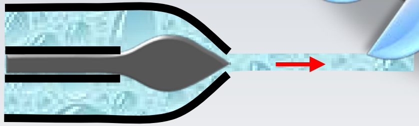


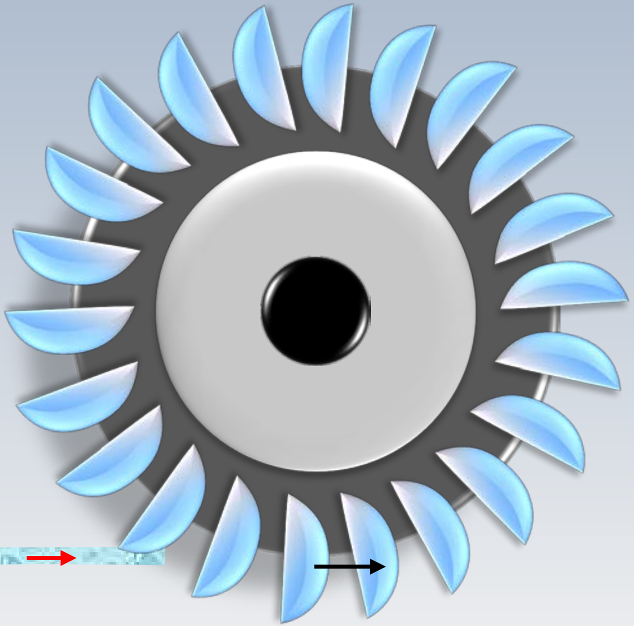
Turbine Pelton

Contrôle du débit

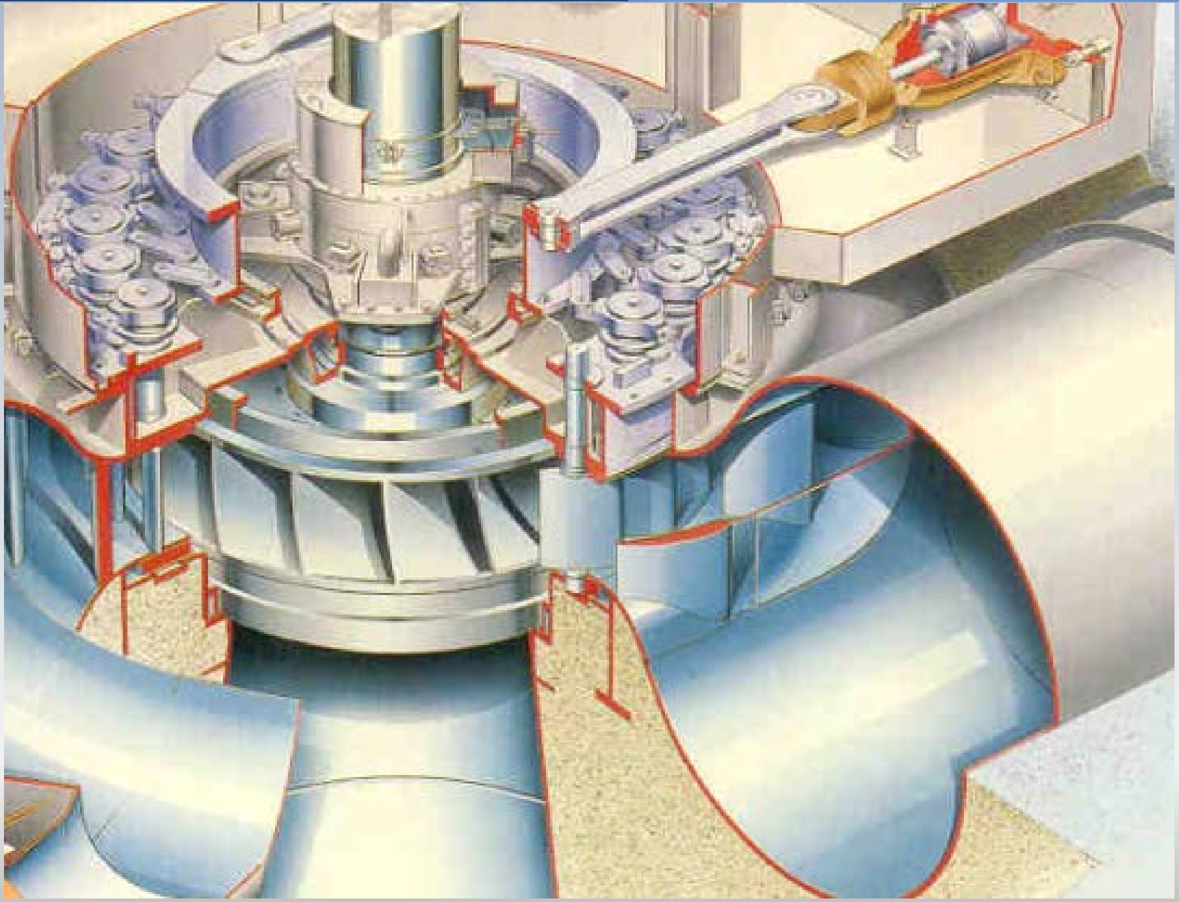




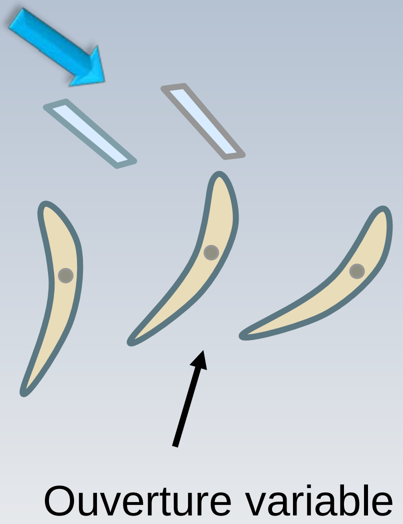




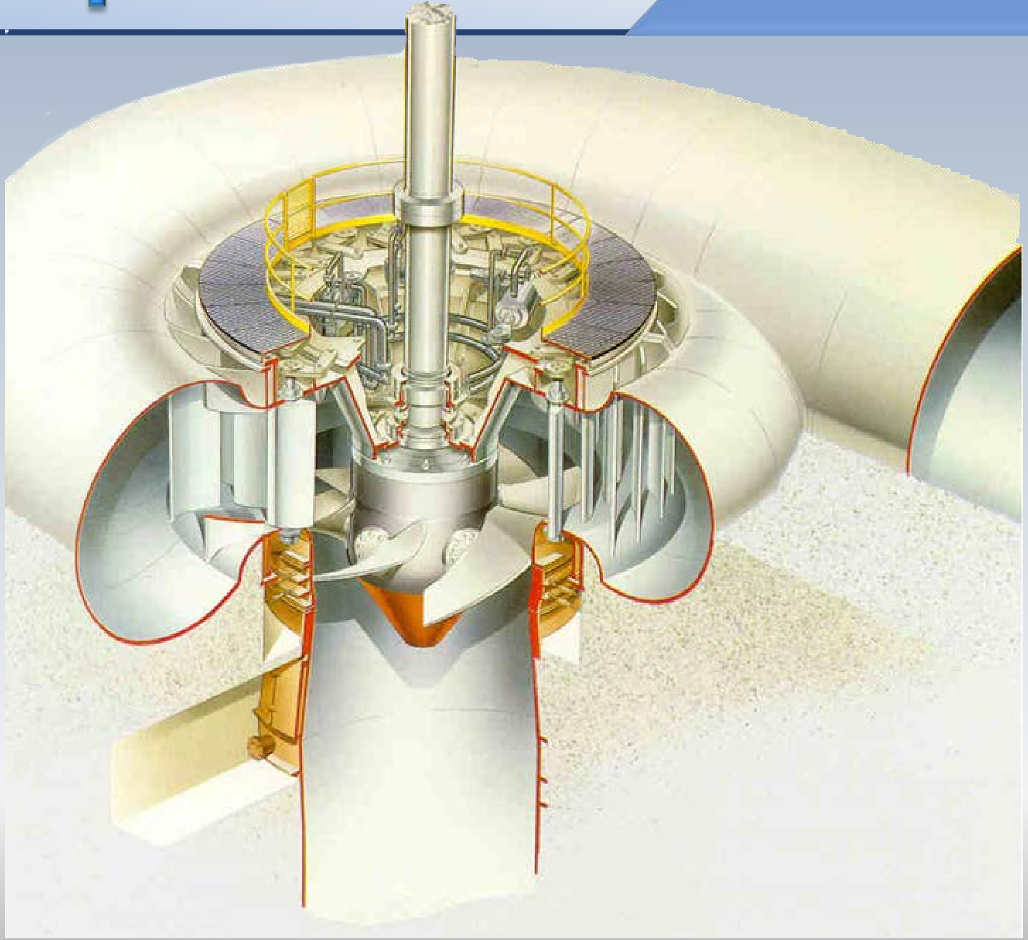
Turbine Francis



Turbine Francis



Turbine Kaplan



La géométrie

On constate que dans les turbines hydrauliques on retrouve des parties mobiles pour ajuster le point d’opération.

On devra alors prêter une attention particulière à la **similitude géométrique**

D’autre part, on note que le nombre de Mach $\mathbf{M}$ et le rapport des chaleurs spécifiques $\boldsymbol{\gamma}$ ne sont pas pertinents pour un écoulement d’eau

La colline de rendement

Le champ d'opération d'une turbine est représentée par des courbes d'isorendement dans le plan $\boldsymbol{\Psi}$, $\boldsymbol{\Phi}$ dont l'ensemble est appelé **"la colline de rendement"**

À cette représentation on superpose plusieurs courbes correspondant à des positions d'organes mobiles

En pratique industrielle on utilise des formes particulières associées au système d'unités pour les coefficient $\boldsymbol{\Psi}$ et $\boldsymbol{\Phi}$

Cas particulier

$$\Psi = f(\Phi, \quad Re, \quad \cancel{M}, \quad \cancel{\chi}, \quad Géo)$$

$$\eta = g(\Phi, \quad Re, \quad \cancel{M}, \quad \cancel{\chi} \quad Géo)$$

$$\Psi = f(\Phi, \quad Re, \quad Géo)$$

$$\eta = g(\Phi, \quad Re, \quad Géo)$$

Turbines hydrauliques

Ψ **Φ** **Re** **Géo**

$$\frac{gH}{N^2D^2} = f\left(\frac{Q}{ND^3}, \frac{\rho ND^2}{\mu}, \frac{l_i}{D}\right)$$

$$\eta = g\left(\frac{Q}{ND^3}, \frac{\rho ND^2}{\mu}, \frac{l_i}{D}\right)$$

Coefficient de débit modifié

Dans l'univers des turbines hydrauliques l'intérêt est porté sur la puissance produite $\dot{W} = \eta \rho g H Q$

Il est alors possible d'exprimer le débit Q en fonction de la puissance $\dot{W}$ et de trouver un coefficient de débit Φ avec un visage différent

À ce stade, ce n'est pas indispensable de suivre de près les étapes de ce développement qui est présenté par la suite

Résultat

Turbines hydrauliques

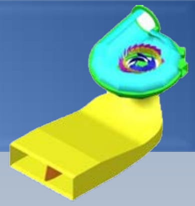
Ψ **Φ** **Re** **Géo**

$$\frac{gH}{N^2D^2} = f\left(\frac{Q}{ND^3}, \frac{\rho ND^2}{\mu}, \frac{l_i}{D}\right)$$

$$Q = \left(\frac{\dot{W}}{\eta\rho g H}\right)$$

$$\eta = g\left(\frac{Q}{ND^3}, \frac{\rho ND^2}{\mu}, \frac{l_i}{D}\right)$$

Turbines hydrauliques

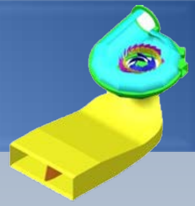


$$Q = \left(\frac{\dot{W}}{\rho g H} \right) \quad \Rightarrow \quad \psi = \frac{gH}{N^2 D^2} = f\left(\frac{Q}{ND^3}, \frac{\rho N D^2}{\mu}, \frac{l_i}{D} \right)$$

Φ **Re** **Géo**

$$\psi = \frac{gH}{N^2 D^2} = f\left(\underbrace{\frac{\dot{W}}{\rho g H}}_{Q} \frac{1}{ND^3}, \frac{\rho N D^2}{\mu}, \frac{l_i}{D} \right)$$

Turbines hydrauliques



$$\psi = \frac{gH}{N^2D^2} = f\left(\frac{\dot{W}}{\rho g H}\frac{1}{ND^3}, \frac{\rho N D^2}{\mu}, \frac{l_i}{D}\right)$$

$$\Downarrow$$

écoulement turbulent

$$\psi = \frac{gH}{N^2D^2} = f\left(\frac{\dot{W}}{\rho D^2 (gH)^{3/2}}\frac{(gH)^{1/2}}{ND}, \cancel{\frac{\rho N D^2}{\mu}}, \frac{l_i}{D}\right)$$

$$\boxed{\frac{ND}{(gH)^{1/2}} \quad \textit{est l'inverse de} \quad \sqrt{\frac{gH}{N^2D^2}}}$$

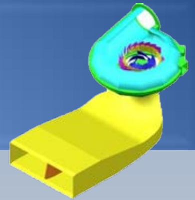
Turbines hydrauliques

$$\frac{gH}{N^2D^2} = f\left(\frac{\dot{W}}{\rho D^2 (gH)^{3/2}}\cancel{\frac{(gH)^{1/2}}{ND}}, \frac{l_i}{D}\right)$$

Il existe déjà

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{gH}{N^2D^2} &= f\left(\frac{\dot{W}}{\rho D^2 (gH)^{3/2}}, \frac{l_i}{D}\right) \\ \eta &= g\left(\frac{\dot{W}}{\rho D^2 (gH)^{3/2}}, \frac{l_i}{D}\right) \end{aligned}}$$

Carte d’une turbine I

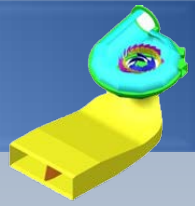


Les paramètres adimensionnels qui caractérisent l’opération d’une turbine hydraulique sont:

$$\frac{gH}{N^2 D^2} = f\left(\frac{\dot{W}}{\rho D^2 (gH)^{3/2}}, \frac{l_i}{D}\right)$$

$$\eta = g\left(\frac{\dot{W}}{\rho D^2 (gH)^{3/2}}, \frac{l_i}{D}\right)$$

Carte d'une turbine II



η , Φ, Ψ , Géo

$$\eta, \quad \frac{\dot{W}}{\rho D^2 (gH)^{3/2}}, \quad \frac{ND}{(gH)^{1/2}}, \quad \frac{l_i}{D}$$

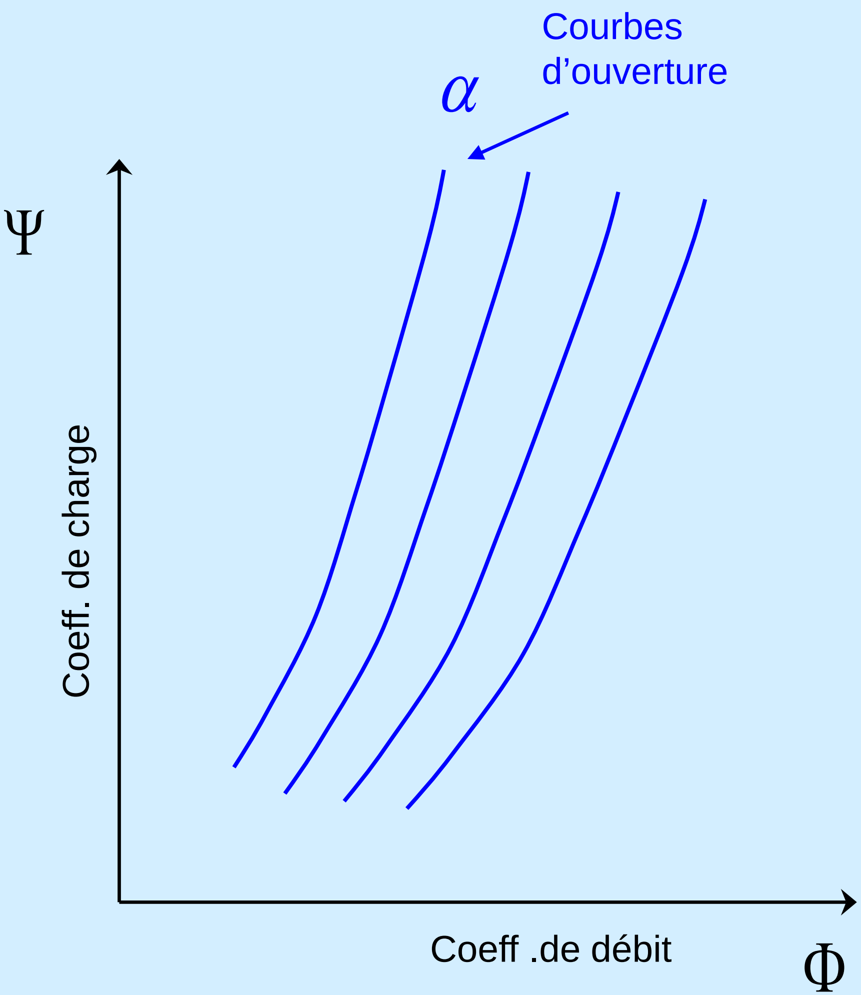
Formulation explicite

Formulation implicite

$$F\left(\eta, \Phi, \Psi, Géo\right) = 0$$

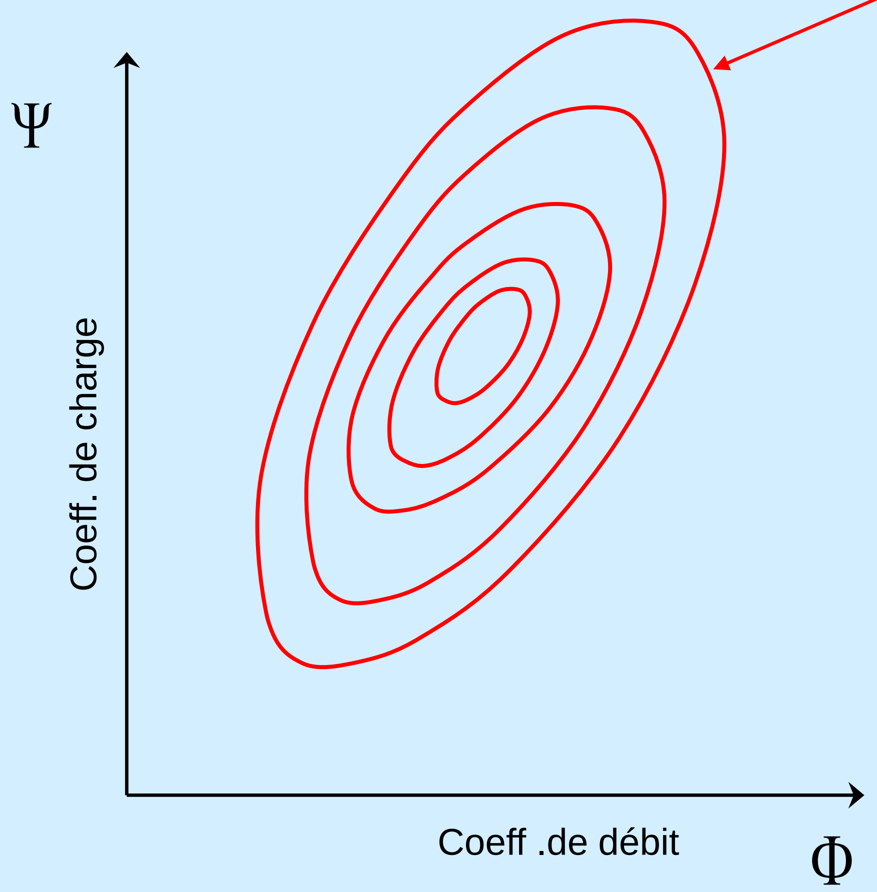
$$\text{Géo} = f(\Phi, \Psi)$$

$$\eta = g(\Phi, \Psi)$$



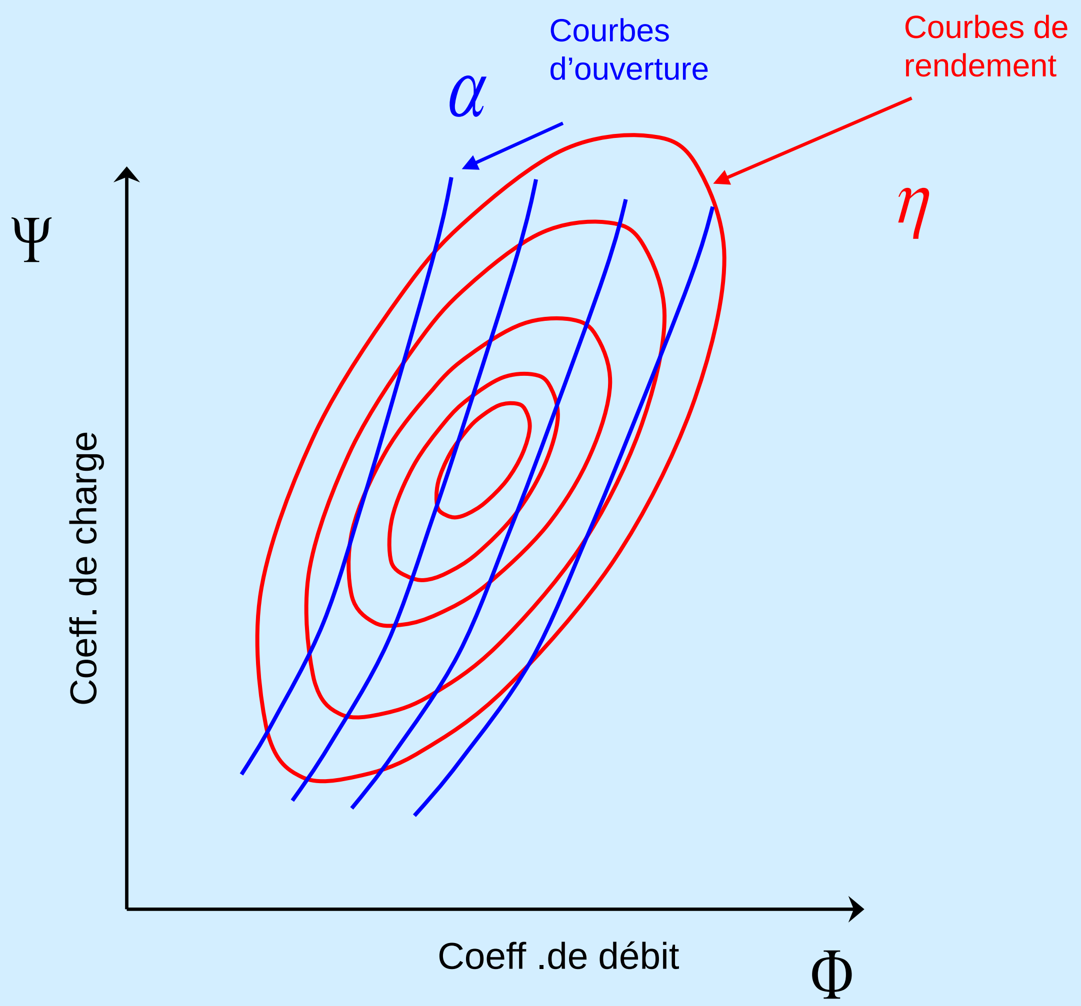
$$\alpha = f\left(\frac{gH}{n^2D^2}, \frac{Q}{nD^3}\right)$$

α ψ Φ



$$\eta = g\left(\frac{gH}{n^2D^2}, \frac{Q}{nD^3}\right)$$

η ψ Φ



Courbes
d'ouverture
Courbes de
rendement
α
η
Ψ
Coeff. de charge
Coeff .de débit
Φ

Variables réduites

En pratique industrielle, des **variables réduites** sont définies pour la construction de cartes destinées au passage des données du modèle vers le prototype

Ces grandeurs, notées avec un double indice **1,** correspondent à un fonctionnement en similitude sous une chute $\boldsymbol{H}$ de **1** $\boldsymbol{m}$ $(1pi)$ et un rotor de diamètre $\boldsymbol{D}$ de **1** $\boldsymbol{m}$ $(1pi)$

Le système n_{11} Q_{11}

Vitesse angulaire réduite $\boldsymbol{N_{11}}$

$$\Psi = \frac{N^2 \times D^2}{g \times H} = \frac{N_{11}^2 \times \mathbf{1^2}}{g \times \mathbf{1}} \Rightarrow \boxed{N_{11} = \frac{ND}{H^{1/2}}}$$

Débit réduit $\boldsymbol{Q_{11}}$

$$\Phi = \frac{Q}{N \times D^3} = \frac{Q_{11}}{N_{11} \times \mathbf{1^3}} \Rightarrow \boxed{Q_{11} = \frac{Q}{D^2 H^{1/2}}}$$

Variables réduites

Puissance réduite $\boldsymbol{P_{11}}$

$$\boxed{P_{11} = \frac{\dot{W}}{D^2 H^{3/2}}}$$

On note que les quantités $\boldsymbol{N_{11}}$, $\boldsymbol{Q_{11}}$ et $\boldsymbol{P_{11}}$ ne sont pas adimensionnelles. Alors, leurs grandeurs dépendent du système d'unités utilisé!

Vitesse-Diamètre spécifique

La vitesse spécifique et le diamètre spécifique, sont deux concepts issues de l'étude des lois de similitude des turbomachines. Ils sont très utiles pour la conception de machines appartenant à des familles similaires (homothétiques) et constituent une base pour le classement de chaque appareil

.

Avec ces chiffres adimensionnels, on peut déterminer la turbomachine la plus adéquate pour une application donnée

Vitesse-Diamètre spécifique

Remarques:

La vitesse spécifique fournit par le milieu industriel se réfère au **point d'efficacité maximum**.

Roue dite lente : Vitesse spécifique faible

Roue dite rapide Vitesse spécifique élevée

Cependant, *les roues lentes tournent généralement vite* tandis *les roues rapides tournent généralement lentement*

Vitesse-Diamètre spécifique

Les deux nouvelles quantités adimensionnelles, vitesse spécifique et diamètre spécifique, associées à la vitesse et au diamètre de la machine, respectivement, peuvent être obtenues par la combinaison des coefficients de débit et de charge

Bien qu'il s'agit de notions générales, elle seront présentées dans le cadre de machines opérant avec des fluides incompressibles

Diamètre spécifique

$$\phi = \left(\frac{Q}{N D^3}\right) \Rightarrow N = \left(\frac{Q}{\phi D^3}\right)$$

$$\Rightarrow D^2 = \frac{Q/\phi}{\left(W_e/\Psi\right)^{1/2}} \Rightarrow D = \frac{Q^{1/2}}{\left(W_e\right)^{1/4}}\frac{\Psi^{1/4}}{\Phi^{1/2}}$$

$$\psi = \left(\frac{W_e}{N^2 D^2}\right) \Rightarrow N = \left(\frac{W_e}{\Psi D^2}\right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow \boxed{D_s = \frac{D(W_e)^{1/4}}{Q^{1/2}} = \frac{\Psi^{1/4}}{\Phi^{1/2}}}$$

Diamètre spécifique

Vitesse spécifique

$$\phi = \left(\frac{Q}{N D^3} \right) \Rightarrow \quad D = \left(\frac{Q}{N \phi D} \right)^{1/3}$$

$$\psi = \left(\frac{W_e}{N^2 D^2} \right) \Rightarrow \quad D = \left(\frac{W_e}{\Psi N^2} \right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow \quad N = \frac{(W_e)^{3/4}}{Q^{1/2}} \frac{\Phi^{1/2}}{\Psi^{3/4}}$$

$$\Rightarrow \quad N_s = \frac{N Q^{1/2}}{(W_e)^{3/4}} = \frac{\Phi^{1/2}}{\Psi^{3/4}}$$

Vitesse spécifique

Vitesse-Diamètre spécifique

$$N_s = \frac{\Phi^{1/2}}{\Psi^{3/4}}$$

$$D_s = \frac{\Psi^{1/4}}{\Phi^{1/2}}$$

Les quantités adimensionnelles, vitesse et diamètre spécifique N_s et D_s, respectivement, permettent de caractériser les turbomachines par des variables dans lesquelles n'apparaissent que le travail (spécifique), le débit et vitesse de rotation

On retrouve des formes particulières pour les divers types de turbomachines. Certaines, même ayant des unités

Pompes

$N_s = \left(\dfrac{\phi^{1/2}}{\psi^{3/4}} \right)$
$\phi = \left(\dfrac{Q}{ND^3} \right)$
$\psi = \dfrac{gH}{N^2 D^2}$
$D_s = \left(\dfrac{\psi^{1/4}}{\phi^{1/2}} \right)$

$$N_s = \frac{NQ^{1/2}}{(gH)^{3/4}} \Rightarrow n_q = \frac{N\sqrt{Q}}{\cancel{g}^{3/4} H^{3/4}}$$

Vitesse spécifique adimensionnelle

Vitesse dimensionnelle

$$D_s = \frac{D(gH)^{1/4}}{Q^{1/2}}$$

Diamètre spécifique adimensionnel

Turbines hydrauliques

$$N_s = \frac{NQ^{1/2}}{(gH)^{3/4}}$$

$$Q_{eq} = \frac{\dot{W}}{\rho g H}$$

$$N_s = \left(\frac{N\left(\frac{\dot{W}}{\rho g H}\right)^{1/2}}{(gH)^{3/4}} \right)$$

$$\cancel{\rho}, \cancel{g}$$

$$\boxed{n_s = \frac{N\dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}}}$$

Vitesse dimensionnelle

Vitesse spécifique adimensionnelle

Interprétation en industrie

Les deux formes de vitesse spécifique, $\boldsymbol{n_s}$ et $\boldsymbol{n_q}$, peuvent également être obtenues de manière pratique en comparant la machine à caractériser avec un machine d'étalonnage

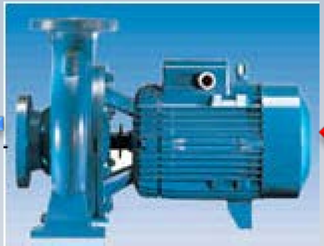
Cette idée sera présentée dans le cadre d'une pompe

n_s et n_q

$$\phi = \left(\frac{Q}{ND^3}\right) \qquad \psi = \frac{gH}{N^2D^2} \qquad \bar{P} = \phi\psi = \frac{\dot{W}}{\rho N^3 D^5}$$

Pompe de référence

H_0, Q_0

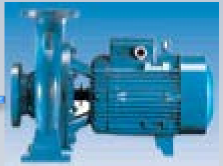


$\dot{W}_0$

N_0

Pompe d'étalonnage

$H = 1m$



$\dot{W} = 1CV$

$$\psi \qquad \frac{H}{H_0} = \left(\frac{N}{N_0}\right)^2 \left(\frac{D}{D_0}\right)^2$$

$$\bar{P} \qquad \frac{\dot{W}}{\dot{W}_0} = \left(\frac{N}{N_0}\right)^3 \left(\frac{D}{D_0}\right)^5$$

$$\Rightarrow \quad N_0 = N\left(\frac{\dot{W}}{\dot{W}_0}\right)^{1/2} \left(\frac{H_0}{H}\right)^{5/4} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{n_s = \frac{N_0\sqrt{\dot{W}_0}}{H_0^{5/4}}}}$$

$$\boldsymbol{H = 1m,\ \dot{W} = 1CV,\ N = n_s}$$

n_s et n_q

$$\phi = \left(\frac{Q}{ND^3}\right) \qquad \psi = \frac{gH}{N^2D^2} \qquad \overline{P} = \phi\psi = \frac{\dot{W}}{\rho N^3 D^5}$$

Pompe de référence

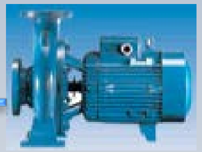
H_0, Q_0

$\dot{W}_0$

N_0

Pompe d'étalonnage

$H = 1m$



$\dot{W} = 1CV$

$$\psi \rightarrow \frac{H}{H_0} = \left(\frac{N}{N_0}\right)^2 \left(\frac{D}{D_0}\right)^2$$

$$\phi \rightarrow \left(\frac{Q}{Q_0}\right) = \left(\frac{D}{D_0}\right)^3 \left(\frac{N}{N_0}\right)$$

$$\Rightarrow N_0 = N\left(\frac{Q}{Q_0}\right)^{1/2} \left(\frac{H_0}{H}\right)^{3/4} \Rightarrow \boxed{n_q = \frac{N_0\sqrt{Q_0}}{H_0^{3/4}}}$$

$$H = 1m,\ Q = 1\,m^3/s\,,\ N = n_q$$

Remarque: n_s et n_q

L'interprétation de la vitesse spécifique sur la base d'une machine d'étalonnage, dont la chute, le débit ou la puissance sont unitaires, permet de simplifier virtuellement des unités et d'imaginer ainsi une **vitesse spécifique en rpm**.

Cette approche est pratique en génie, mais **pour des systèmes d'unités différents, la valeur numérique de la vitesse spécifique sera différente**. En d'autres mots, il y aura des **rpm** *associées au* **système anglais** et des **rpm** *jumelées au* **système international**

Résumé

$$n_q = \frac{N\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$

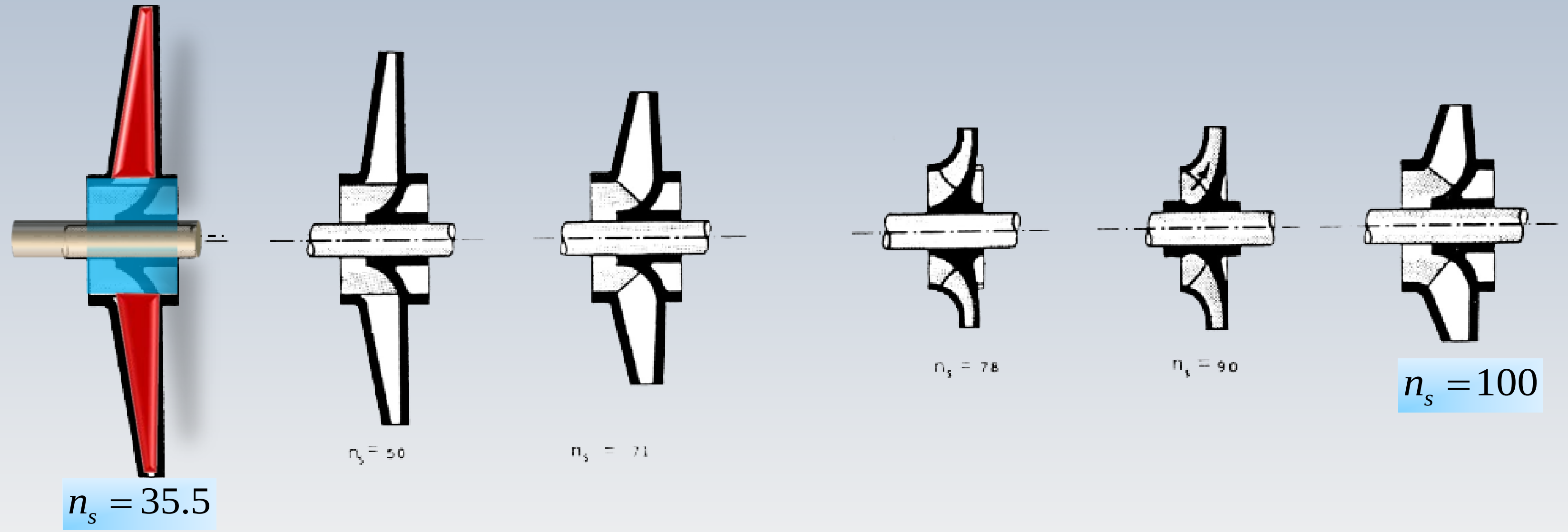
$\boldsymbol{n_q}$ correspond à la vitesse spécifique d'une machine, en ***rpm***, qui est géométriquement similaire à une machine d'étalonnage opérant avec une tête de $\boldsymbol{H = 1\ m\ (1 pi)}$ et par laquelle circule un débit $\boldsymbol{Q = 1\ m^3/s\ (1\ pi^3/s)}$

Résumé

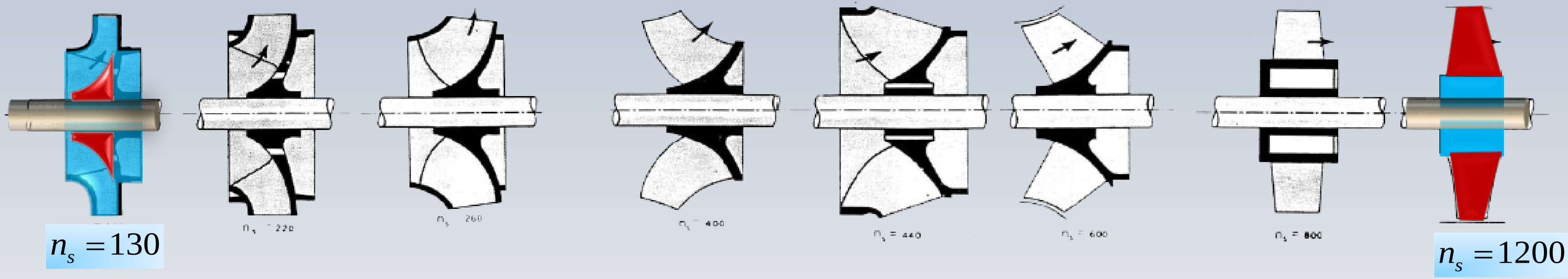
$$n_s = \frac{N\dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}}$$

$\boldsymbol{n_s}$ correspond à la vitesse spécifique d'une machine, en $\boldsymbol{rpm}$, qui est géométriquement similaire à une machine d'étalonnage opérant avec une tête de $\boldsymbol{H = 1\ m\ (1pi)}$ et qui consomme (produit) une puissance de $\dot{\boldsymbol{W}} = \mathbf{1}\boldsymbol{CV}(\mathbf{1}, \boldsymbol{kW}, \mathbf{1}\ \boldsymbol{HP})$

Pompes: rotor et n_s

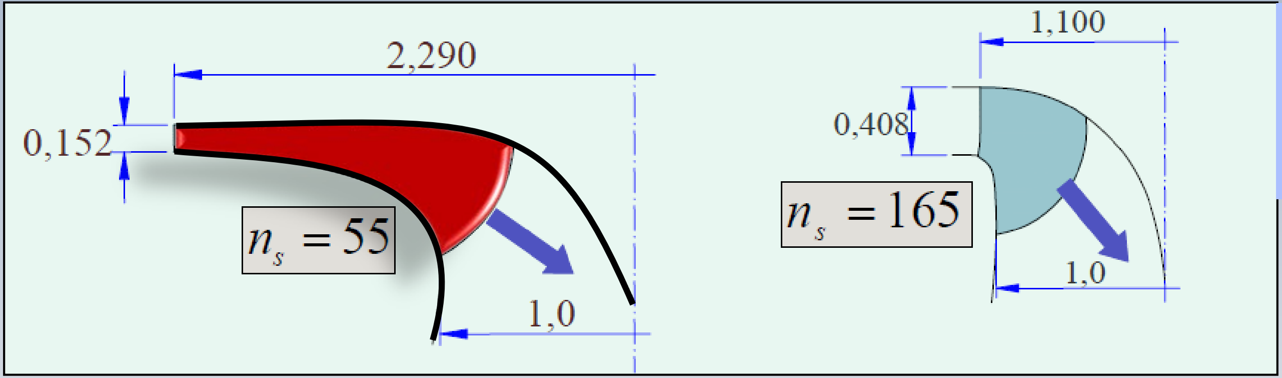


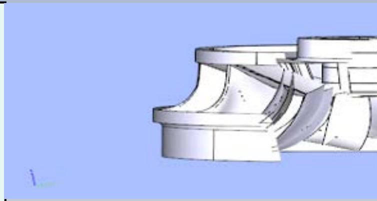
Pompes: rotor et n_s

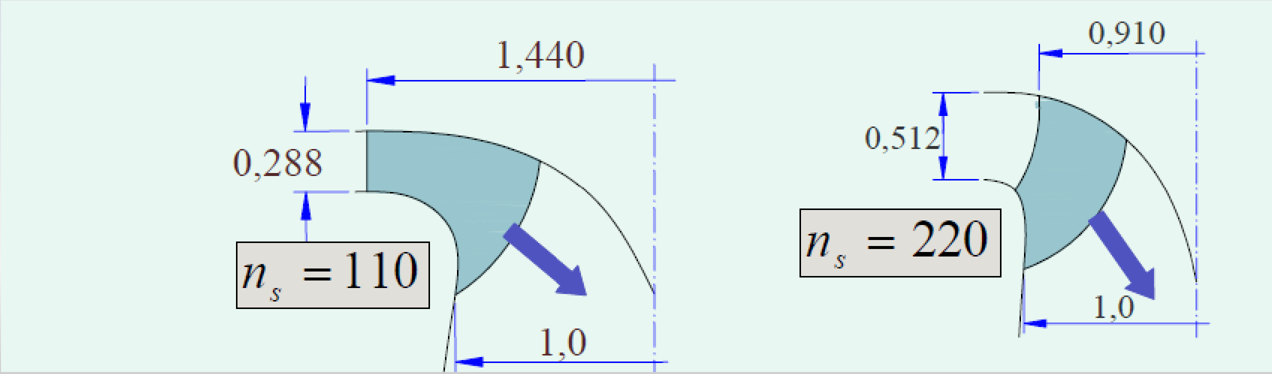


On remarque que la vitesse spécifique caractérise le type d'aubage: axial radial ou mixte, qu'une roue devra posséder en fonction de la charge, le débit et la vitesse de rotation

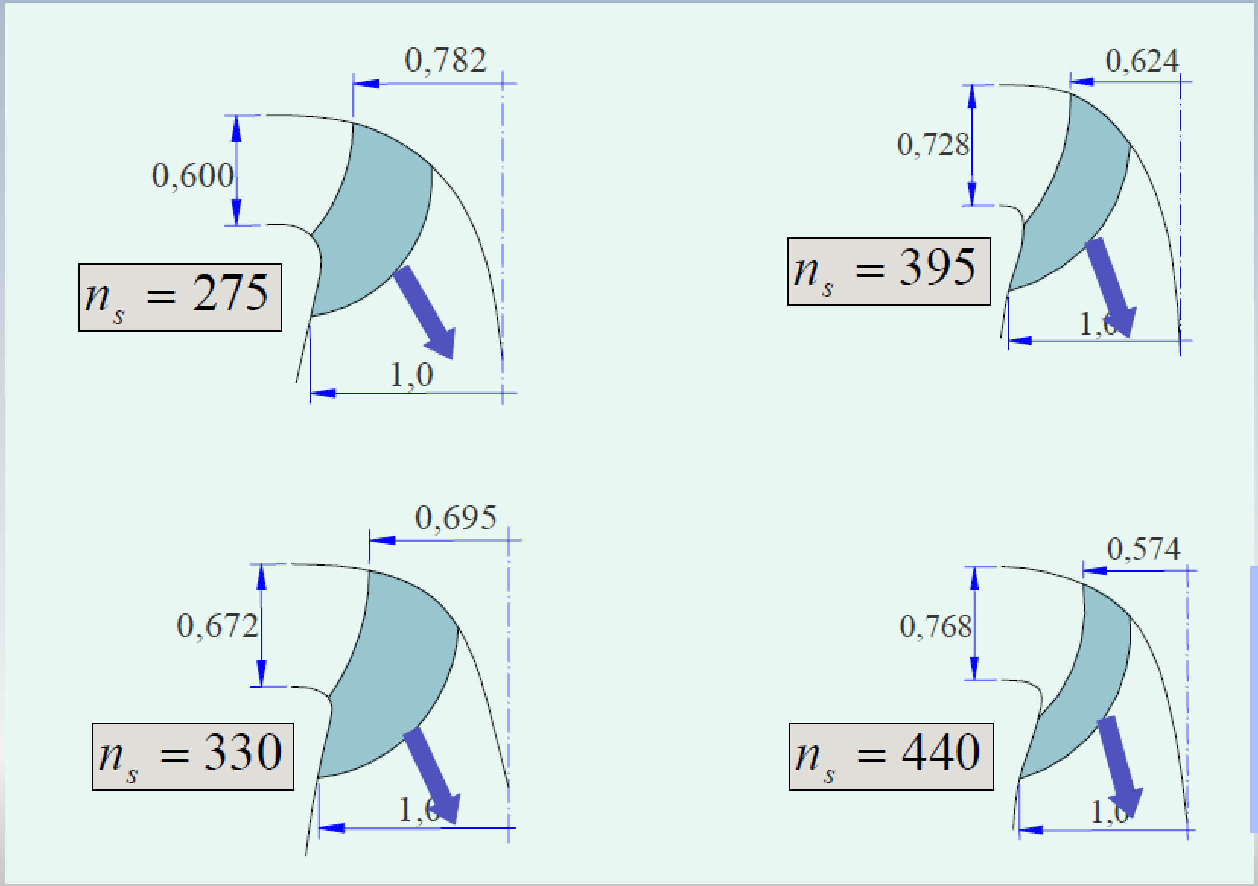
Turbines: rotor et n_s

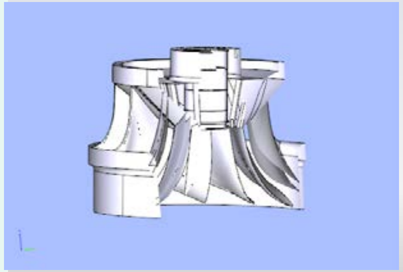






Turbines: rotor et n_s





Équivalences

$$n_q = n_{11}\sqrt{Q_{11}}$$

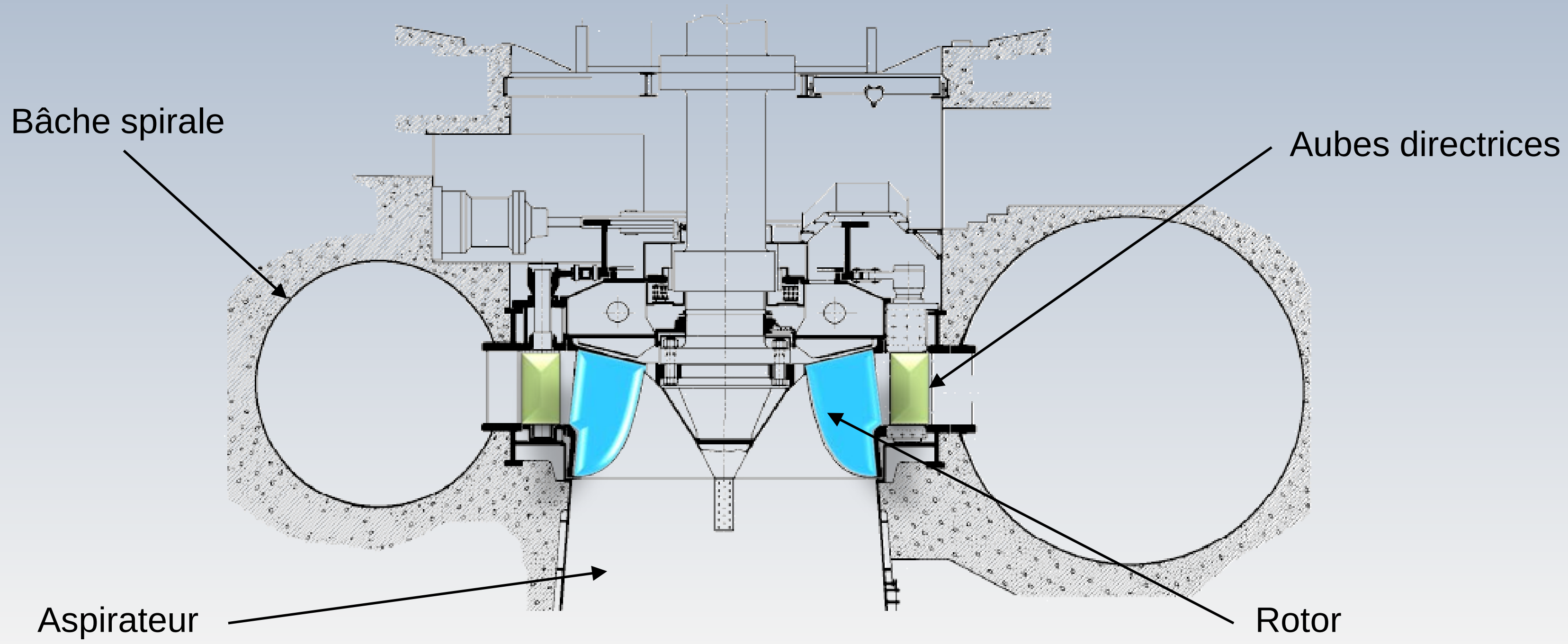
$$n_q = NQ^{1/2}H^{-3/4}$$

$$n_s = N\dot{W}^{1/2}H^{-5/4}$$

$$n_s = 3.65n_q$$

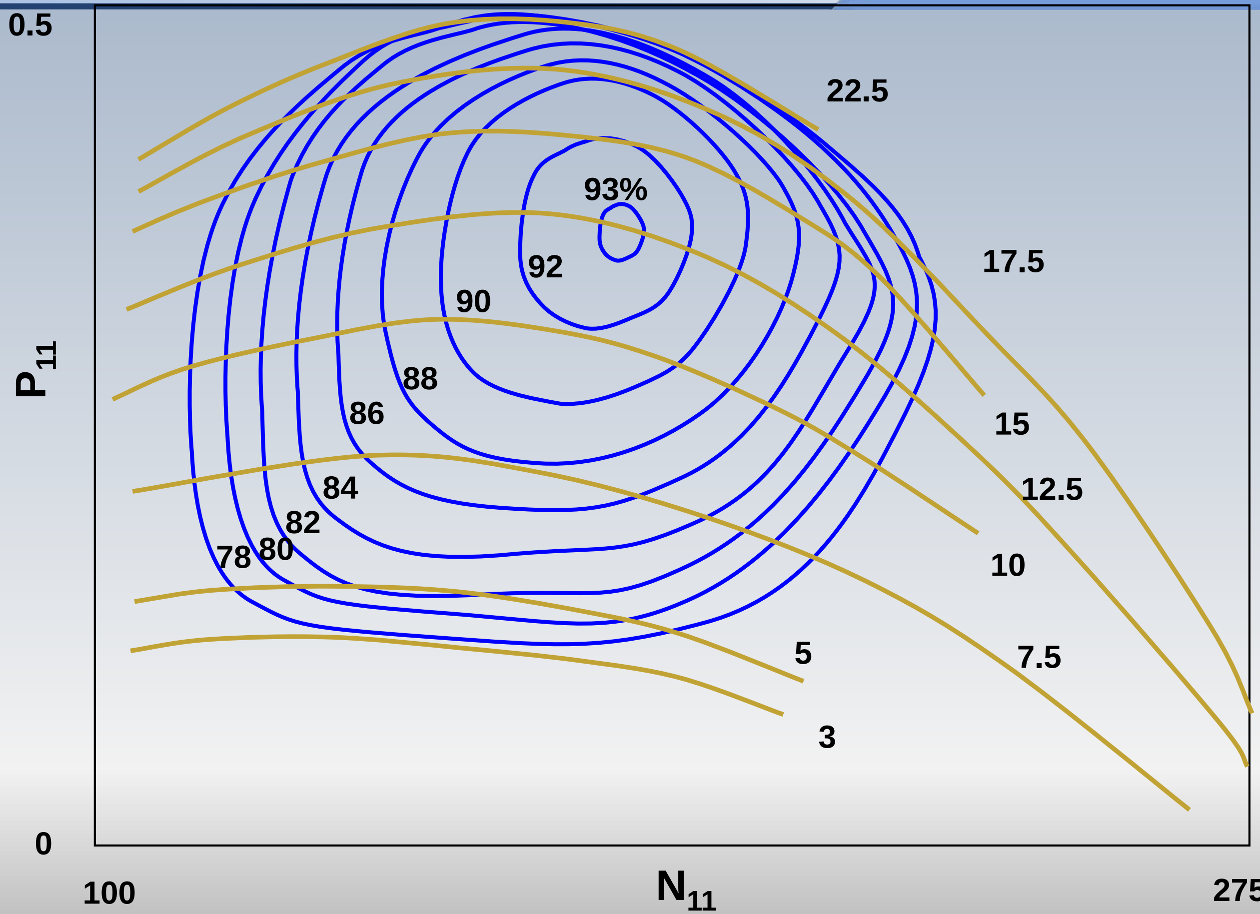
Le coefficient 3.65 n'est valable que pour des unités métriques avec la puissance mesurée en chevaux-vapeur.

Turbine Francis



Colline de rendement

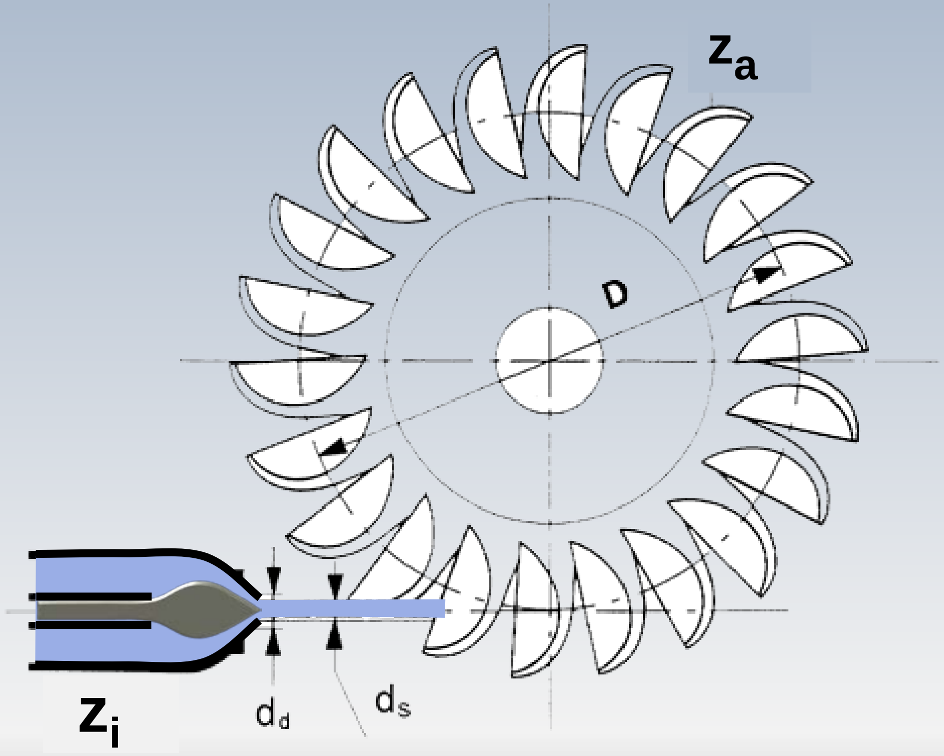
Francis



$$P_{11} = \frac{\dot{W}}{D^2 H^{3/2}}$$

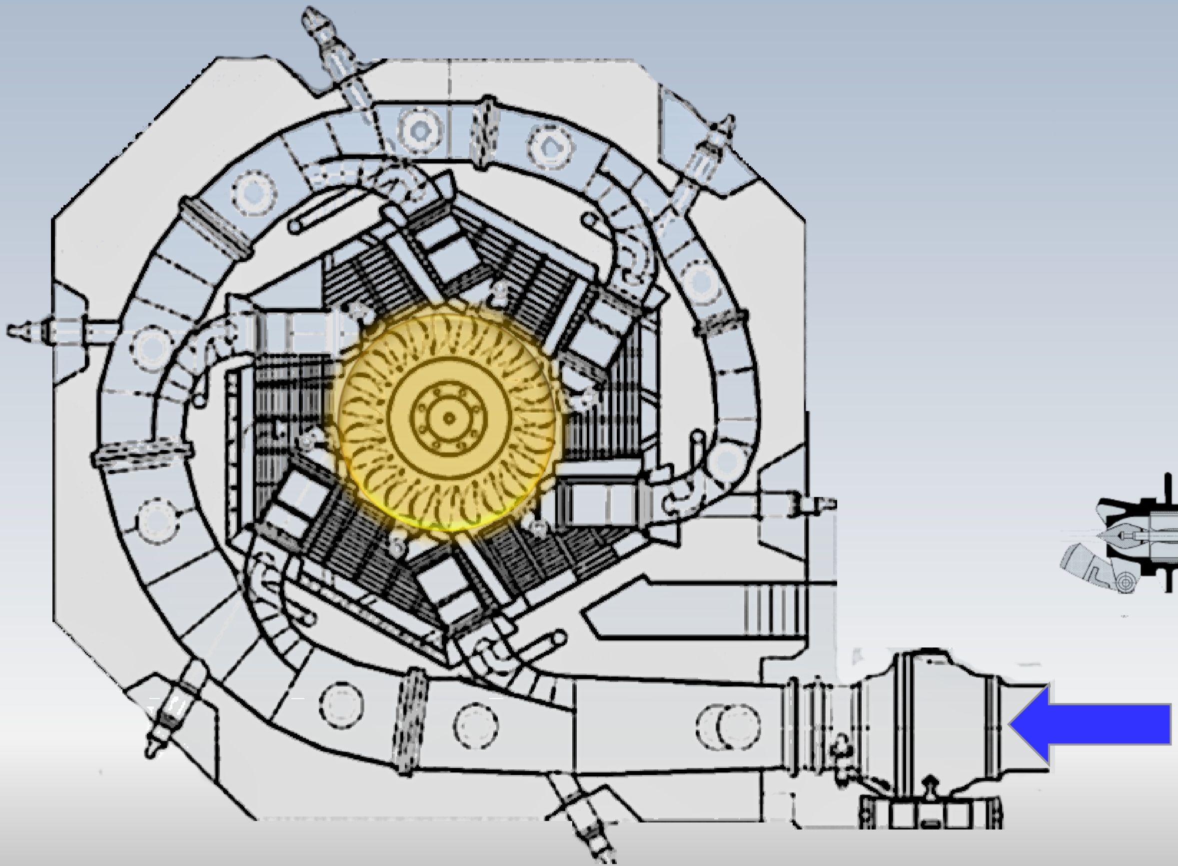
$$N_{11} = \frac{ND}{H^{1/2}}$$

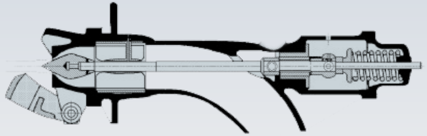
Turbine Pelton



- d_d : diamètre de la buse
- d_s : diamètre du jet
- D : diamètre de référence
- z_a : nombre d'augets
- z_i : nombre d'injecteurs

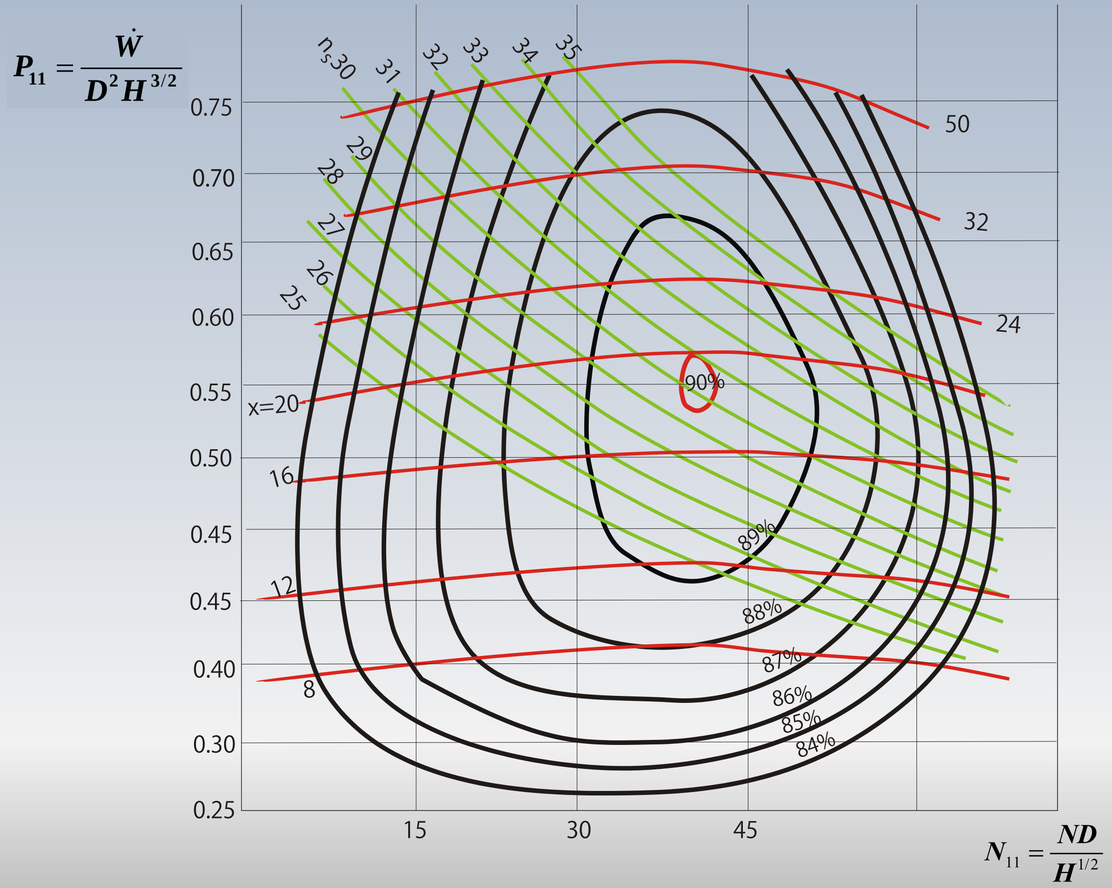
Turbine Pelton



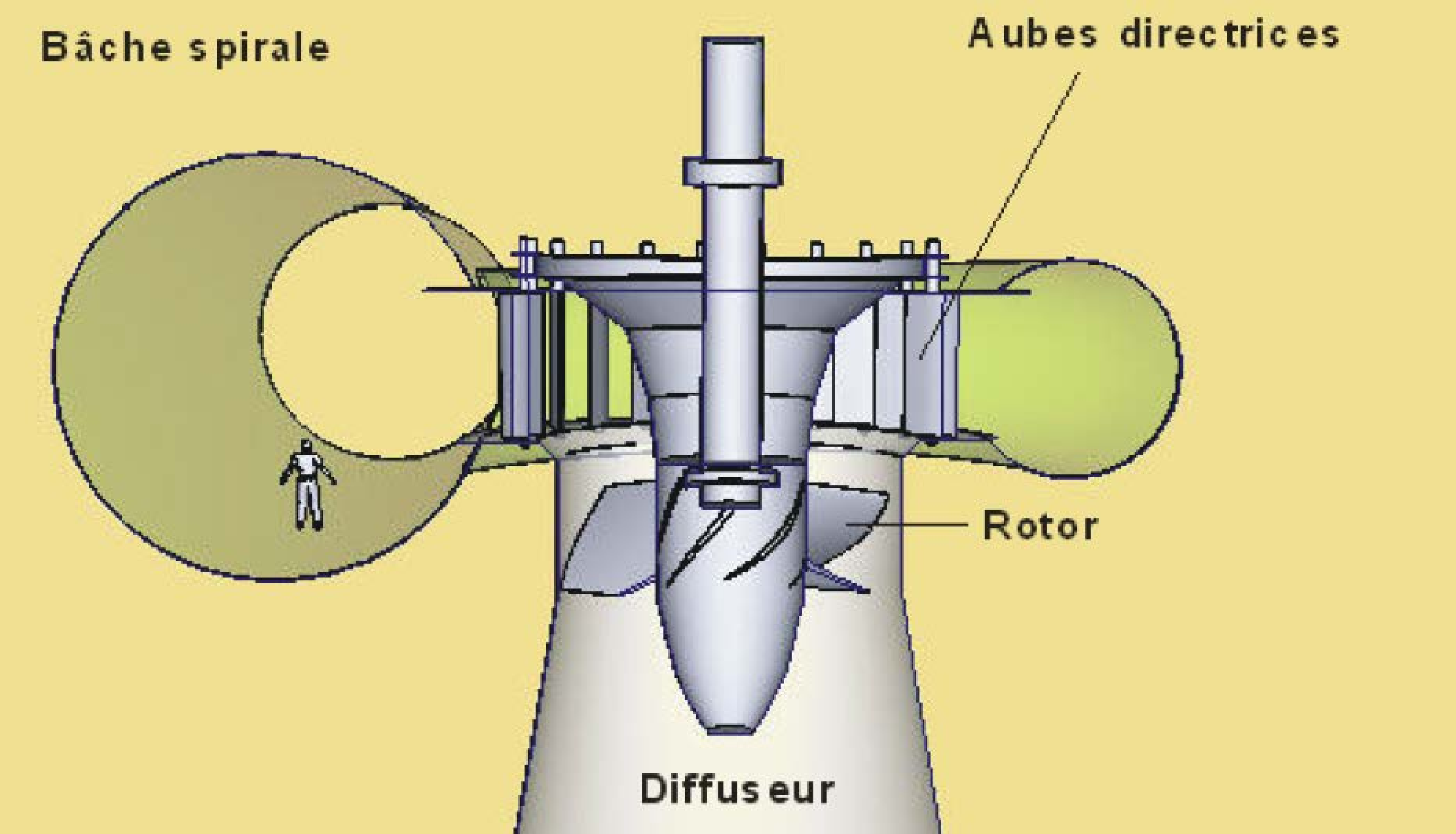


Colline de rendement

Pelton

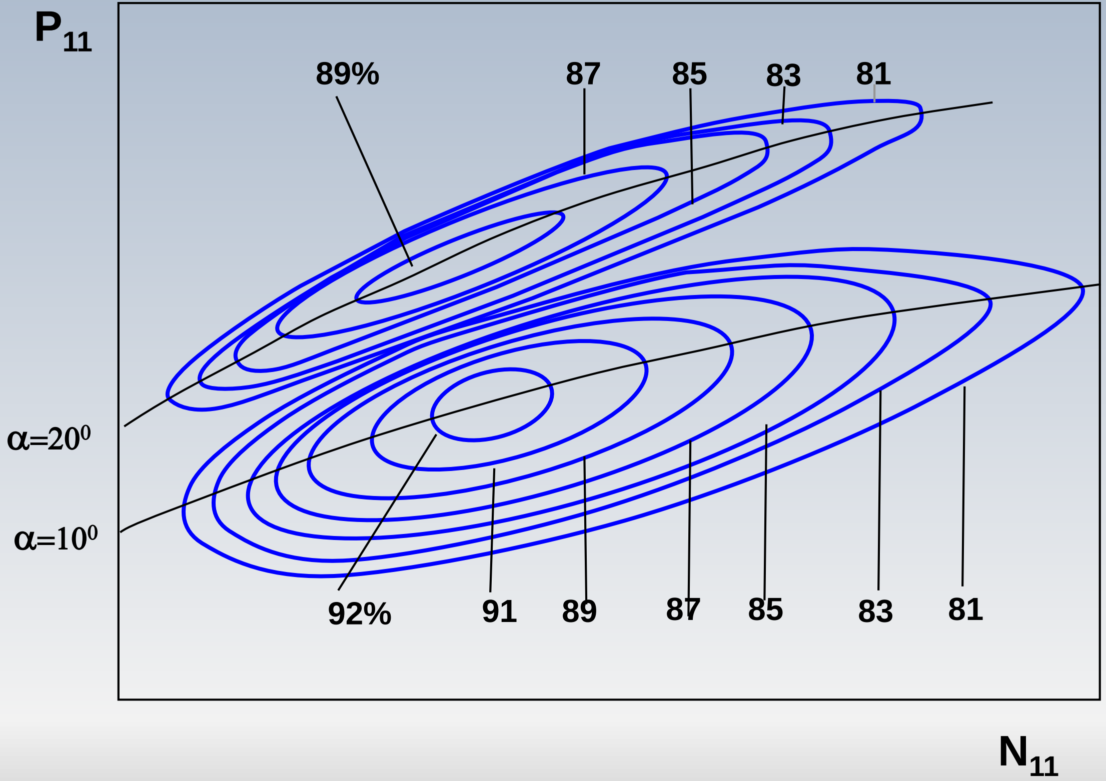


Turbine Kaplan



Collines de rendement

Kaplan



$$P_{11} = \frac{\dot{W}}{D^2 H^{3/2}}$$

$$N_{11} = \frac{ND}{H^{1/2}}$$

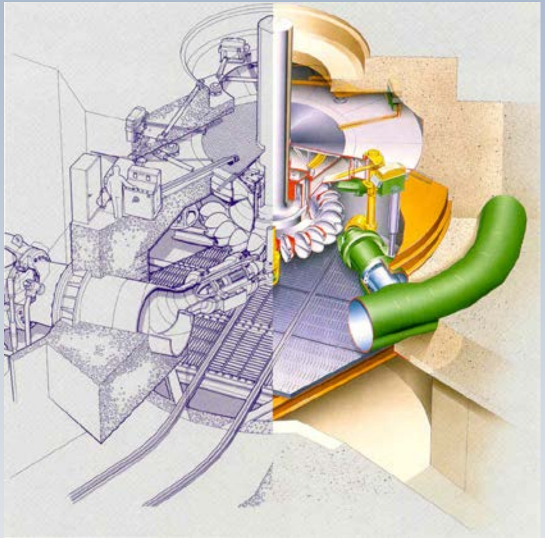
Remarque: on associe une colline à chaque position des aubes mobiles

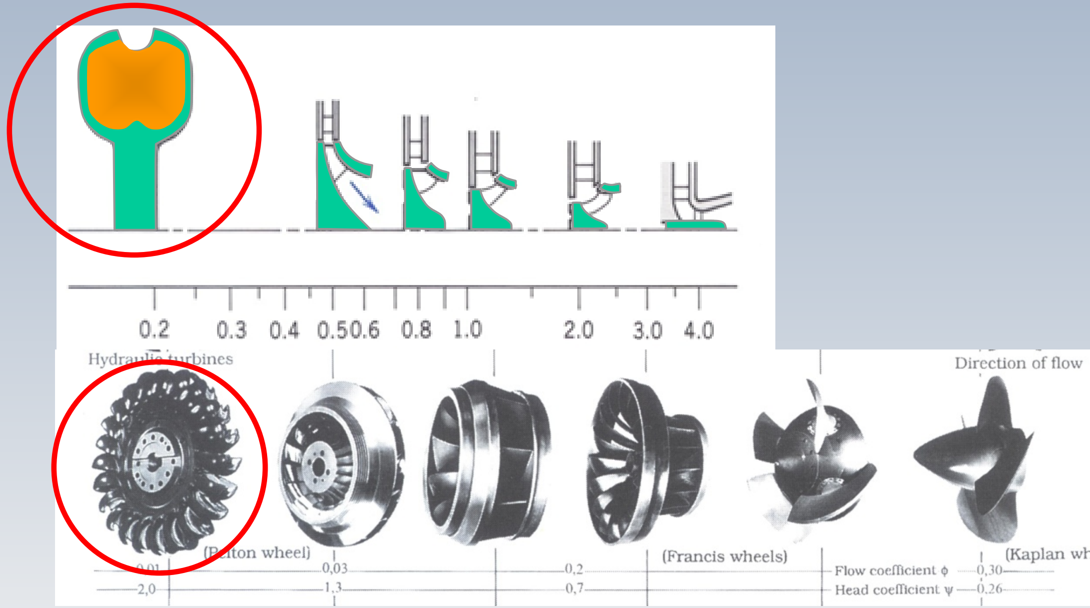
Turbines: classification et n_s

Les turbines hydrauliques, peuvent être classifiées selon la valeur de la vitesse spécifique:

$$n_s = \frac{N\dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}}$$

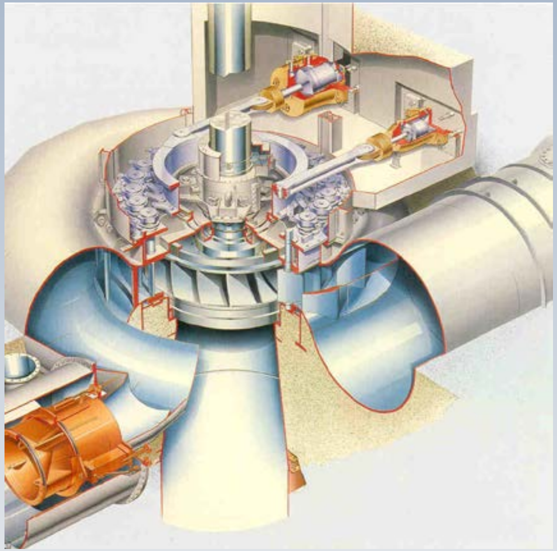
Turbine Pelton

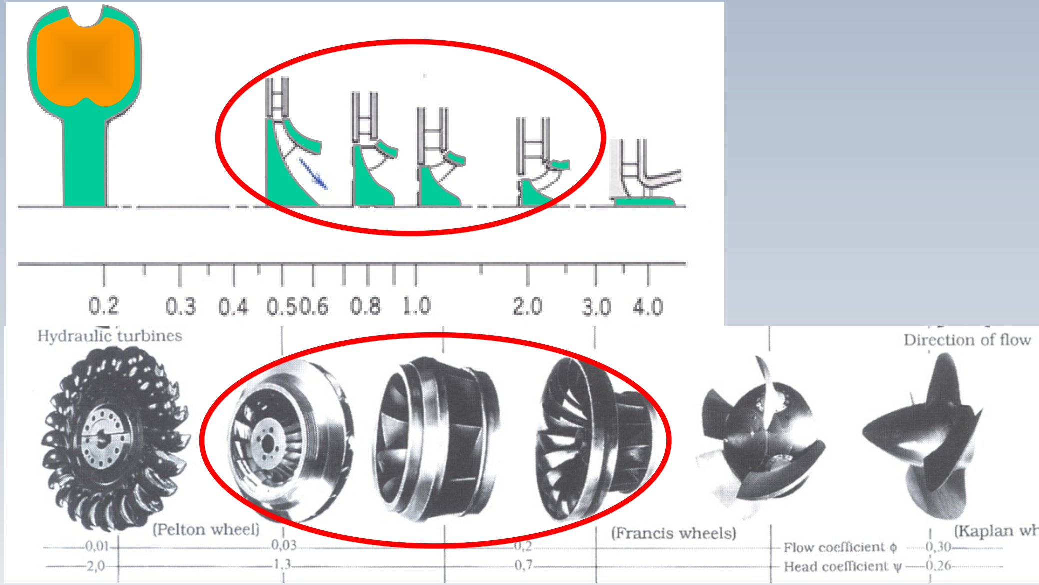




Turbine adéquate pour des grandes chutes ***H*** et des faibles débits ***Q***. Les valeurs de n_s sont faibles

Turbine Francis

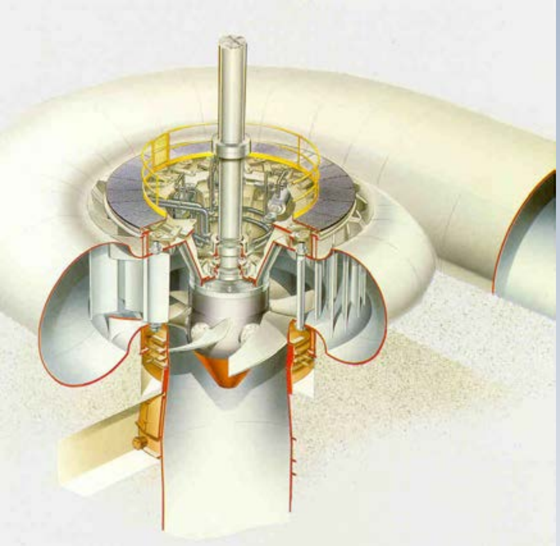


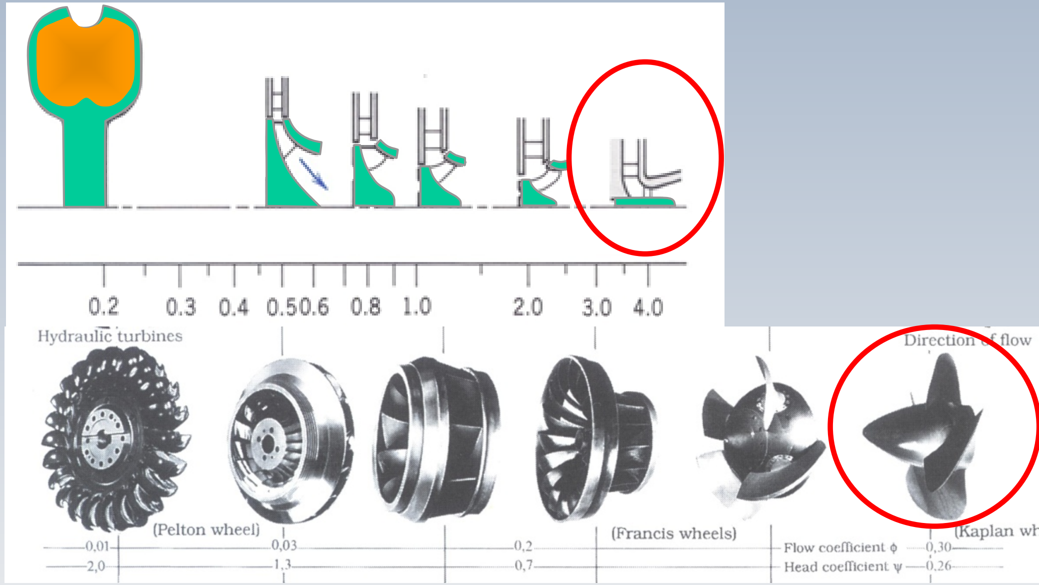


Turbine adéquate pour des grandes chutes et des débits moyens

Les valeurs de $\boldsymbol{n_s}$ sont moyens

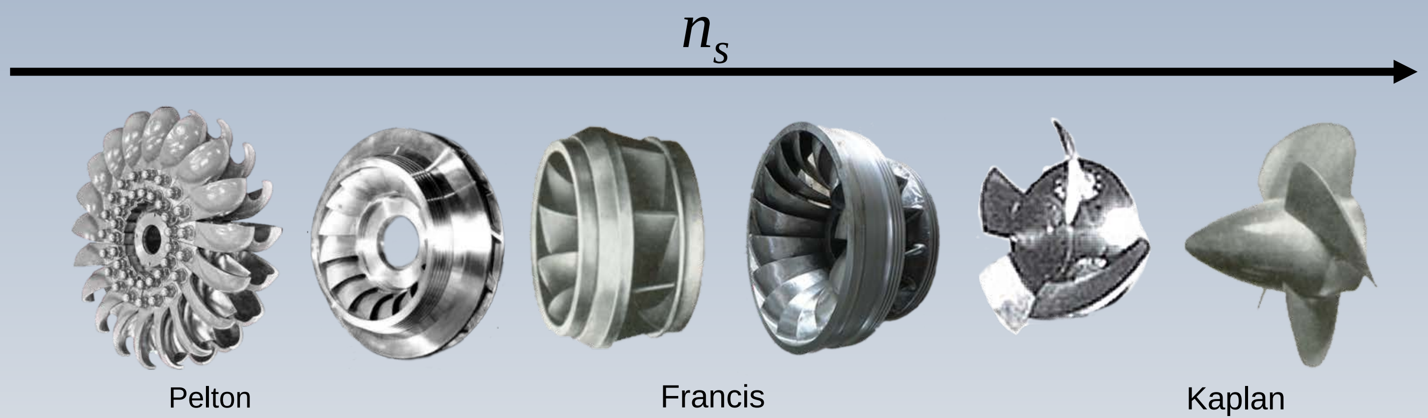
Turbine Kaqplan



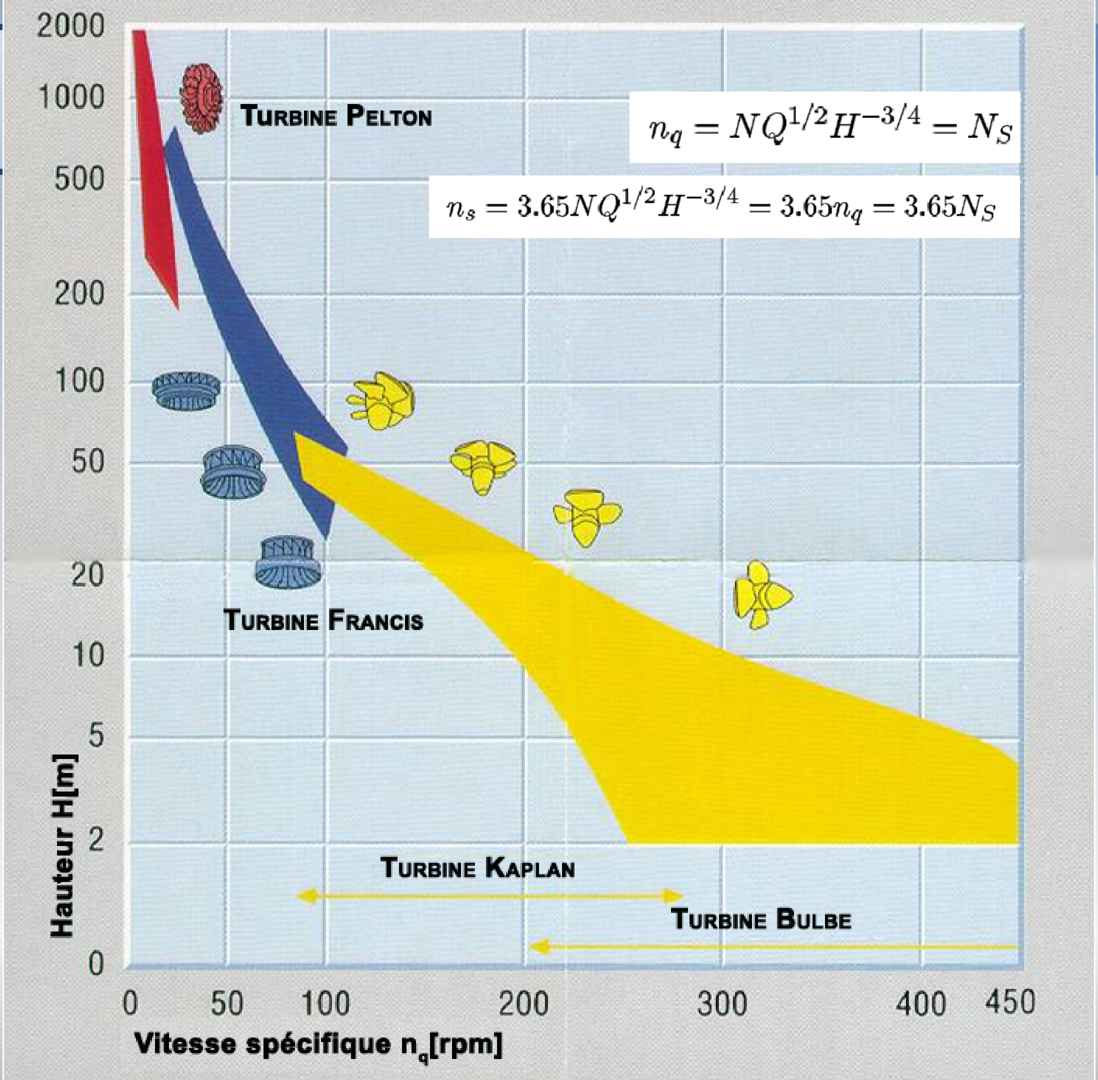


Turbine adéquate pour des faibles chutes et des débits élévés. Elle opère à des n_s élévées

Résumé



- La géométrie des turbines varie en fonction de $\boldsymbol{n_s}$
- Au fur et à mesure que $\boldsymbol{n_s}$ **augmente** la forme de ces machines change de radiale vers axiale. Ceci se produit lorsque le débit **Q** augmente et la chute **H** diminue.



$$n_q = NQ^{1/2}H^{-3/4} = N_S$$

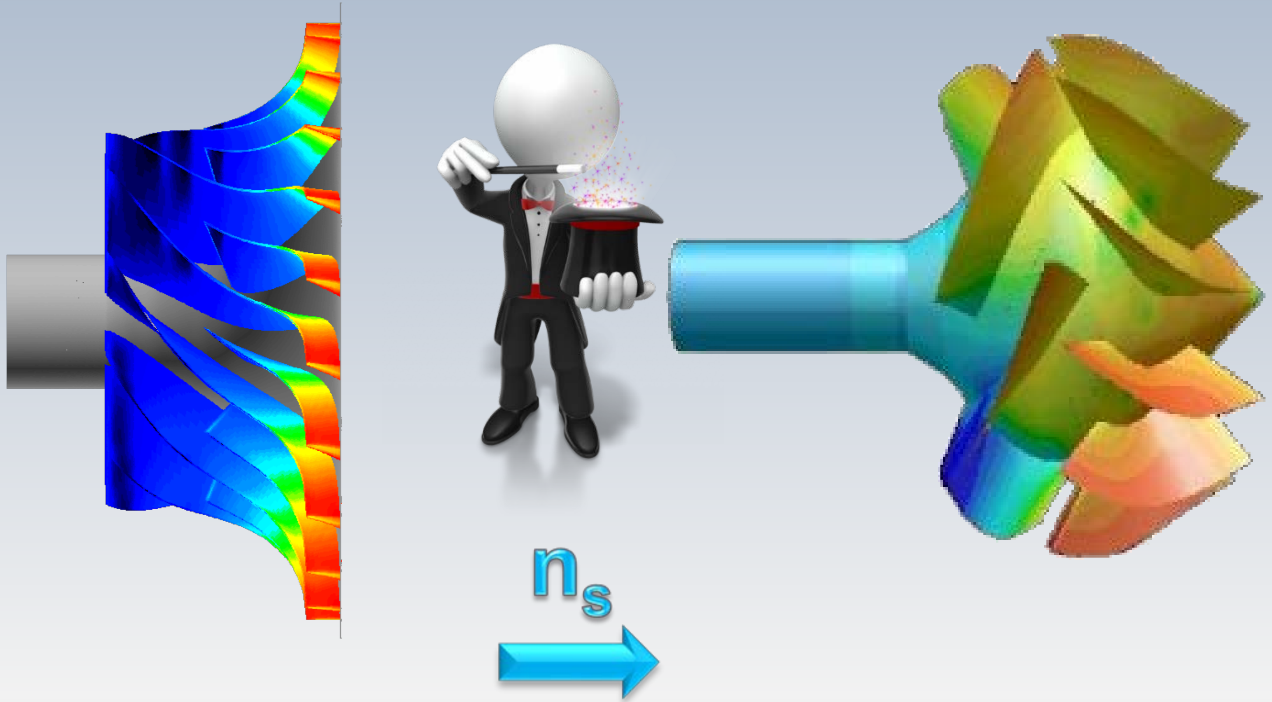
$$n_s = 3.65NQ^{1/2}H^{-3/4} = 3.65n_q = 3.65N_S$$

Classification générale

L'évolution de la géométrie découverte pour les turbines hydrauliques en fonction de la vitesse spécifique, est aussi valable pour l'ensemble des turbomachines. Toutes les turbomachines, peuvent alors être classifiées selon cette quantité adimensionnelle

En particulier, on a trouvé que les machines se transforment de radiales à axiales au fur et mesure que la vitesse spécifique augmente

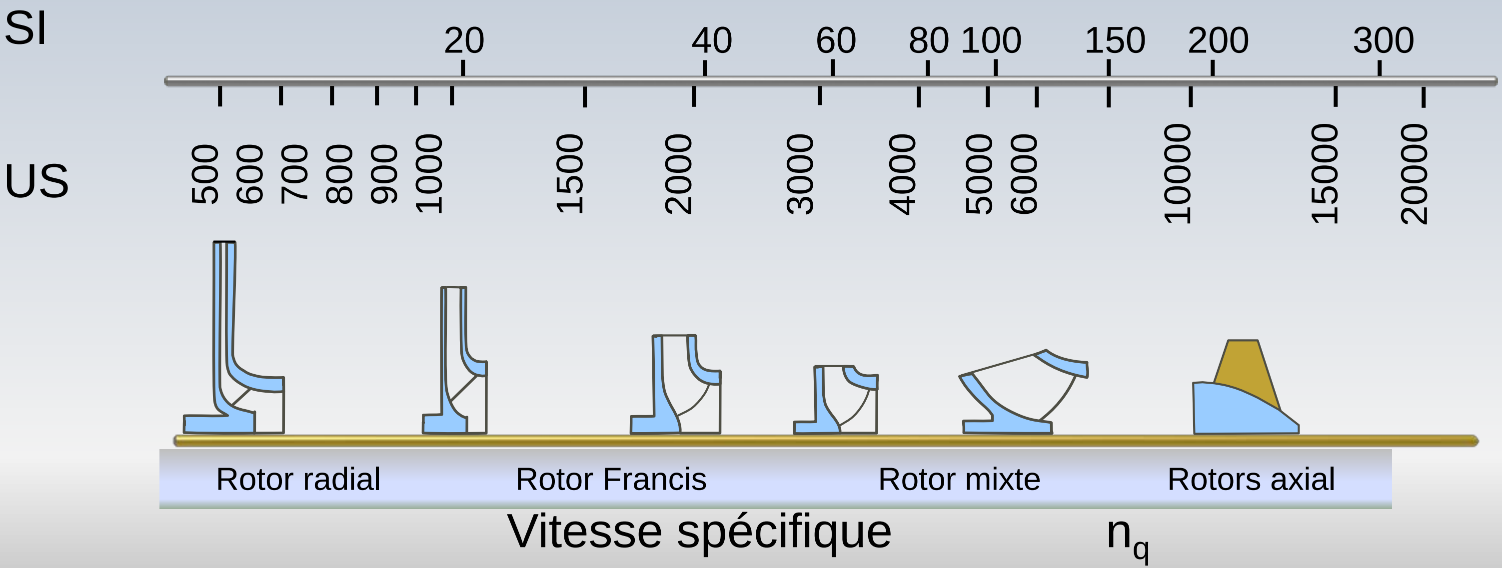
Forme et n_s



Échelle radiale-axiale de n_q

La nature radiale-axiale d'un rotor dépende de la vitesse spécifique

$$n_q = N \frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$

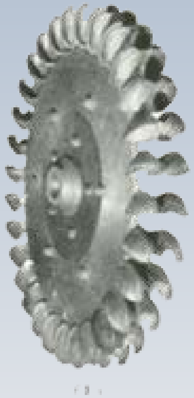


Facteurs de conversion

$$n_q = N \frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$

n_q *(US gpm, pi)*	$= 0.861\ n_q$ *(m3/h, m)*
n_q *(Imp. gpm, pi)*	$= 0.787\ n_q$ *(m3/h, m)*
avec	
1 US gpm	$= 0.2271\ m^3/h$
1 Imp. gpm	$= 0.2728\ m^3/h$
1 pi	$= 0.3048\ m$

Évolution des rotors



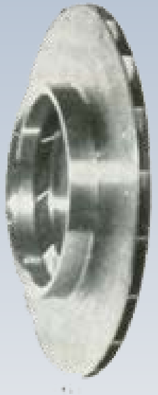
Rotor Pelton

Rotor Pelton

Turbine Francis

Turbine à vapeur

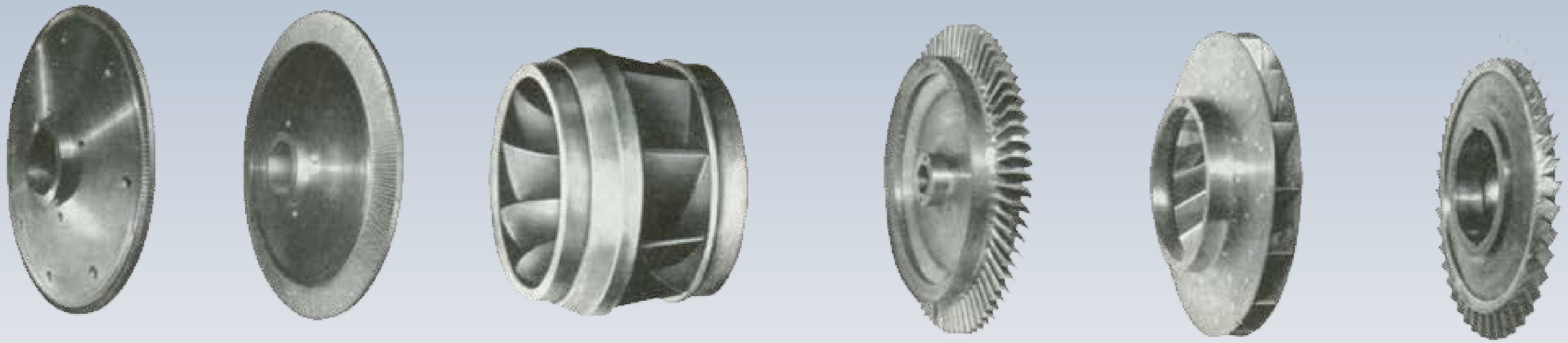
Pompe centrifuge



Compresseur Centrifuge

n_s

Évolution des rotors



Turbine à vapeur | Turbine à vapeur | Pompe centrifuge | Turbine à gaz | Compresseur radial | Compresseur axial

n_s

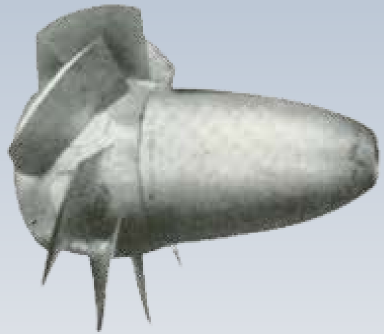
Évolution des rotors

Turbine à vapeur

Turbine Francis

Turbine Francis

Pompe Mixte

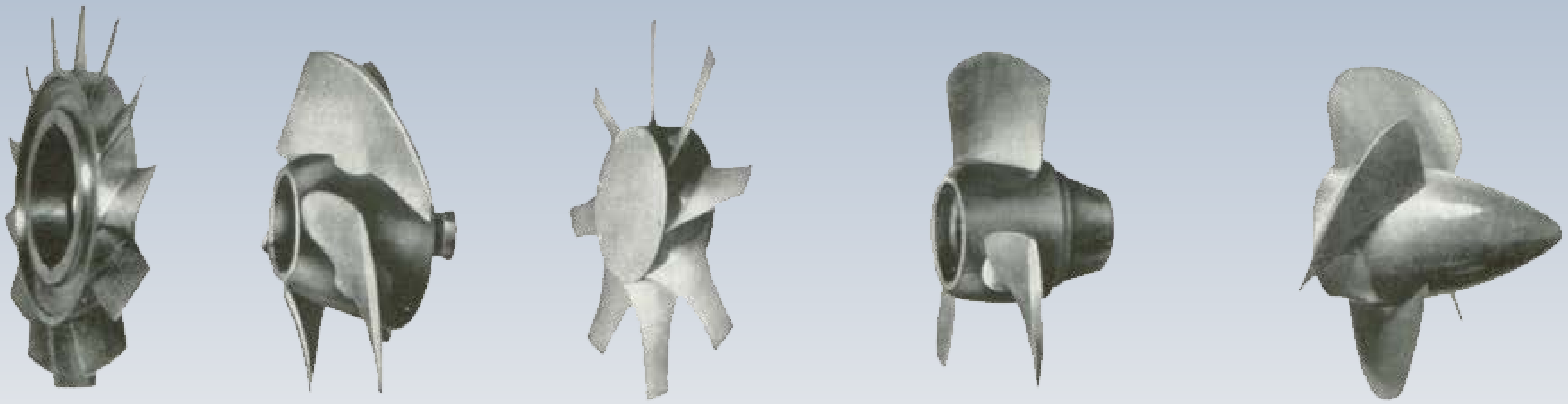


Turbine Kaplan

Compresseur axial

$$\xrightarrow{\qquad\qquad n_s \qquad\qquad}$$

Évolution des rotors



Compresseur axial | Pompe hélice | Soufflante axiale | Pompe hélice | Turbine Kaplan

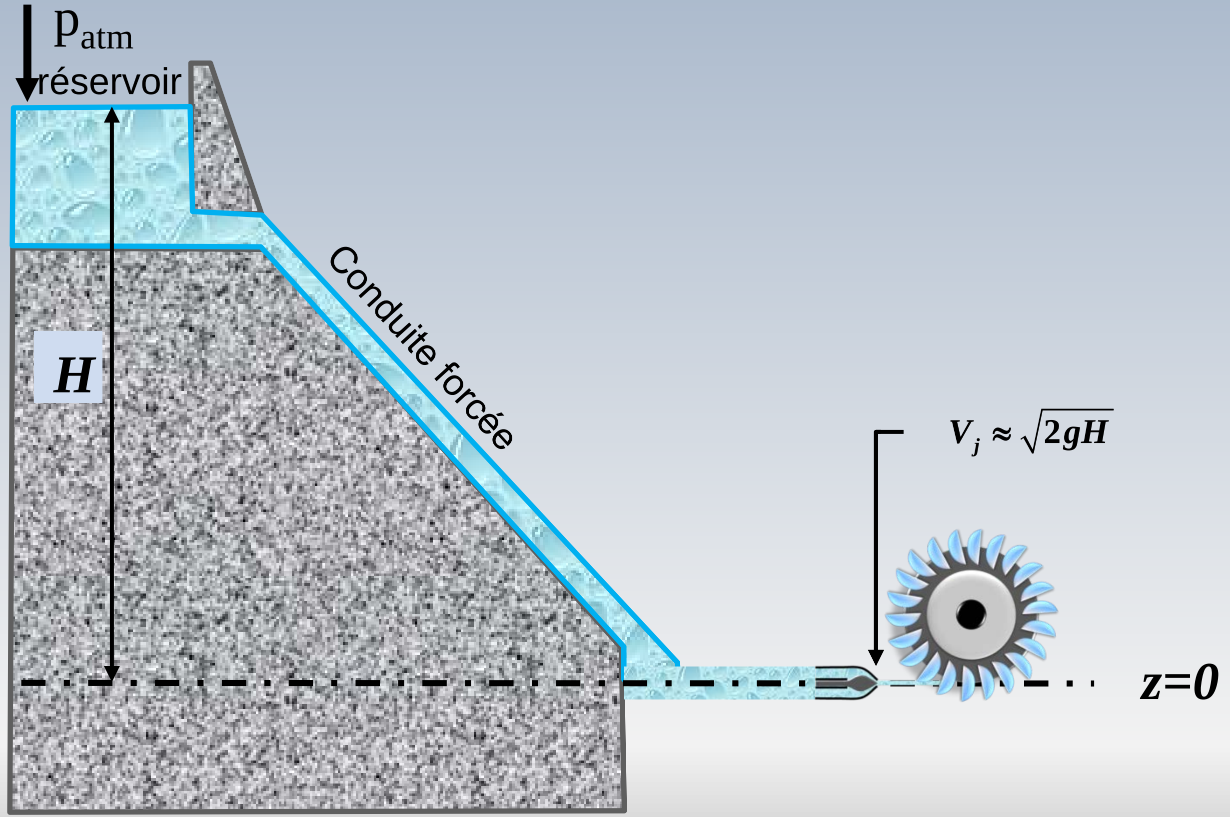
n_s

Problème

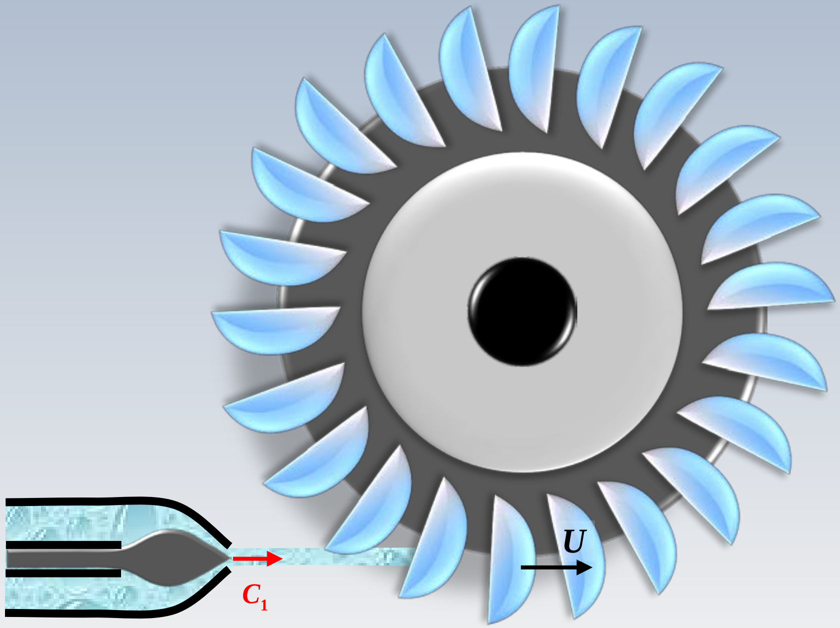
On propose la construction d'une turbine de type ***Pelton*** ayant les ***mêmes caractéristiques*** que celles d'un design existant. Les paramètres de vitesse et de puissance sont données par une ***carte de rendement***. Sur l'axe des abscisses on trouve les paramètres $\boldsymbol{N_{11} = ND/H^{1/2}}$, tandis que sur l'axe des ordonnées on trouve le coefficient $\boldsymbol{P_{11} = \dot{W}/(H^{3/2}D^2)}$ Le rendement $\boldsymbol{\eta}$ et la vitesse spécifique dimensionnelle dans le système métrique sont représentés par des isocontours. La charge ou chute nette pour l'aménagement hydroélectrique est de $\boldsymbol{H = 300m}$ et la puissance produite est $\boldsymbol{\dot{W} = 20000kW}$**.**

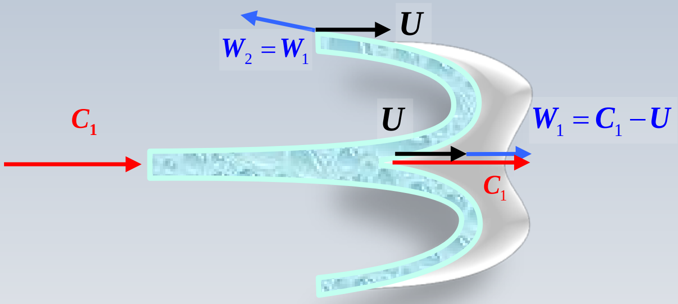
Considérez ***un seul injecteur*** et sur la base ***du point de design (le point nominal)***, déterminez: ***la vitesse de rotation***, ***le diamètre du jet de l'injecteur et le diamètre de la roue.***

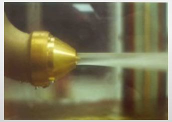
Turbine Pelton

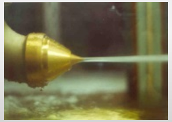


Jet sur l'aube



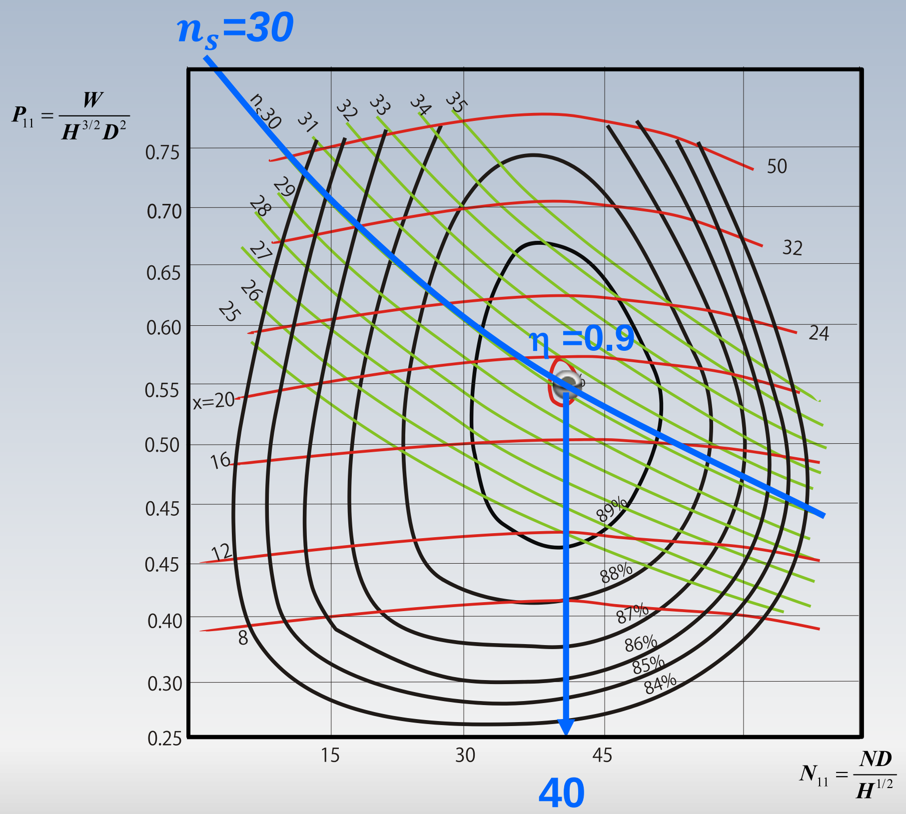






- **C_1** : vitesse absolue du jet à l'entrée
- **U** : vitesse tangentielle de la roue
- **$(C_1\text{-}U)$**: vitesse relative à l'entrée
- **$(C_1\text{-}U)$**: vitesse relative à la sortie (pas des pertes)

Problème



Remarque: n_s a été calculée avec la puissance en ***CV***, la vitesse en ***rpm*** et la hauteur en **mètres**

$$n_s = \frac{N\dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}}$$

H=300m

$\dot{W}$= 20 000 kW

$$\eta = \mathbf{0.9}, \qquad n_s = \mathbf{30}, \qquad \frac{ND}{H^{1/2}} = \mathbf{40}$$

…sur la base ***du point de design (le point nominal***), déterminez…

Problème

Un seul injecteur et sur la base ***du point de design*** **(*le point nominal*)**, déterminez: ***la vitesse de rotation***, ***le diamètre du jet de l'injecteur et le diamètre de la roue.***

Remarque: n_s a été calculée avec la puissance en ***CV***, la vitesse en ***rpm*** et la hauteur en **mètres**

H=300m

$\dot{W}$= 20 000 kW

$$\eta = 0.9, \qquad n_s = 30, \qquad \frac{ND}{H^{1/2}} = 40 \qquad n_s = \frac{N\dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}}$$

Facteur de conversion

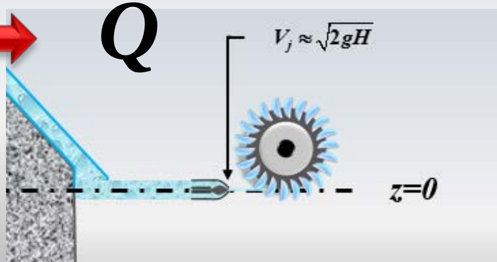
$$n_s = 30 = \frac{N \times \dot{W}^{1/2}(en\ CV)}{H^{5/4}} = \frac{N \times (20000 \times 1.359)^{1/2})}{(300)^{5/4}}$$

N=227 rpm

$$V \approx \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \times 9.81 \times 300}$$

$$\dot{W} = \eta\rho Q g H$$

Q



d: diamètre du jet ?

$$Q = VA$$

Aire du jet ?

Problème

Un seul injecteur et sur la base ***du point de design*** **(*le point nominal*)**, déterminez: ***la vitesse de rotation***, ***le diamètre du jet de l'injecteur et le diamètre de la roue.***

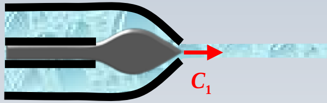
Remarque: $\bar{N}_s = n_s$ a été calculée avec la puissance en ***CV***, la vitesse en ***rpm*** et la hauteur en **mètres**

H=300m

$\dot{W}$ ***= 20 000 kW***

$$\eta = 0.9, \qquad n_s = 30, \qquad \frac{ND}{H^{1/2}} = 40$$

Q $\quad Q = VA \longleftarrow A = \pi d^2 / 4$



$\downarrow$

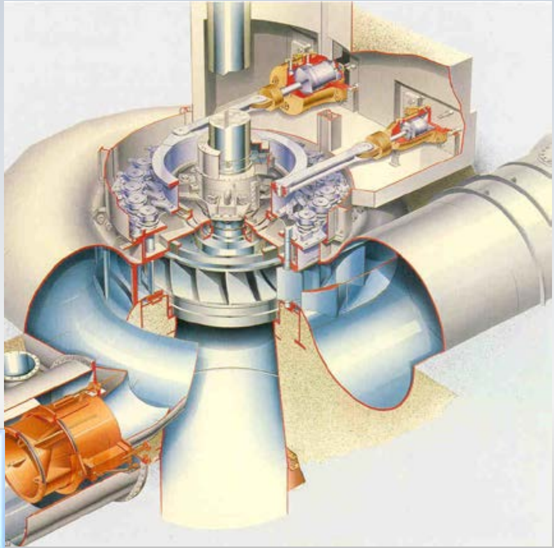
d ✓ $\qquad$ *d: diamètre du jet*

N $\quad \frac{ND}{H^{1/2}} = 40 \longrightarrow$ **D** ✓

diamètre de la roue

Problème

Une turbine Francis (simple), opère avec une charge H de $60\ m$ et un débit Q de $30\ m^3/s$. Le rendement est η=88%. Utilisez la carte et estimez les *rpm* et le diamètre D de la roue.



Remarque: Pour le calcul de n_s la puissance est en ***HP***

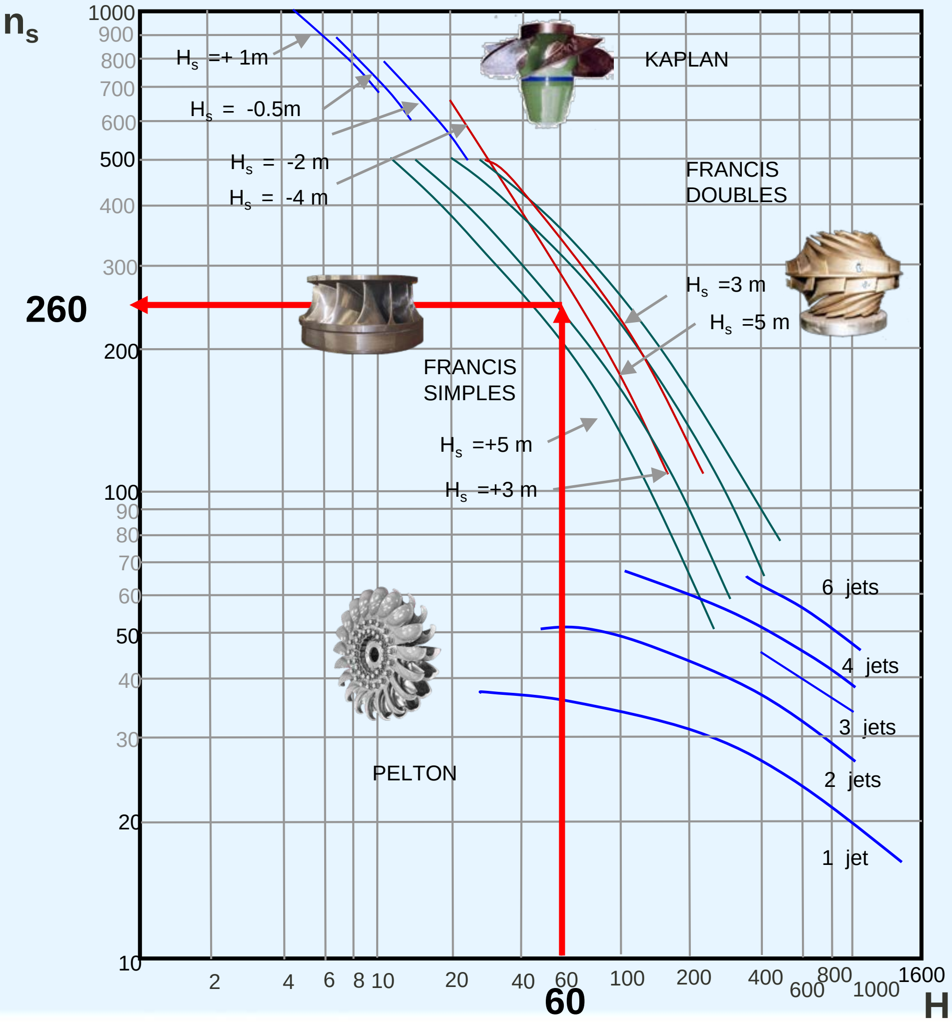
Supposez $H_s=+3m$

$$H = 60m,$$

$$Q = 30m^3/s,$$

$$\eta = 0.88$$

$$n_s = \frac{N\dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}}$$



$$H = 60m, \qquad Q = 30m^3/s, \qquad \eta = 0.88, \qquad n_s = 260$$

Estimez les ***rpm*** et le diamètre ***D*** de la roue.

$$n_s = \frac{N\dot{W}^{1/2}}{H^{5/4}}$$

$$\dot{W} = \frac{\eta\rho g Q H}{745.7}$$

$$N = \frac{n_s H^{5/4}}{\dot{W}^{1/2}(Hp)}$$

1 HP=745.7 Watts

$$\underbrace{\sqrt{2gH} \approx \frac{\pi \boldsymbol{D} N}{60}}_{\text{Approximation grossière, mais..}} \longrightarrow \boldsymbol{D}$$

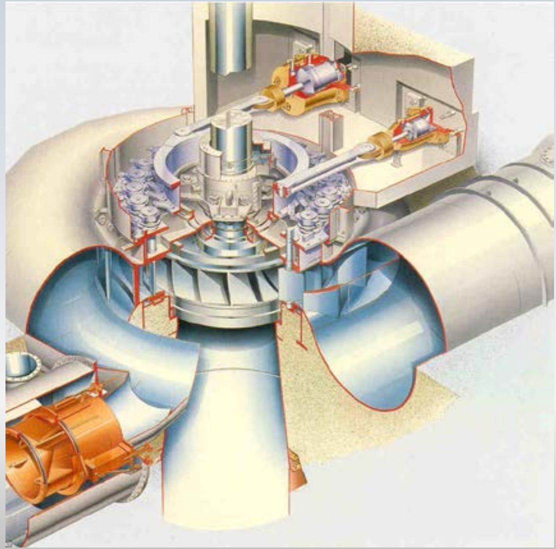


Diagramme de Cordier

Le **diagramme de Cordier** est une représentation dans le plan $\boldsymbol{N_s - D_s}$ (diamètre spécifique, vitesse spécifique) qui aide à choisir le type de machine et fournit une première estimation du rendement

Ce graphique est très avantageux puisqu'il a été construit à partir de données expérimentales (machines existantes). Cette représentation donne de plus une première estimation du diamètre du rotor

$$N_s = \frac{\Phi^{1/2}}{\Psi^{3/4}}$$

$$D_s = \frac{\Psi^{1/4}}{\Phi^{1/2}}$$

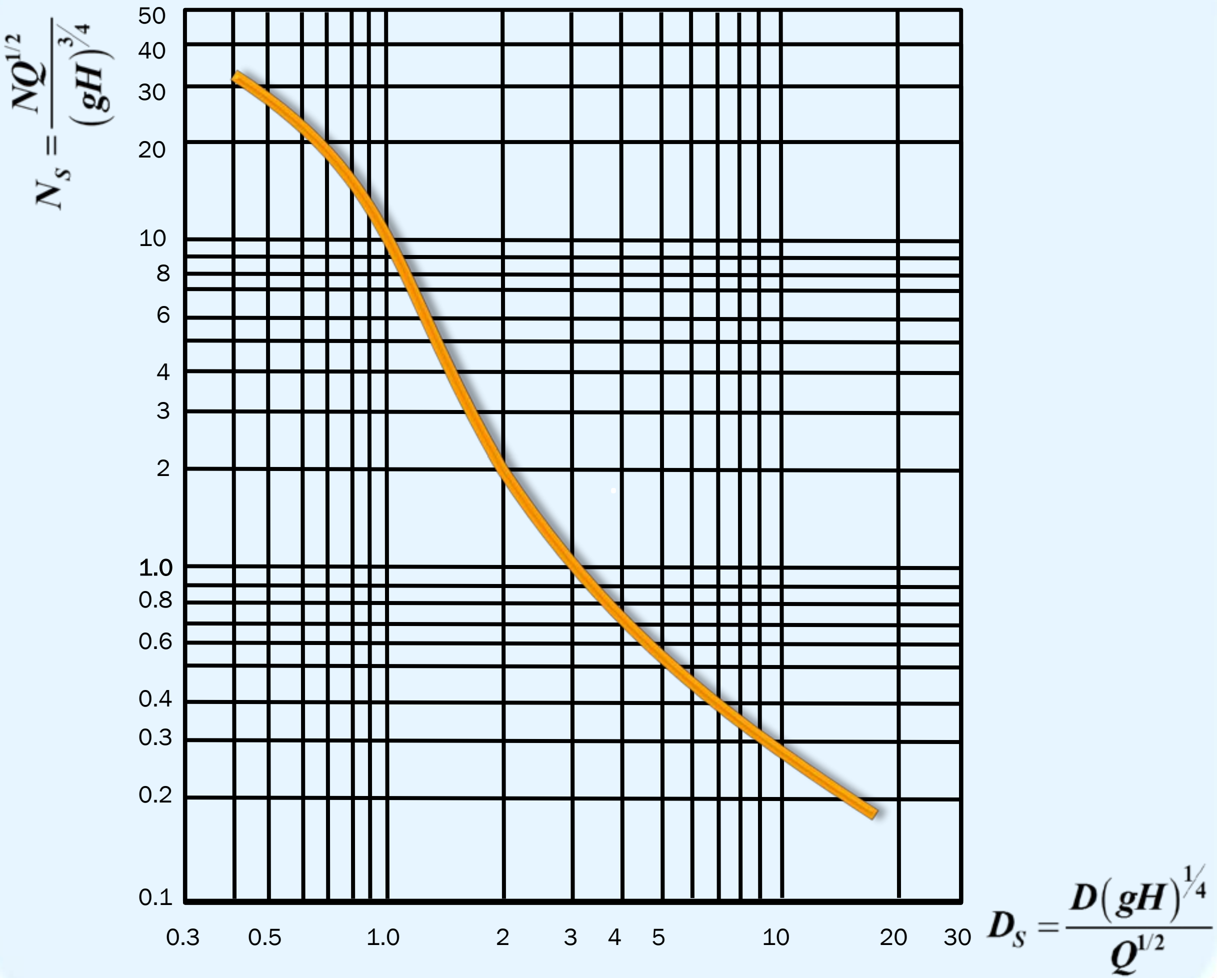
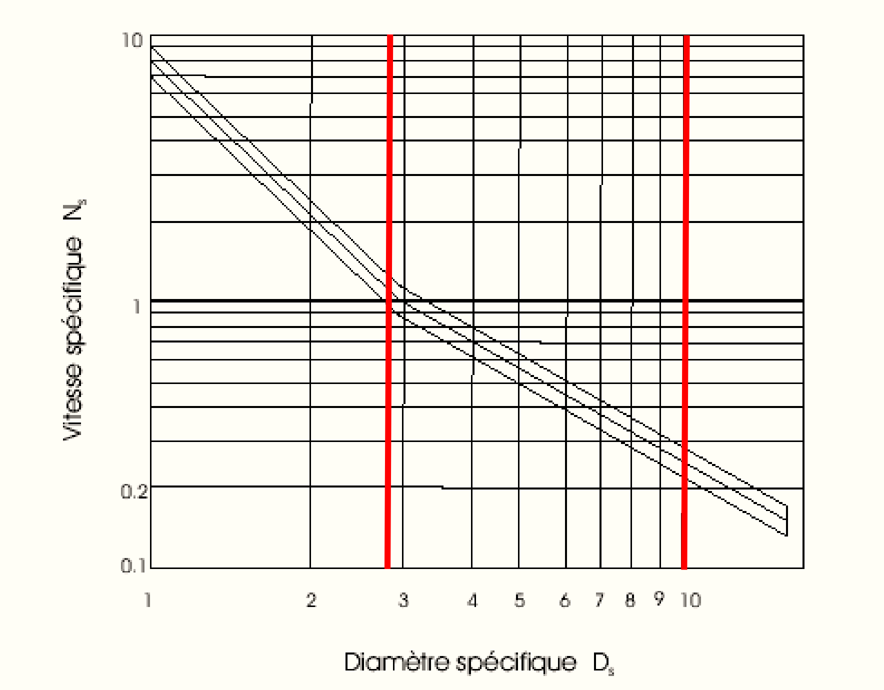


Diagramme de Cordier



$$N_s = 9.00 D_s^{-2.103} \qquad D_s \leq 2.8$$

$$N_s = 3.25 D_s^{-1.126} \qquad D_s \geq 2.8$$

$$D_s = 2.84 N_s^{-0.476} \qquad N_s \geq 1.0$$

$$D_s = 2.84 N_s^{-0.888} \qquad N_s \leq 1.0$$

$$\boxed{N_s = \left(\frac{\phi^{1/2}}{\psi^{3/4}} \right)}$$

$$\boxed{\phi = \left(\frac{Q}{N D^3} \right)}$$

$$\boxed{D_s = \left(\frac{\psi^{1/4}}{\phi^{1/2}} \right)}$$

$$\boxed{\psi = \frac{gH}{N^2 D^2}}$$

Sélection

Pour sélectionner une machine pour une tâche donnée, on considère **le débit, la charge et la vitesse de rotation**

Ces trois variables permettent de calculer la vitesse spécifique $\boldsymbol{N_s}$

Avec $\boldsymbol{N_s}$ et l'utilisation du diagramme de Cordier, on détermine le diamètre spécifique $\boldsymbol{D_s}$

Finalement, à partir du D_S, on trouve une valeur du diamètre $\boldsymbol{D}$ de la machine

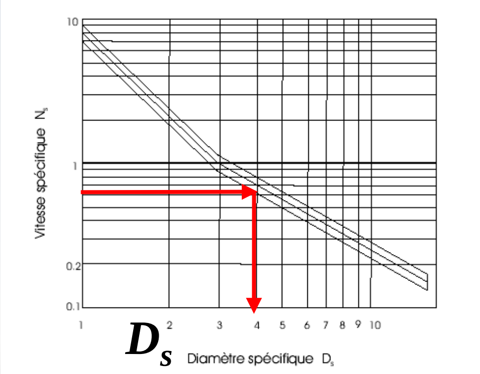
Sélection

N, Q, ΔP, H

$$
\begin{cases}
N_S = \dfrac{NQ^{1/2}}{(gH)^{3/4}} & \textbf{pompe} \\[2ex]
N_S = \dfrac{NQ^{1/2}}{(\Delta P_0/\rho)^{3/4}} & \textbf{ventilateur}
\end{cases}
$$

$\boldsymbol{N_s}$

$\boldsymbol{N_s}$



$\boldsymbol{D_s}$

$\boldsymbol{D_s}$

$$D_S = \frac{D(\Delta P_0/\rho)^{1/4}}{Q^{1/2}}$$

$$D_S = \frac{D(gH)^{1/4}}{Q^{1/2}}$$

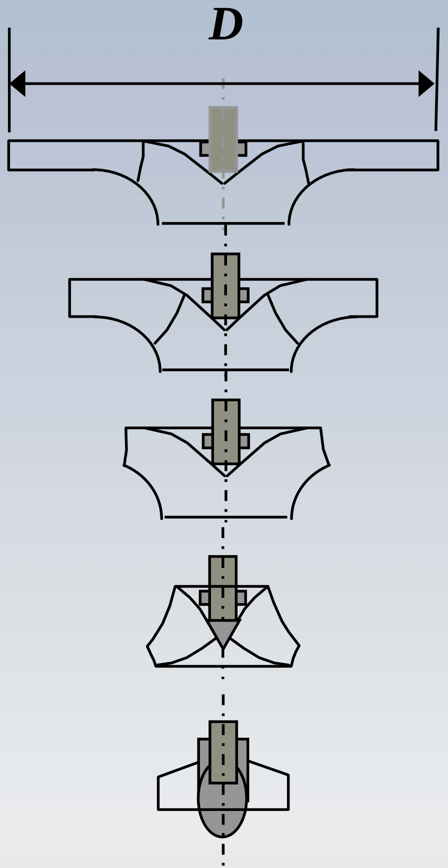
D

Facteur de forme S

Le facteur de forme n'est que le concept nord-américain pour la vitesse spécifique adimensionnelle, Il est défini pour le point nominal η_{max}, et l'on note par le symbole S

C'est la vitesse spécifique adimensionnelle

$$S = \frac{\omega\sqrt{Q}}{(gH)^{3/4}}$$



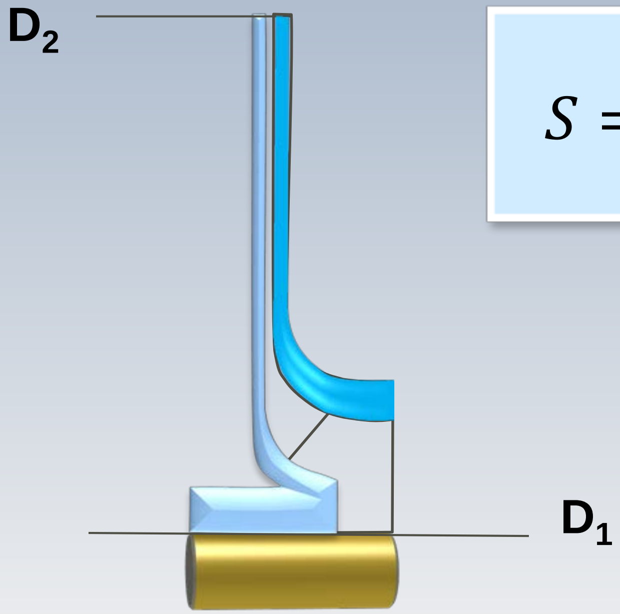
n_q	S	
500	0.18	radial: pression élevée faible débit
1000	0.37	radial
3400	1.25	mixte
6400	2.33	mixte
10000	3.67	axial: débit élevé faible pression

***N en rpm, Q en gpm, H en pi**

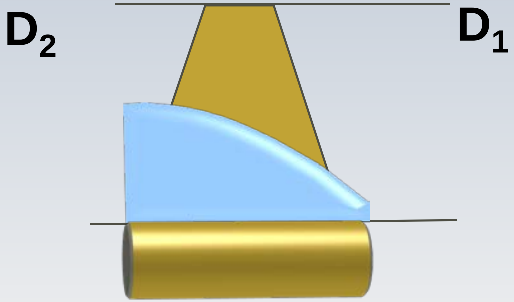
$$n_q = 2732S$$

$S = N_s$: Haute et basse

$$S = N_s = \frac{N\sqrt{Q}}{(gH)^{3/4}} \qquad N\left(\frac{rad}{s}\right)$$



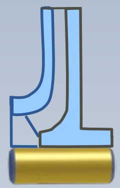
N_s basse

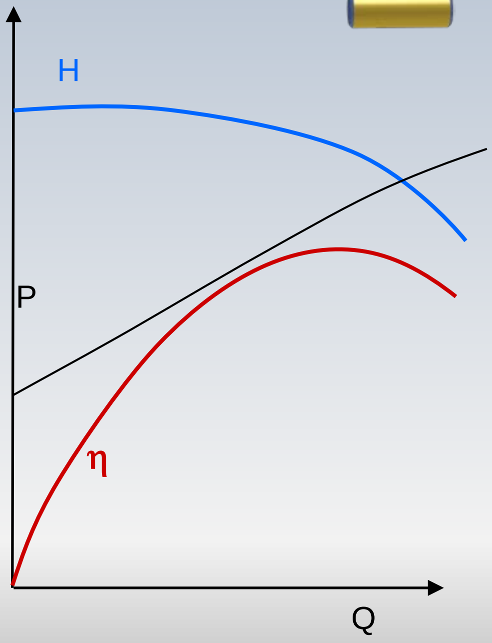


N_s haute

Pompe radiale

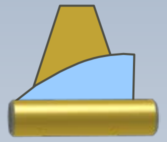
- La plage de fonctionnement est confortable
- La courbe de ***H-Q*** est toujours (presque) décroissante.
- La puissance ***P*** augmente avec le débit.



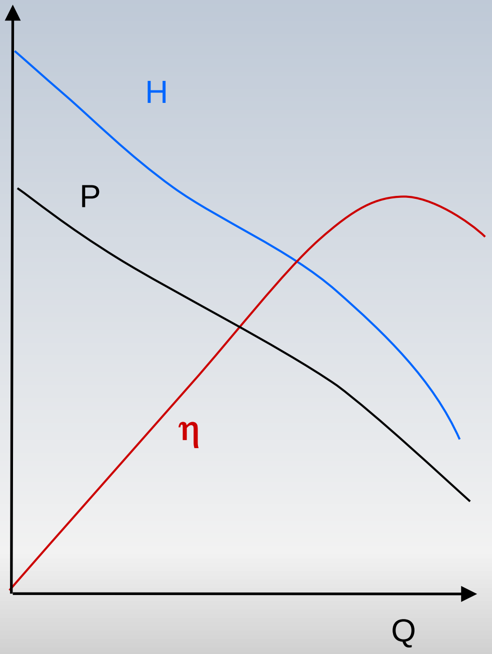


Pompe axiale

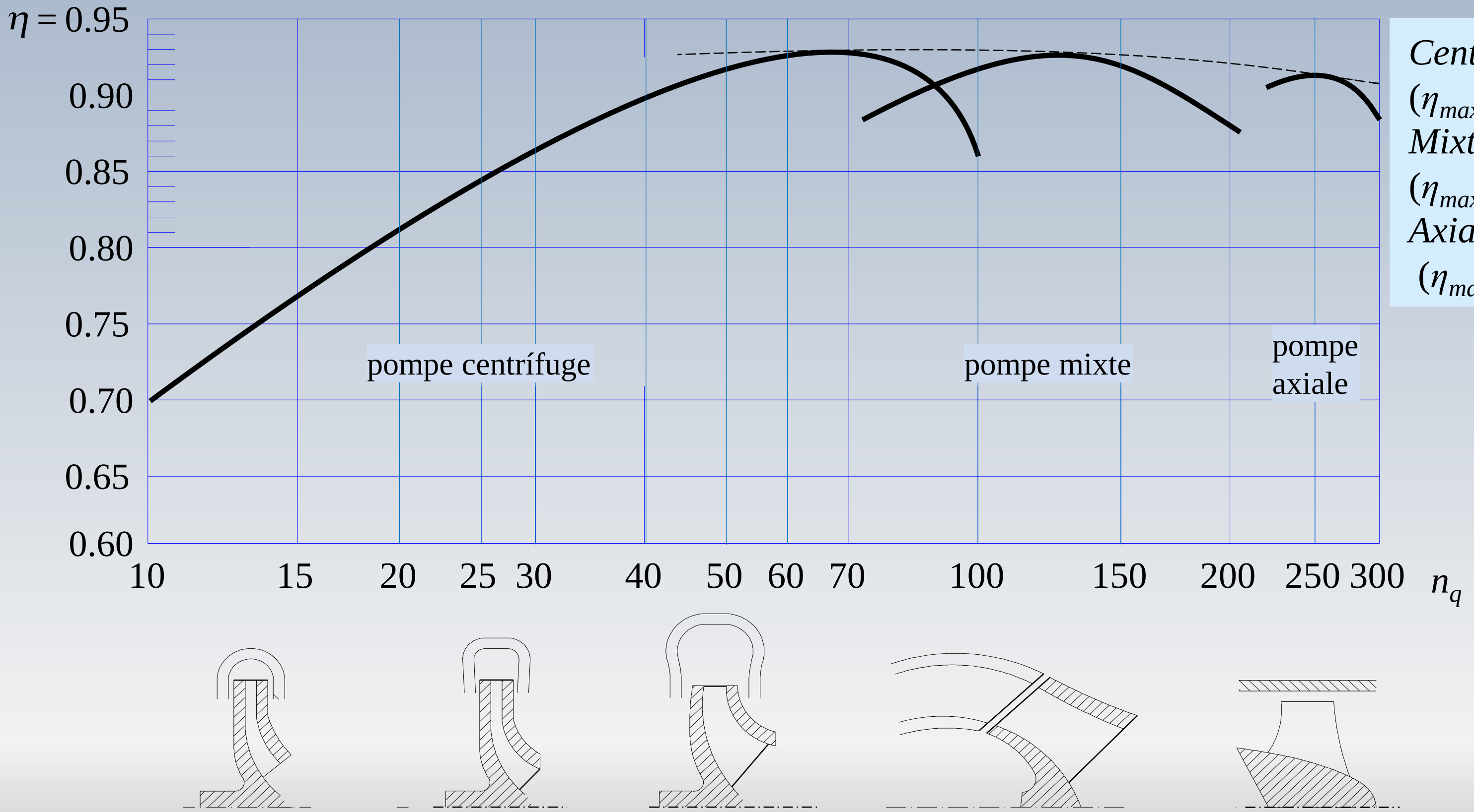
- Le rendement maximal peut être plus élevé que celui des pompes centrifuges, mais la plage de fonctionnement est plus étroite
- La courbe de ***H-Q*** est toujours décroissante.
- La puissance ***P*** décroît avec le débit.



n_q élevée



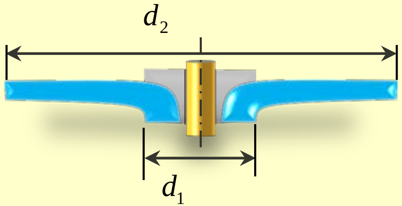
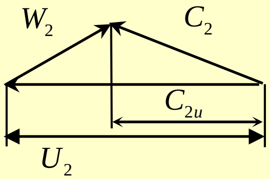
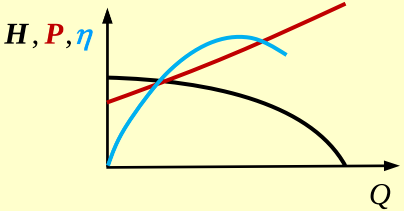
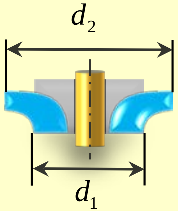
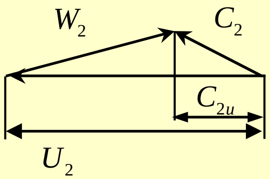
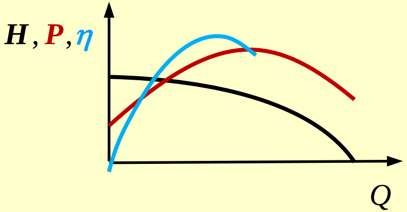
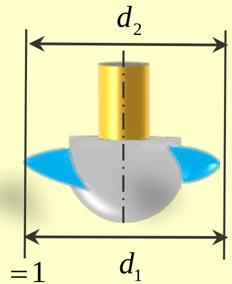
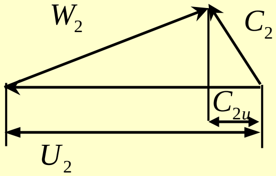
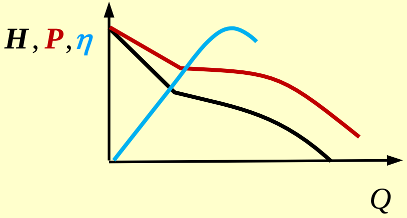
Plage d'utilisation



Centrifuges: n_q = 10 -100
(η_{max} pour $n_q \approx 50$)
Mixtes: n_q = 75 - 200
(η_{max} pour $n_q \approx 130$)
Axiales n_q = 200 - 320
(η_{max} pour $n_q \approx 250$)

RÉSUMÉ

$$n_q = N \frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$

n_q	Type de rotor	Triangle de vitesse	Courbes caractéristiques
15	 $d_2 / d_1 = 2 - 3.5$		
100	 $d_2 / d_1 = 1.5 - 2$		
200	 $d_2 / d_1 = 1$		

Problèmes

Exemple: **H = 70 pi Q = 5.35 pi^3/s g=32.2 pi^2/s**

n = 870 rpm β_2 = 22.5 °

Calculer la valeur de la vitesse spécifique (en fonction de Q) adimensionnelle $\boldsymbol{N_s}$ et dimensionnelle $\boldsymbol{n_q}$ (débit Q en *gpm*)

$$\boldsymbol{N_s} = n\left(\frac{2\pi}{60}\right)\frac{\sqrt{Q}}{(gH)^{3/4}} = 870\left(\frac{\pi}{30}\right)\frac{\sqrt{5.35}}{(32.2\times 70)^{3/4}} = \ \mathbf{0.6442}$$

$$\boldsymbol{n_q} = n\frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}} \ = 870\times\frac{\sqrt{2401}}{70^{3/4}} = 1.761210^3\left(\frac{\boldsymbol{rpm} - (pi^3/s)^{1/2}}{pi^{3/4}}\right)$$

1 pi^3/s=448.8 gpm

Remarque

Dans cette expression

$$\boldsymbol{n_q} = n\frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}} \;= 1.761210^3\left(\frac{\boldsymbol{rpm} - (pi^3/s)^{1/2}}{pi^{3/4}}\right)$$

Les caractères en gris pâle ne sont qu'un aide-mémoire pour rappeler que la **valeur numérique** de la vitesse spécifique $\boldsymbol{n_q}$, en $\boldsymbol{rpm}$, a été obtenue avec un débit en $(\boldsymbol{pi^3/s})$ (initialement en $\boldsymbol{gpm}$) et une hauteur en $\boldsymbol{pi}$

Exemple

$$n_q = \frac{NQ^{1/2}}{H^{3/4}}$$

...

Pour une pompe centrifuge, on a les données suivantes: $\boldsymbol{n = 885\, rpm}$, $\mathbf{Z = 6}$ **pales,** $\boldsymbol{\eta_H = 0.92}$ (rendement hydraulique) $\mathbf{Q = 10\,000\, gpm}$ (gallons/ minute), $\boldsymbol{D_2 = 38\, po}$, (le diamètre en sortie) $\boldsymbol{\beta_{2a} = 68.4^0}$, (l'angle à la sortie)

Pour cette pompe, on a trouvé une relation industrielle empirique $\boldsymbol{\Phi_2 = n_q/15900}$ et on peut supposer que $\boldsymbol{c_{1u} = 0}$

On vous demande de calculer: $\mathbf{U_2}$, $\boldsymbol{w_{2m}}$, $\boldsymbol{c_{2u}}$, $\mathbf{H}_{\boldsymbol{théo}}$, $\mathbf{H}$. Tenez compte du glissement !

Exemple

$$n_q = \frac{NQ^{1/2}}{H^{3/4}}$$

...

On vous suggère d'estimer, dans un premier temps, la vitesse spécifique, $n_q = 1000$

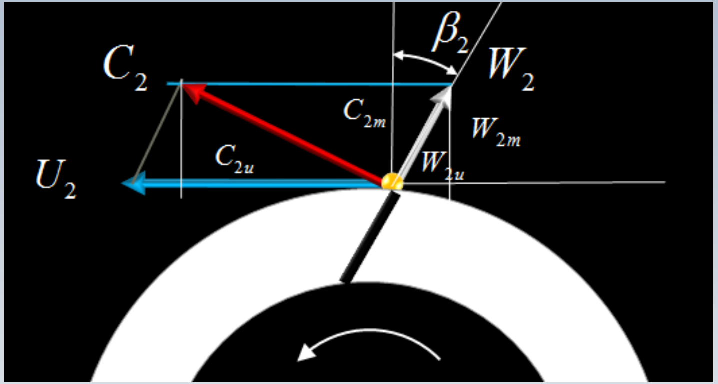
Cette hypothèse doit être vérifiée à l'aide de vos résultats

U_2 ,W_{2m} ,C_{2u} ,H_{th}, H ?

1 pi =12 po

$$U_2 = \frac{\pi D_2 n}{60} = 146.7\ pi/s$$

$\boldsymbol{U_2}$



Relation industrielle empirique pour Φ_2

$$\Phi_2 = \left(\frac{n_q}{15900}\right) = \frac{1000}{15900} = 0.082$$

$$\Phi_2 = \frac{C_{2m}}{U_2} = \frac{W_{2m}}{U_2}$$

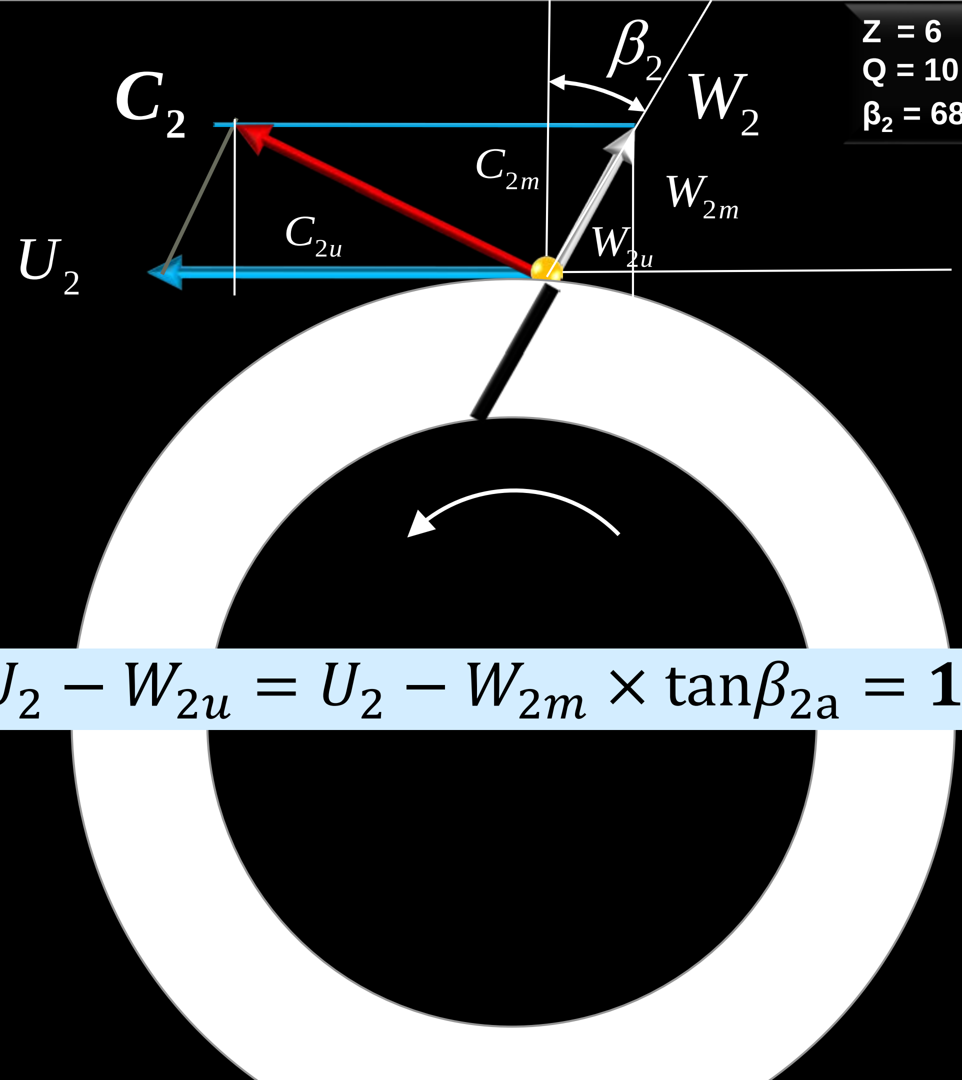
$$\boldsymbol{c_{2m}} = \boldsymbol{w_{2m}} = 146.7 \times 0.082 = \boldsymbol{12\,pi/s}$$

$$C_{2u} = ?$$

Z = 6	D_2 = 38 po
Q = 10 000 gpm	n = 885 rpm
β_2 = 68.4 º	η_H=0.92 n_q = 1000

$Z = 6$
$Q = 10\ 000$ gpm
$\beta_2 = 68.4\ ^o$

$D_2 = 38$ po
$n = 885$ rpm
$\eta_H = 0.92$



$$\boldsymbol{U_2 = 146.7\, p\, i/s}$$

$$\boldsymbol{w_{2m} = 12\, p\, i/s}$$

$$\boldsymbol{c_{2ua}} = U_2 - W_{2u} = U_2 - W_{2m} \times \tan\beta_{2a} = \boldsymbol{116.4\, p\, i/s}$$

$$\boldsymbol{c_{2\mathrm{u}}}$$

U_2 ,W_{2m} ,C_{2u} ,$H_{th,}$ H ?

Z = 6	D_2 = 38 po
Q = 10 000 gpm	n = 885 rpm
β_2 = 68.4 °	η_H=0.92

Tenez compte du glissement

$c_{1u} = 0$ $\quad c_{2u} \quad U_2$

$$H_{th} = \frac{c_{2u}U_2}{g} = \frac{116.4 \times 146.7}{32.2} = 531\,pi$$

$g(pi/s^2)$

$$\sigma_s = 1 - \frac{\sqrt{\cos\beta_{2a}}}{Z^{0.7}} = 0.8269$$

$$\beta_2 = 68.4^0,\ \sigma_s = \frac{c_{2uf}}{c_{2ua}}$$

$$c_{2uf} = \sigma_s c_{2ua}$$

$$c_{2uf} = 0.8269 \times 116.4 = 96.25\ pi/s$$

c_{2uf}

U_2, W_{2m}, C_{2u}, H_{th}, H?

$$\overset{c_{2uf}}{} \qquad \overset{U_2}{}$$

$$H = \eta_H \frac{c_{2uf} U_2}{g} = 0.92 \times \frac{96.25 \times 146.7}{\underbrace{32.2}_{g}} = 403.43\, pi$$

Vérification de la valeur estimée de n_q

$$n_q = \frac{NQ^{1/2}}{H^{3/4}} = \frac{885 \times (10000)^{0.5}}{(403.43)^{0.75}} = 983.14 \text{ rpm}$$

Pas trop loin de la valeur proposée n_q= 1000

Z = 6	D_2 = 38 po
Q = 10 000 gpm	n = 885 rpm
β_2 = 68.4 °	η_H=0.92

Problème: diagramme de Cordier

Estimez **le diamètre, le type et le rendement** d'une pompe satisfaisant les conditions suivantes

H = 18 pi, Q = 250 gpm, n = 1500 rpm

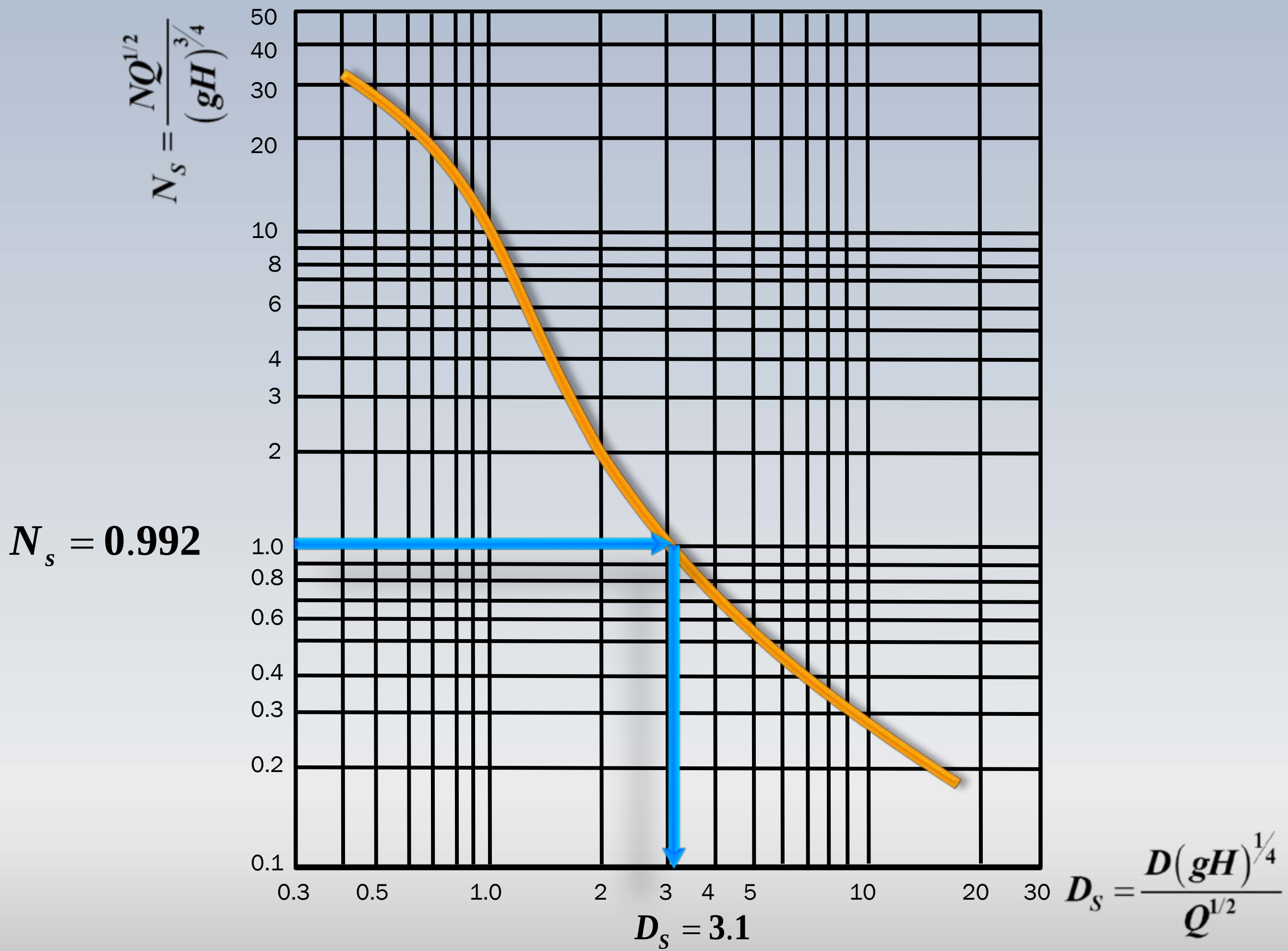
$$Q\left[pi^3/s\right] = 0.00223 \times Q\left[gpm\right]$$

$$N_s = n\left(\frac{2\pi}{60}\right)\times\frac{\sqrt{Q}}{\left(gH\right)^{3/4}} = 1500\left(\frac{\pi}{30}\right)\times\frac{\sqrt{250\times\mathbf{0.00223}}}{\left(32.2\times 18\right)^{3/4}} = \mathbf{0.992}$$

$\boldsymbol{g}$

adimensionnelle

Un graphique $\boldsymbol{\eta}$ vs. $\boldsymbol{D_s}$ est disponible



$N_S = \frac{NQ^{1/2}}{(gH)^{3/4}}$
$N_s = 0.992$
50
40
30
20
10
8
6
4
3
2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.3
0.2
0.1
0.3
0.5
1.0
2
3
4
5
10
20
30
$D_S = \frac{D(gH)^{1/4}}{Q^{1/2}}$
$D_S = 3.1$

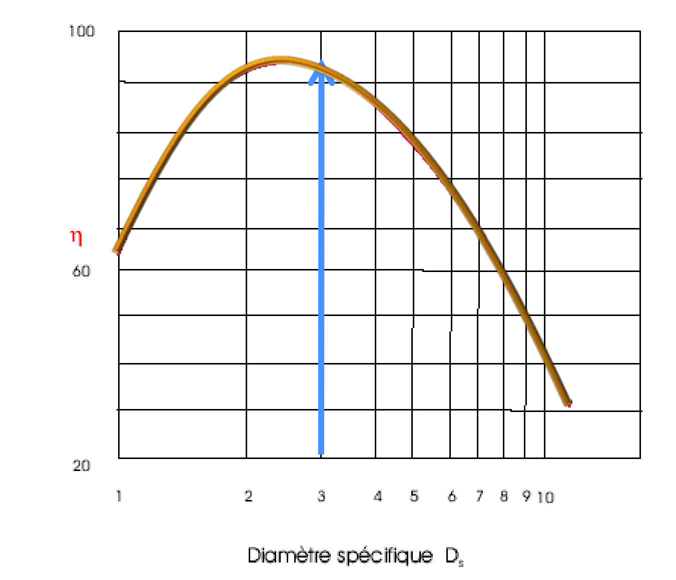
Problème

Diamètre et rendement

$$D_s = \frac{D(gH)^{1/4}}{Q^{1/2}} = 3.1 \Rightarrow D = \frac{3.1 \times (0.5575)^{1/2}}{(32.2 \times 18)^{1/4}} = \mathbf{0.472\,pi}$$

Diagramme disponible

$$\eta \approx 90\%$$



$$n_q = \frac{N\sqrt{Q}}{H^{3/4}} = \frac{1500\sqrt{250}}{18^{3/4}} = \mathbf{2714}\left[\frac{\boldsymbol{rpm} - gpm^{1/2}}{pi^{3/4}}\right]$$

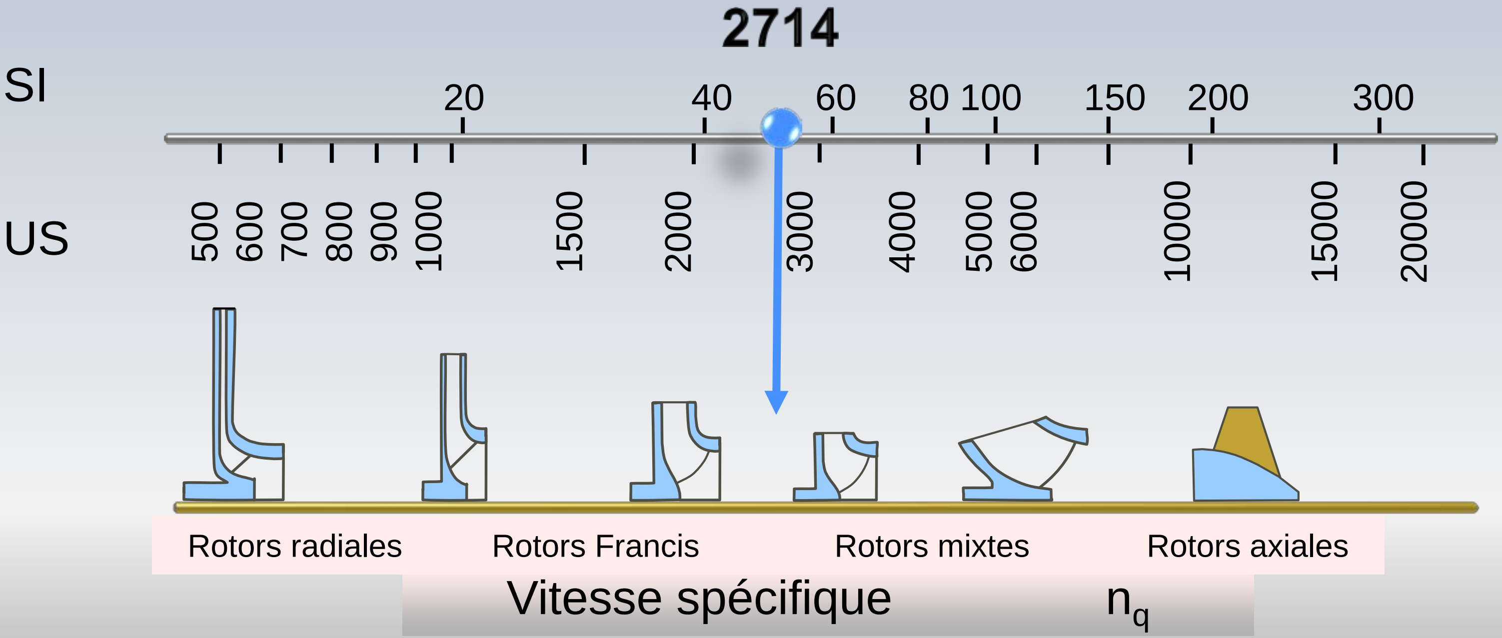
H = 18 pi, Q = 250 gpm, n = 1500 rpm

Q = 0.5575 p^3/s

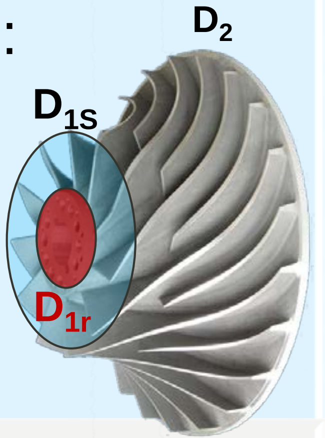
Problème

Type de pompe

$$n_q = N \frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$



Pour un compresseur centrifuge on a les données suivantes:



n = 60 000 rpm **D_2 = 5.92 po, D_{1r} =1.35 po**

D_{1s} =3.84 po **T_{01} = 60 F** **p_{01} = 14.7 psia**

p_{02} = 61,74 psia **Z =33 pales radiales (β_2 = 90 º) ,**

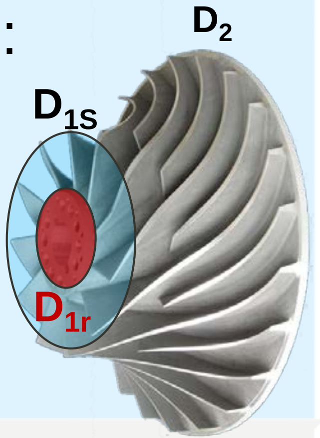
m = 2.2 lb/s **c_{1u}=0; Tenez compte du glissement**

-Calculez le **travail spécifique W_e** en utilisant des conditions cinématiques et géométriques (ne passez pas par la thermodynamique).

-Calculez le **travail spécifique W_s idéal**. Par la suite, trouvez le rendement **$\eta = W_s / W_e$**.

Pour un compresseur centrifuge on a les données suivantes:

n = 60 000 rpm **D_2 = 5.92 po, D_{1r} =1.35 po**
D_{1s} =3.84 po **T_{01} = 60 F** **p_{01} = 14.7 psia**
p_{02} = 61,74 psia **Z =33 pales radiales (β_2 = 90 º) ,**
m = 2.2 lb/s **c_{1u}=0; Tenez compte du glissement**



-**MATLAB.** Obtenez le nombre de **Mach M_1**, la température statique **T_1** ainsi que la masse volumique **ρ_1** à l'entrée **(1).** L'aire correspond à l'anneau limité par **D_{1r}** et **D_{1s}**

-Calculez le **débit volumique Q_1** , la 'hauteur' idéale **$H=W_s/g$**, la vitesse et le diamètre spécifique **n_q** et **D_s** (dimensionnels) et le **rendement η.** Vérifiez les calculs à l'aide du tableau suivant. Supposez **Q_2= Q_1**

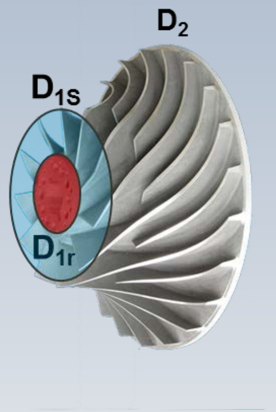
Vitesse spécifique dimensionnelle N_s	Rendement η				
	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
50	2.42	2.65	2.91		
60	1.94	2.15	2.26		
65	1.77	1.92	2.02	2.14	
70	1.66	1.82	1.89	1.96	
80	1.44	1.55	1.63	1.68	
85	1.36	1.48	1.53	1.57	1.70
90	1.30	1.39	1.43	1.46	1.59
100	1.16	1.25	1.29	1.32	1.41
110	1.07	1.14	1.17	1.21	1.29
120	1.00	1.06	1.10	1.15	1.22
130	0.91	1.00	1.03	1.08	1.18
140	0.87	0.96	1.00	1.06	
150	0.83	0.94	1.00	1.07	
160	0.80	0.91	1.00	1.04	
170	0.80	0.91	1.00	1.11	
180	0.80	0.91	1.00		
190	0.79.	0.91	1.01		
200	0.79	0.91			

D_s

Calculez le **travail spécifique We** $1po = 0.0254m$

Facteur de conversion

$$U_2 = \frac{\pi D_2 N}{60} = \frac{\pi \times 5.92 \times 0.0254 \times 60000}{60} = 472.39\ m/s$$



$(c_{1u} = 0)$

$$\sigma = 1 - \frac{2}{z} \quad (90^0) \qquad \sigma = 1 - \frac{2}{33} = 0.939$$

$$c_{2ua} = U_2 = 472.39\ m/s \quad (90^0)$$

$$c_{2uf} = \sigma \times c_{2ua} = 443.76\ m/s$$

$$\boxed{W_e = c_{2uf} U_2 = 2.0983 \times 10^5\ m^2/s^2}$$

n = 60 000 rpm	D_2 = 5.92 po, D_{1r} =1.35 po
D_{1s} =3.84 po	T_{01} = 60 F p_{01} = 14.7 psia
p_{02} = 61,74 psia	Z =33 pales radiales (β_2 = 90 °)
m = 2.2 lb/s	c_{1u}=0; Tenez compte du glissement

Calculez le **travail spécifique W_s idéal**. Par la suite, trouvez le rendement **$\eta = W_s / W_e$**

$$r_p = \frac{p_{02}}{p_{01}} = 4.2$$

Conversion degrés R→ K

$$T_{01} = 460 + 60 = 520\ R \Rightarrow \boxed{T_{01}\,(K) = \frac{5}{9} T_{01}\,(R)} = 288.89K$$

$$W_s = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} T_{01} \left(r_p^{(\gamma - 1/\gamma)} - 1 \right) = 1.471 \times 10^5\ m^2/s^2$$

plus tard →

$$\eta = \frac{W_s}{W_e} = 0.7016$$

plus tard →

n = 60 000 rpm	**D_2 = 5.92 po,**	**D_{1r} =1.35 po**	
D_{1s} =3.84 po	**T_{01} = 60 F**	**p_{01} = 14.7 psia**	
p_{02} = 61,74 psia	**Z =33 <u>pales radiales</u> (β_2 = 90 °)**		
m = 2.2 lb/s	**c_{1u}=0; <u>Tenez compte du glissement</u>**		

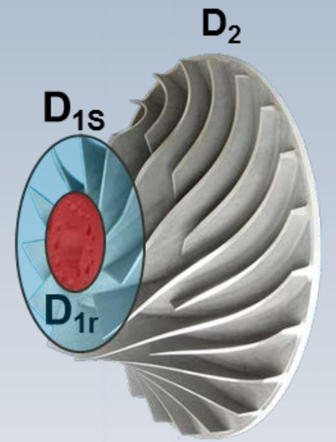
MATLAB. Obtenez le nombre de **Mach M_1**, à l'entrée, la température statique **T_1** ainsi que la masse volumique **ρ_1** à l'entrée **(1).** L'aire correspond à l'anneau limité par **D_{1r}** et **D_{1s}**

$$\dot{m}\frac{\sqrt{RT_0}}{p_0 A} = M\sqrt{\gamma}\left[1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right]^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

$$A = \frac{\pi(D_{1s}^2 - D_{1r}^2)}{4}$$

1 po = 0.0254m

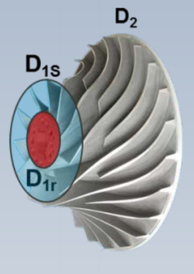
$$A = \frac{\pi(3.84^2 - 1.35^2)\times 0.0254^2}{4} = 0.0065\, m^2$$



n = 60 000 rpm
D_{1s} = 3.84 po
p_{02} = 61,74 psia
m = 2.2 lb/s

D_2 = 5.92 po, D_{1r} = 1.35 po
T_{01} = 60 F p_{01} = 14.7 psia
Z = 33 pales radiales (β_2 = 90 °)
c_{1u}=0; Tenez compte du glissement

MATLAB. Obtenez le nombre de **Mach M_1**, à l'entrée, la température statique **T_1** ainsi que la masse volumique **ρ_1** à l'entrée **(1).** L'aire correspond à l'anneau limité par **D_{1r}** et **D_{1s}**



$$T_{01} = 288.89K$$

$$1 \times \frac{\sqrt{287 \times 288.89}}{101320 \times 0.0065} - M\sqrt{\gamma}\left[1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right]^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = 0$$

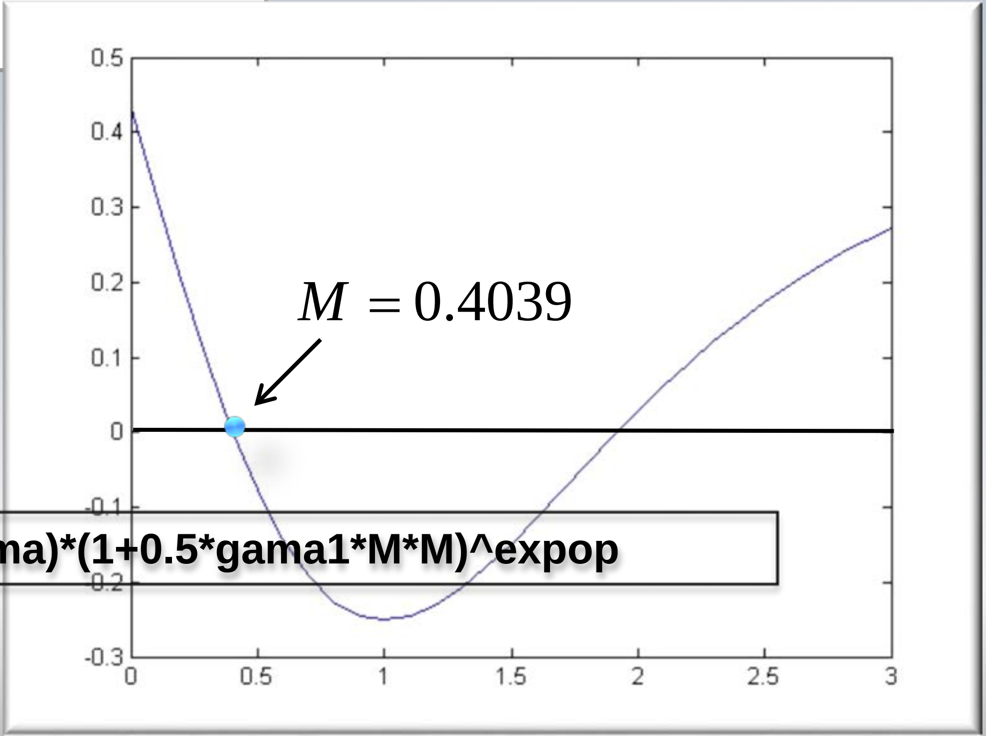
$$p_{01} = 14.7\,psia$$

$$\dot{m} = 2.2\,lb/s = 1\,kg/s$$

n = 60 000 rpm	D_2 = 5.92 po,	D_{1r} =1.35 po
D_{1s} =3.84 po	T_{01} = 60 F	p_{01} = 14.7 psia
p_{02} = 61,74 psia	Z =33 pales radiales (β_2 = 90 °)	
m = 2.2 lb/s	c_{1u}=0; Tenez compte du glissement	

Le nombre de **Mach M_1**, à l'entrée

$$\dot{m}\frac{\sqrt{RT_0}}{P_0 A} - M\sqrt{\gamma}\left[1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right]^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = 0$$




```
f =@(M)m*sqrt(R*T01)/(P01*A) - M*sqrt(gama)*(1+0.5*gama1*M*M)^expop
```

```
gama1   = gama-1;
expop   = -0.5*(gama+1)/(gama1);
```

Calculez le **débit volumique Q_1**, la 'hauteur' idéale **$H_s = W_s / g$**,

$T_{01}\,(K) = 288.89K$

$p_{01} = 101.3\ kPa$

$$\frac{T_{01}}{T_1} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \quad \Longrightarrow \quad T_1 = 279.76\,K$$

$$c_1 = M_1 \sqrt{\gamma R T_1} \quad \Longrightarrow \quad c_1 = 135.41\,m/s$$

$$\left(\frac{p_1}{p_{01}}\right) = \left(\frac{T_1}{T_{01}}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} \quad \Longrightarrow \quad p_1 = 9.055 \times 10^4\,Pa$$

$$\rho_1 = \left(\frac{p_1}{R T_1}\right) \quad \Longrightarrow \quad \rho_1 = 1.1278\,kg/m^3$$

Calculez le **débit volumique Q_1**, la ‘hauteur’ idéale **$H_s = W_s / g$**,

$1\ pi = 0.3048\ m$

$$Q_1(pi^3/s) = \left(\frac{\dot{m}(kg/s)}{\rho_1(kg/m^3)}\right) \Big/ (0.3048)^3$$

$$Q_1(pi^3/s) = \left(\frac{1(kg/s)}{1.1278(kg/m^3)}\right) \Big/ (0.3048)^3 = 31.31 pi^3/s$$

ρ_{air}

$$\boldsymbol{Q_1 = 31.31 pi^3/s}$$

$$H_s(pi) = \left(\frac{W_s(m^2/s^2)}{9.8(m/s^2)}\right) \Big/ (0.3048)$$

plus tard

$$W_s = 1.471 \times 10^5 \ m^2/s^2$$

$$H_s(pi) = \left(\frac{1.471 \times 10^5 (m^2/s^2)}{9.8(m/s^2)} \right) \Big/ (0.3048) = 4.92 \times 10^4 \ pi$$

$$\boldsymbol{H_s = 4.92 \times 10^4 pi}$$

Calculez le **débit volumique Q_1** , la ‘hauteur’ idéale **$H = W_s/g$**, la vitesse et le diamètre spécifique **n_q** et **D_s** (dimensionnels) et le **rendement η.** Vérifiez les calculs à l’aide du tableau suivant. Supposez **$Q_2 = Q_1$**

n = 60 000 rpm D_2 = 5.92 po, D_{1r} =1.35 po
D_{1s} =3.84 po T_{01} = 60 F p_{01} = 14.7 psia
p_{02} = 61,74 psia Z =33 pales radiales (β_2 = 90 °),
m = 2.2 lb/s c_{1u}=0!
Tenez compte du glissement

$$N_s = \frac{NQ^{1/2}}{H^{3/4}} = \frac{60000 \times (31.31)^{0.5}}{(4.924 \times 10^4)^{0.75}} = 101.57$$

$$Q_1 = 31.31(pi^3 / s)$$

$$H = 4.92 \times 10^4 \, pi$$

$$D_s = \frac{D_2 H^{1/4}}{Q^{1/2}} = \frac{5.92/12 \times (4.92 \times 10^4)^{0.25}}{(31.31)^{0.5}} = 1.31$$

Calculez le **débit volumique Q_1** , la 'hauteur' idéale **$H=W_s/g$**, la vitesse et le diamètre spécifique **n_q** et **D_s** (dimensionnels) et le **rendement η.** Vérifiez les calculs à l'aide du tableau suivant. Supposez **Q_2= Q_1**

$\eta = 0.7016$

plus tard

$N_s = 101.57$

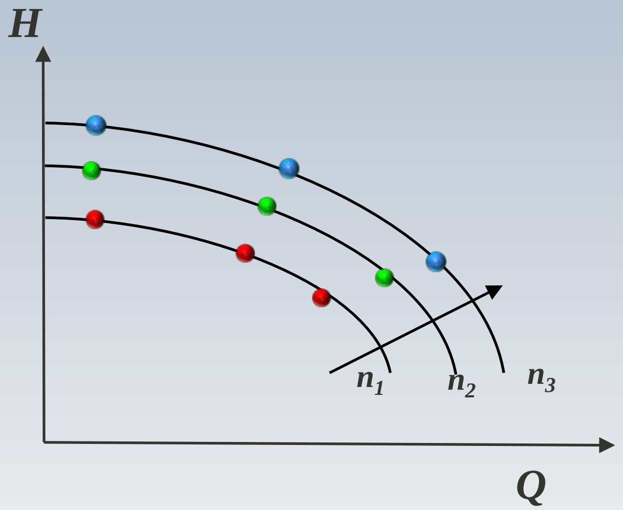
Vitesse spécifique dimensionnelle N_s	Rendement η				
	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
50	2.42	2.65	2.91		
60	1.94	2.15	2.26		
65	1.77	1.92	2.02	2.14	
70	1.66	1.82	1.89	1.96	
80	1.44	1.55	1.63	1.68	
85	1.36	1.48	1.53	1.57	1.70
90	1.30	1.39	1.43	1.46	1.59
100	1.16	1.25	1.29	1.32	1.41
110	1.07	1.14	1.17	1.21	1.29
120	1.00	1.06	1.10	1.15	1.22
130	0.91	1.00	1.03	1.08	1.18
140	0.87	0.96	1.00	1.06	
150	0.83	0.94	1.00	1.07	
160	0.80	0.91	1.00	1.04	
170	0.80	0.91	1.00	1.11	
180	0.80	0.91	1.00		
190	0.79.	0.91	1.01		
200	0.79	0.91			

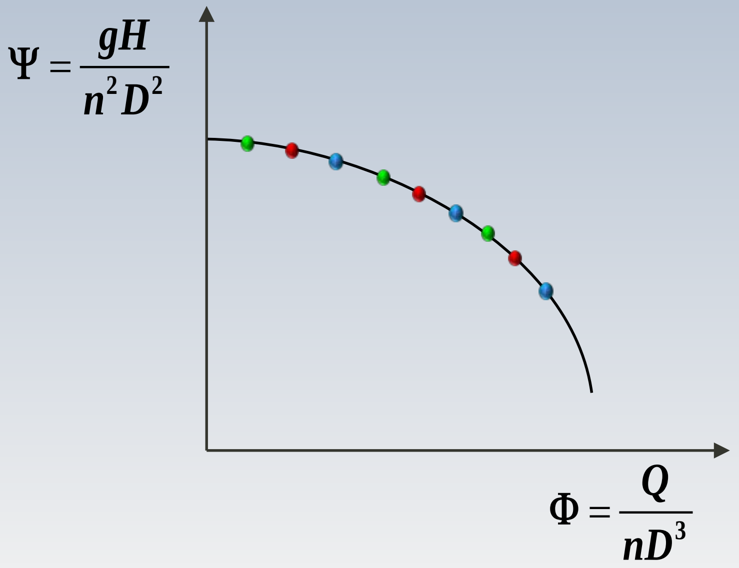
D_s

$D_s = 1.32 \approx 1.31$

Similitude dans les pompes

Tous pour un





Vitesses de rotation différentes

Si on compare une pompe avec elle même pour différentes vitesses de rotation $\boldsymbol{N_0}$ et $\boldsymbol{N}$, on a

$$\frac{H}{H_0} = \left(\frac{N}{N_0}\right)^2 \cancel{\left(\frac{D}{D_0}\right)^2} \qquad \left(\frac{Q}{Q_0}\right) = \cancel{\left(\frac{D}{D_0}\right)^3} \left(\frac{N}{N_0}\right)$$

1 1

$$\Rightarrow \frac{H}{H_0} = \left(\frac{N}{N_0}\right)^2 = \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2 \qquad \Rightarrow H = \left(\frac{H_0}{Q_0^2}\right) Q^2$$

$$\boxed{H = k_0 Q^2}$$

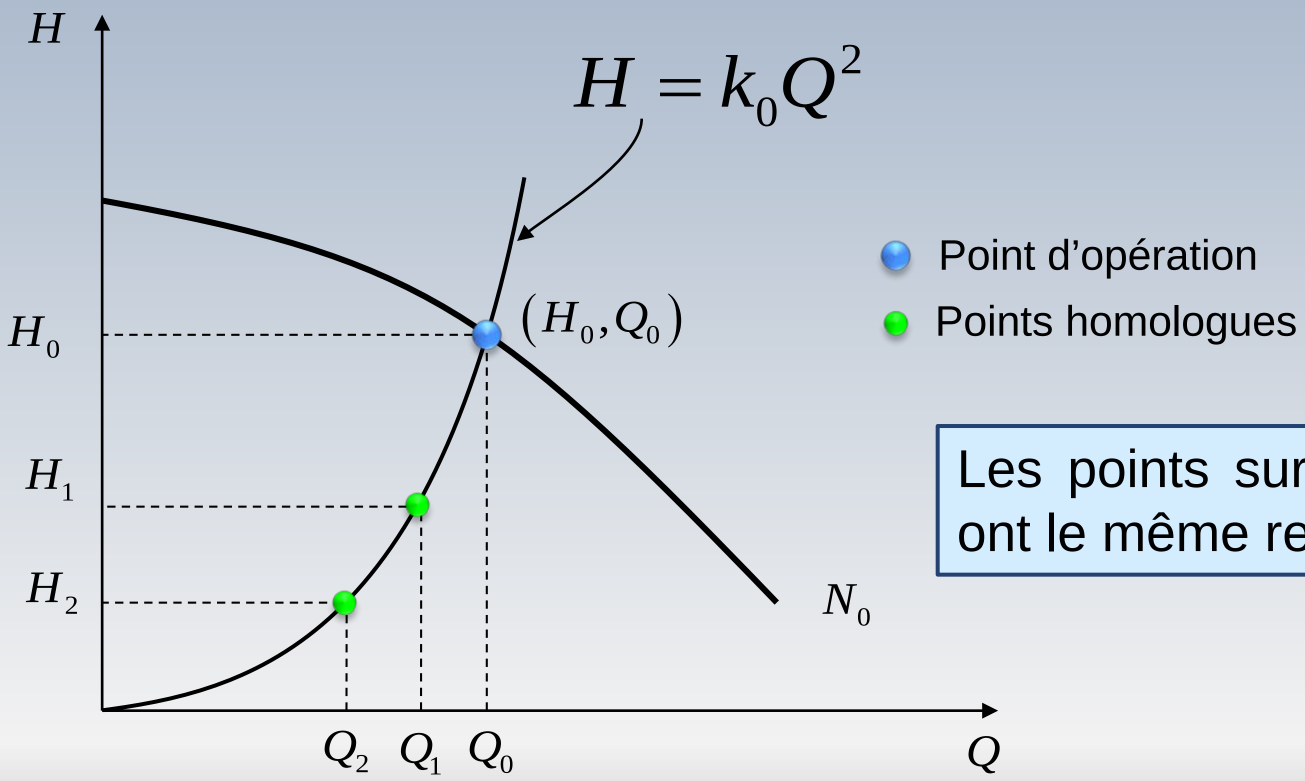
Vitesses de rotation différentes

$$H = k_0 Q^2$$

$$k_0 = \left(\frac{H_0}{Q_0^2}\right)$$

Pour une pompe qui tourne à une vitesse N_0 et qui opère au point (Q_0, H_0), il existe un ensemble de points ayant le ***même rendement*** sur la parabole $H = k_0 Q^2$. Ces points correspondent à vitesses de rotation différentes et reçoivent le nom de ***points homologues***

Vitesses de rotation différentes



Les points sur la courbe $\boldsymbol{H=k_0Q^2}$ ont le même rendement

Pompes différentes, même rpm

Si on compare différentes pompes similaires qui tournent à la même vitesse de rotation $\boldsymbol{N}= \boldsymbol{N_0}$

$$\frac{H}{H_0} = \left(\cancelto{1}{\frac{N}{N_0}}\right)^2 \left(\frac{D}{D_0}\right)^2 \qquad \left(\frac{Q}{Q_0}\right) = \left(\frac{D}{D_0}\right)^3 \left(\cancelto{1}{\frac{N}{N_0}}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{H}{H_0} = \left(\frac{D}{D_0}\right)^2 = \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^{2/3} \quad \Rightarrow \quad H = \left(\frac{H_0}{Q_0^{2/3}}\right) Q^{2/3}$$

$$\boxed{H = K_0 Q^{2/3}}$$

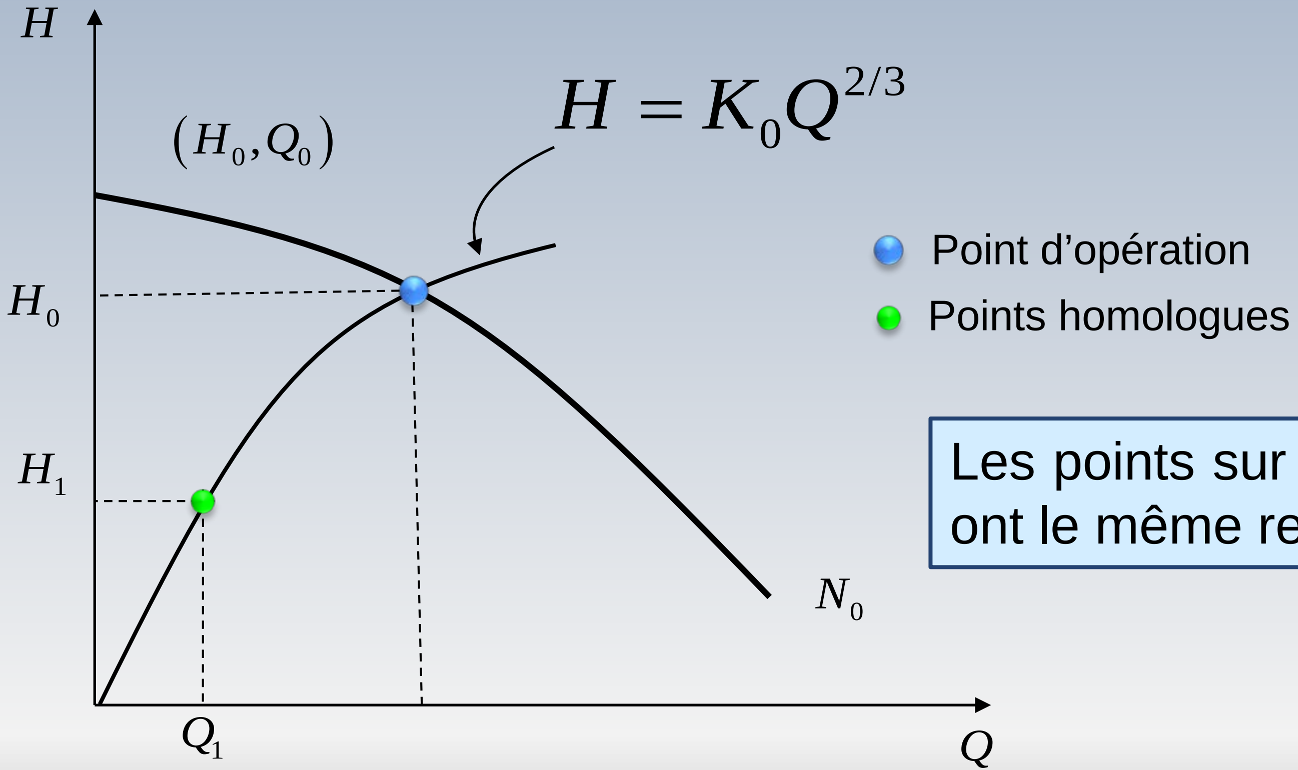
Pompes différentes, même rpm

$$H = K_0 Q^{2/3}$$

$$K_0 = \left(\frac{H_0}{Q_0^{2/3}}\right)$$

Pour une pompe opérant sur un point (Q_0,H_0) à une vitesse de rotation N_0, il existe un ensemble de points sur la courbe $H=K_0Q^{2/3}$ qui ont ***le même rendement***. Ces ***points homologues*** correspondent à des pompes similaires avec des diamètres différents, mais qui tournent à **la même vitesse de rotation** N_0

Pompes différentes, même rpm

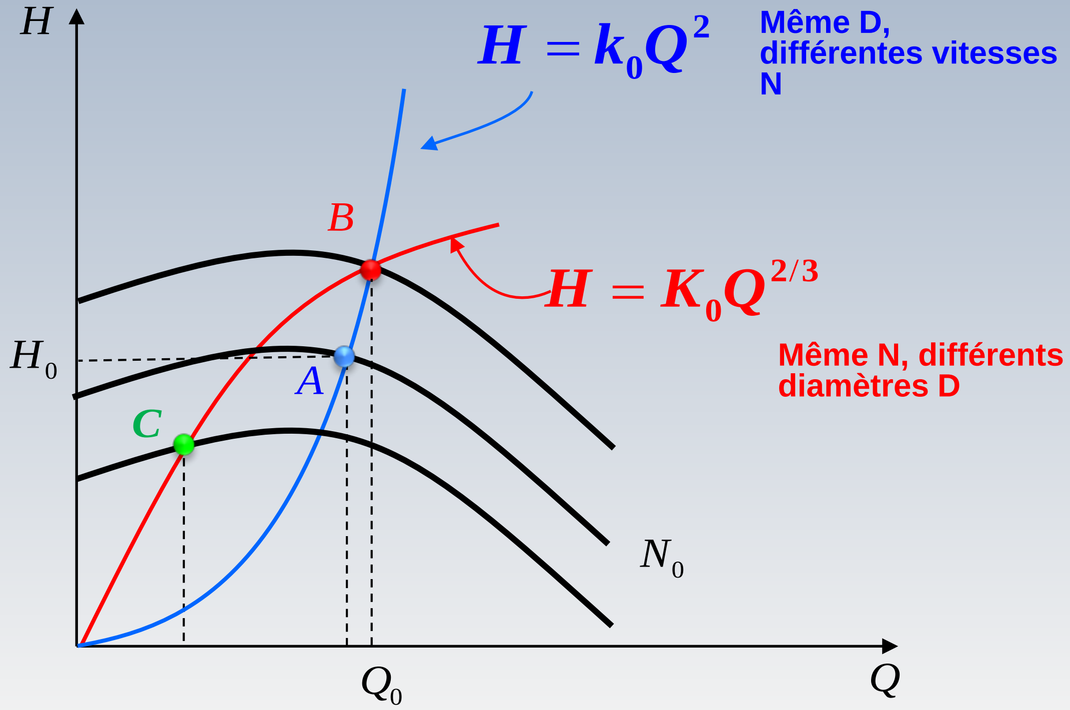


Les points sur la courbe $H=K_0Q^{2/3}$ ont le même rendement

Diamètres et vitesses différents

Lorsque le diamètre ainsi que la vitesse de rotation changent, on passe du point d'opération **A** au nouveau point **C** suivant les parcours:

A→B, **B→C**



Les points sur la courbe $H=K_0Q^{2/3}$ ont le même rendement

Les points sur la courbe $H=k_0Q^2$ ont le même rendement

Problème

La hauteur de charge $\boldsymbol{H}$, le rendement $\boldsymbol{\eta}$ et la caractéristique du système hydraulique $\boldsymbol{H_s}$ associé à une pompe sont donnés par les équations:

$$\begin{aligned} H &= 20 + 0.8333Q - 0.1667Q^2 \\ \eta &= 29.643Q - 3.2143Q^2 \\ H_s &= 10 + 2.1164Q^2 \end{aligned}$$

La vitesse de rotation de la pompe est de $\boldsymbol{N=1800}$ ***rpm***, la charge $\boldsymbol{H}$ est donnée en ***mètres,*** le débit $\boldsymbol{Q}$ est exprimé en ***lt/s*** et le rendement $\boldsymbol{\eta}$ en ***%.***

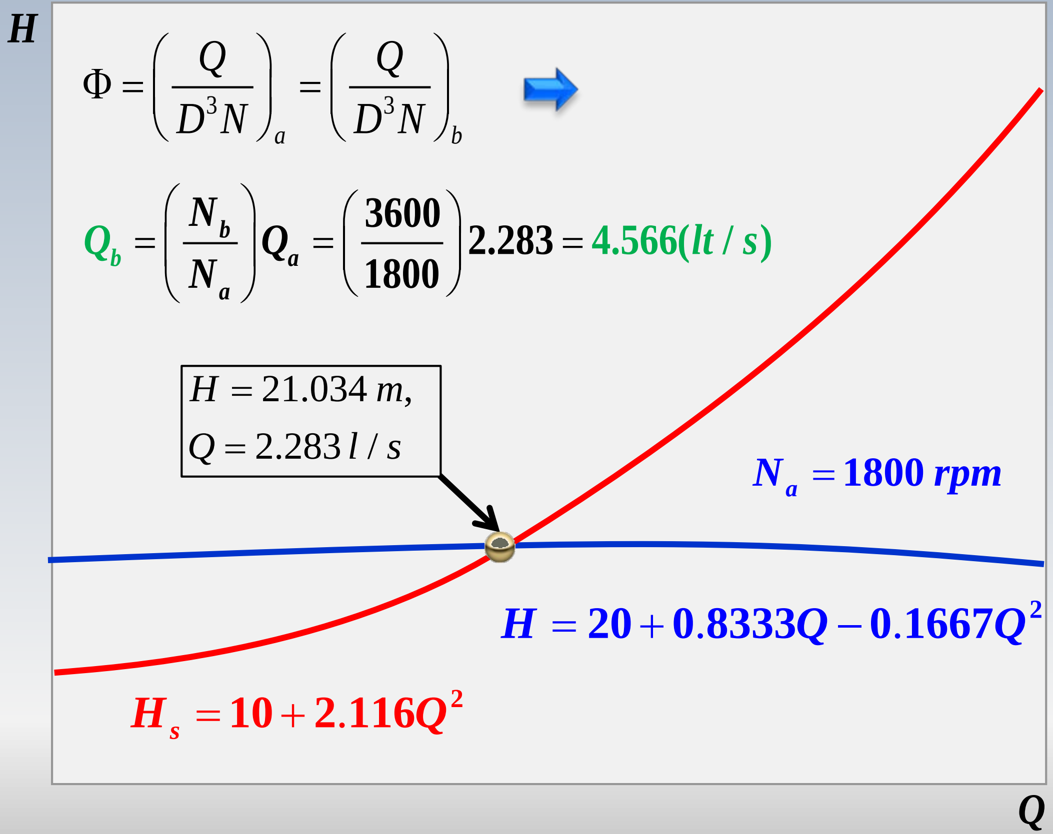
Problème

Si la vitesse du rotor du même système est augmentée à ***3600 rpm***, quel sera le débit et quelle sera la puissance au point d’opération?

Quelle est la vitesse de rotation (***en rpm***) nécessaire pour augmenter le débit ***1.7 fois*** la valeur obtenue à ***1800 rpm?***

Problème

Si la vitesse du rotor du même système est augmentée à ***3600 rpm***, quel sera le débit et quelle sera la puissance au point d'opération?



$$
\underbrace{\begin{array}{lcccccc}
H & = & 20 & + & 0.8333Q & - & 0.1667Q^2 \\
\eta & = & & & 29.643Q & - & 3.2143Q^2 \\
H_s & = & 10 & & & + & 2.1164Q^2
\end{array}}_{N_a = 1800\ rpm}
$$

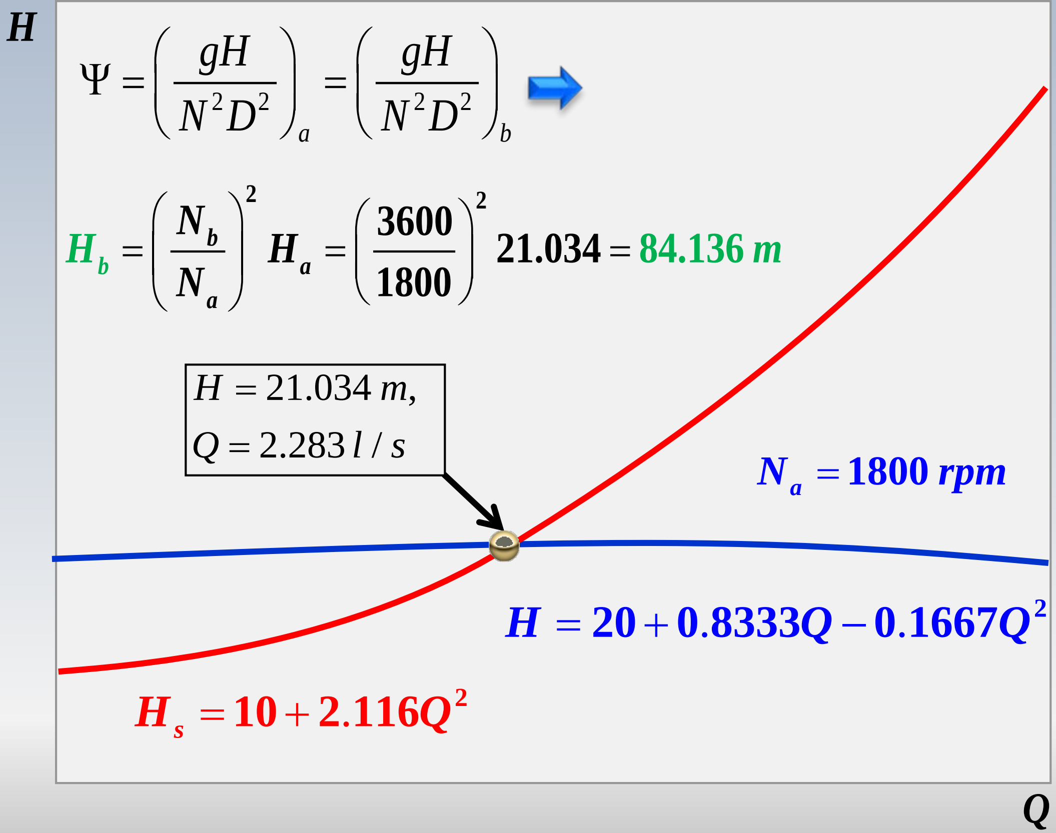
Problème

Si la vitesse du rotor du même système est augmentée à ***3600 rpm***, quel sera le débit et quelle sera la puissance au point d'opération?

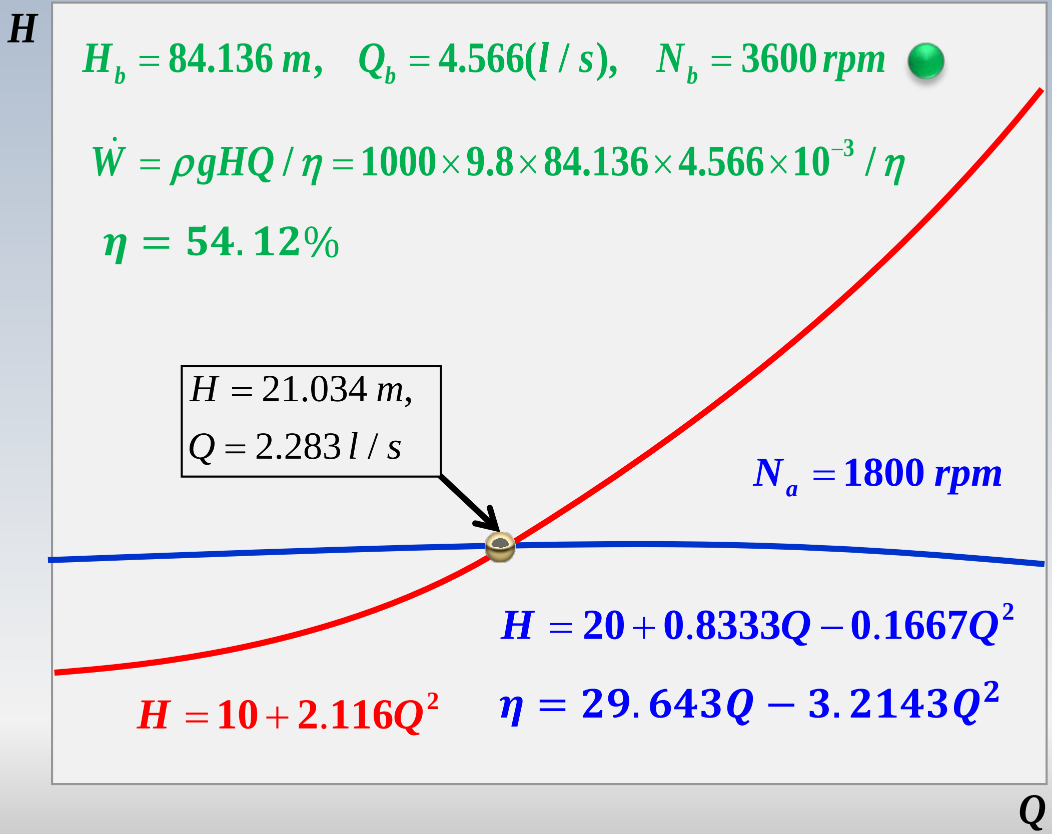
$$\Psi = \left(\frac{gH}{N^2D^2}\right)_a = \left(\frac{gH}{N^2D^2}\right)_b \Rightarrow$$

$$H_b = \left(\frac{N_b}{N_a}\right)^2 H_a = \left(\frac{3600}{1800}\right)^2 21.034 = 84.136\ m$$

$$\left.\begin{aligned} H &= 20 + 0.8333Q - 0.1667Q^2 \\ \eta &= 29.643Q - 3.2143Q^2 \\ H_s &= 10 + 2.1164Q^2 \end{aligned}\right\} N_a = 1800\ rpm$$



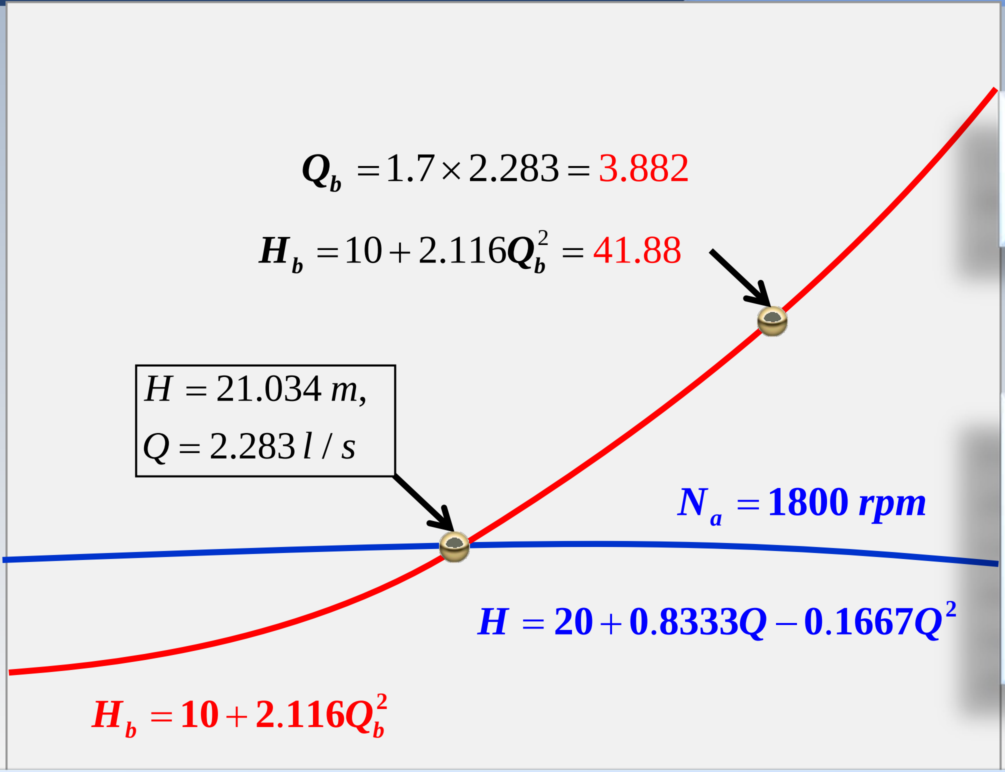
Problème



Si la vitesse du rotor du même système est augmentée à ***3600 rpm***, quel sera le débit et quelle sera la puissance au point d'opération?

$$\underbrace{\begin{array}{lclclcl} H & = & 20 & + & 0.8333Q & - & 0.1667Q^2 \\ \eta & = & & & 29.643Q & - & 3.2143Q^2 \\ H_s & = & 10 & & & + & 2.1164Q^2 \end{array}}_{N_a = 1800\,rpm}$$

Problème

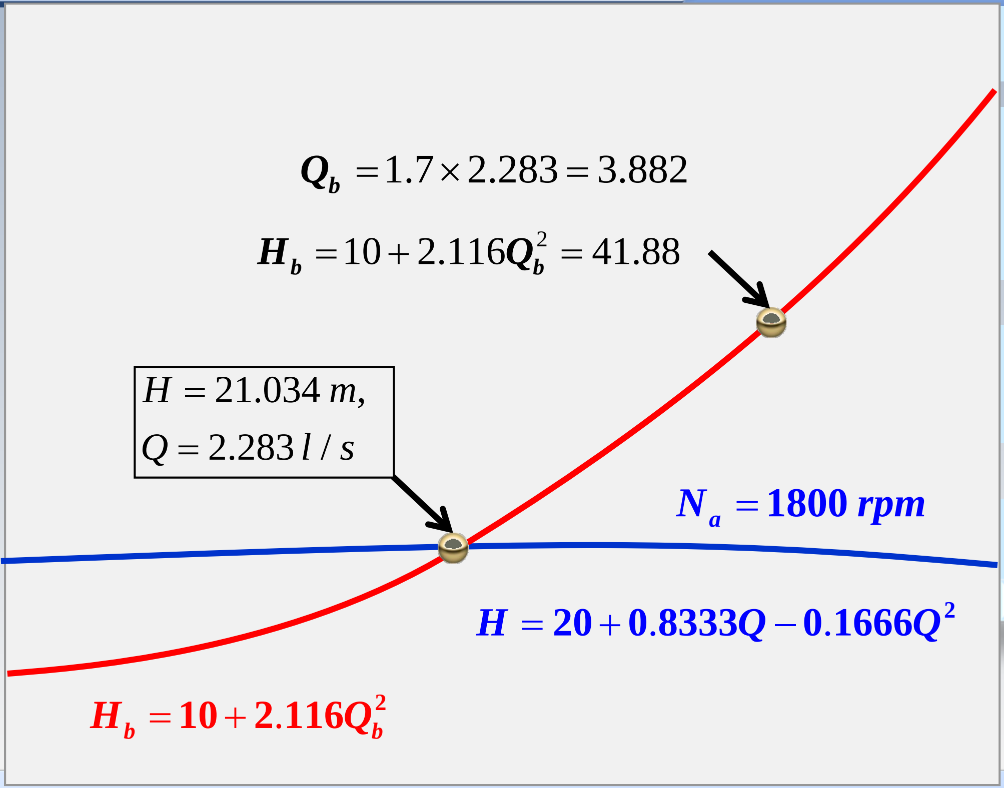


Le point d'opération **H=41.88m,Q=3.882 l/s** n'est pas un point similaire

Pour une pompe opérant à différentes vitesses de rotation, il y a un ensemble de points avec le même rendement sur la parabole $H=k_0Q^2$.

Quelle est **la vitesse de rotation** (en rpm) nécessaire pour augmenter le débit *1.7 fois* la valeur obtenue à *1800 rpm?*

Problème



$$H = k_0 Q^2$$

$$k_0 = \left(\frac{H_0}{Q_0^2} \right)$$

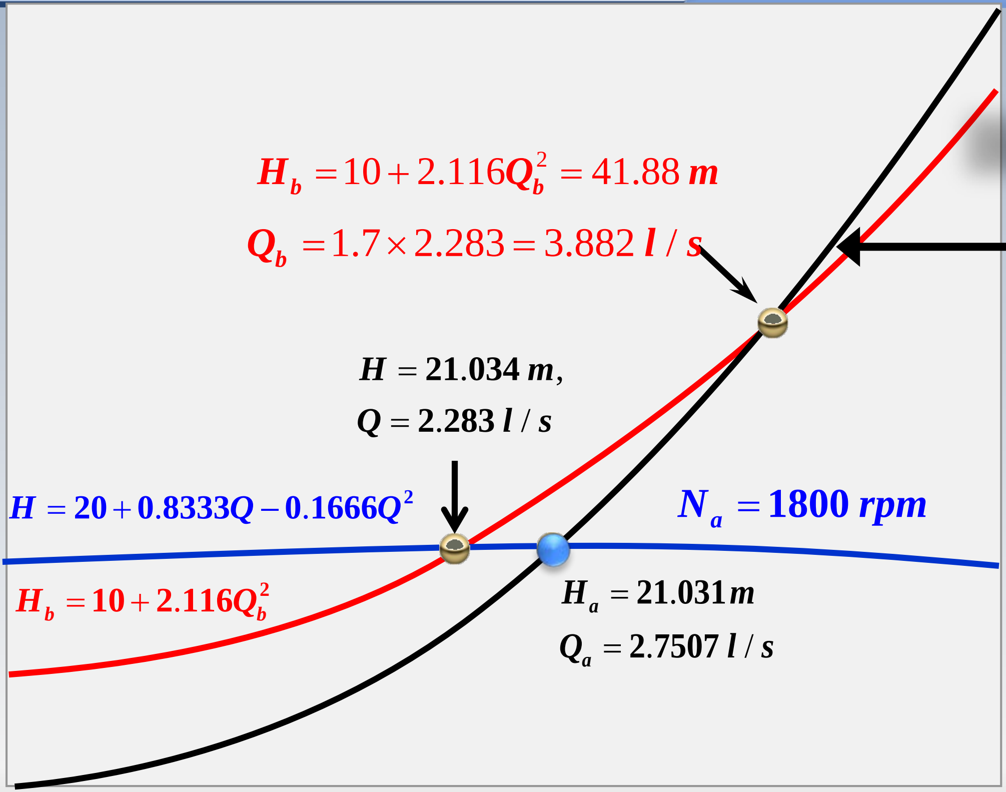
$$= \left(\frac{41.88}{(3.882)^2} \right)_b = 2.779$$

$$H = 2.279 Q^2$$

Courbe de points similaires

Quelle est la vitesse de rotation (en rpm) nécessaire pour augmenter le débit *1.7 fois* la valeur obtenue à *1800 rpm?*

Problème



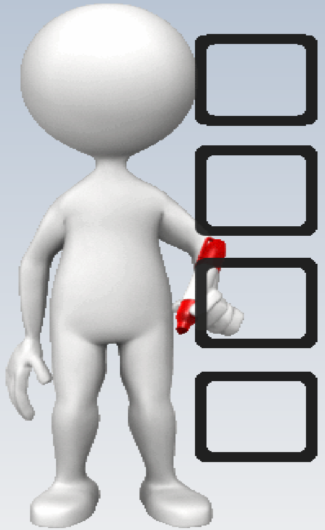
$$H = k_0 Q^2 = 2.279 Q^2$$

Courbe de points similaires

$$\left(\frac{Q}{N}\right)_a = \left(\frac{Q}{N}\right)_b$$

$$\boxed{N_b}$$

Le point ***a*** décrit par **H_a =21.031m, Q_a =2.7507 l/s,** pour une vitesse de rotation **N_a =1800 rpm,** est <u>similaire</u> par rapport au point ***b*** avec **H_b =41.88m ,Q_b =3.882 l/s** et **N_b=2540.29 rpm**



FIN